

教授 (Professor)

齋藤 毅 (SAITO Takeshi)

#### A. 研究概要

正標数の体上のスムーズなスキーム上の構成可能層に対し, Beilinson はその特異台が存在し, その次元はスキームの次元と等しいことを証明した. 混標数の場合には, Frobenius–Witt 余接束を使って特異台の定義はできるものの, その存在は示されていない. 局所非輪状性の横断性による言い換えを使って特異台の相対版を定義し, Radon 変換を使う Beilinson の方法にならってその飽和化の存在を証明した.

また正標数の体上のスムーズなスキームのエタール層については, Beilinson の定理の逆として, 余接束の閉錐部分集合でそのスキームの次元以下のものの上に微台をもつならば, その層が構成可能であることを証明した. これは IHES の Abbes 氏との共同研究である.

Beilinson proved that a constructible sheaf on a smooth scheme over a field of positive characteristic has a singular support and its dimension equals that of the scheme.

In mixed characteristic case, the existence of singular support is an open problem although a definition was given using the Frobenius–Witt cotangent bundle. Using an interpretation of the local acyclicity in terms of the transversality, I followed Beilinson’s argument using the Radon transform to prove the saturation of a relative variant of the singular support.

As a converse of Beilinson’s theorem, in a joint work with Ahmed Abbes at IHES, I proved that if an étale sheaf is micro supported on a closed conical subset of the cotangent bundle of dimension at most that of the scheme is constructible.

#### B. 発表論文

1. T. Saito “Graded quotients of ramification groups of local fields with imperfect residue fields”, *Amer. J. Math.* 145 (2023), no.5, 1389–1464.
2. T. Saito “A characterization of ramification

groups of local fields with imperfect residue fields”, *Arithmetic Geometry*, pp 421–433, proceedings of International conference on arithmetic geometry 2020, TIFR.

3. T. Saito “Cotangent bundles and micro-supports in mixed characteristic case”, *Algebra & Number Theory* 16-2 (2022), 335–368.
4. T. Saito “Frobenius-Witt differentials and regularity”, *Algebra & Number Theory* 16-2 (2022), 369–391.
5. T. Saito “Characteristic cycles and the conductor of direct image”, *Journal of the American Mathematical Society*, 34 (2021), 369–410.

#### C. 口頭発表

1. Singular supports and characteristic cycles, Taiwan National University, November 18, 20, 25, 27, 2024, February 10, 12, 17, 19, 2025.
2. Singular supports in positive and mixed characteristics, Oct. 4, 2024, notes, Oberwolfach, Anabelian Geometry and Representations of Fundamental Groups. (ドイツ)
3. On relative singular support in mixed characteristic, 数論幾何学とその周辺, Tokyo Denki University, 2024年5月28日, Regulators V, Pisa, June 13, (イタリア) *Arithmetic Geometry, Algebraic Geometry and Analytic Geometry*, 東大数理, Séminaire de géométrie arithmétique, (IHES) Jeudi 19 septembre 2024.
4. On the Hasse-Arf theorem,  $p$ -adic cohomology and arithmetic geometry, October 25, 2024, 東北大学, 第20回北陸数論研究集会 2024年12月6日, 第19回北陸数論研究集会「超幾何関数の数論とその周辺」2023年11月25日, 金沢大学 *Arithmetic Geometry*, 2023 September 18, IMVAST (ベトナム)
5. Upper ramification groups of local fields with imperfect residue fields, May 30, 31, 2022, Franco-Asian Summer School on

Arithmetic Geometry, Centre International de Rencontres Mathématiques (CIRM), Luminy, (フランス)

6. 余接空間と局所体の分岐群 2022 年 12/23 九大代数学セミナー 九州大学伊都キャンパス
7. Wild ramification and the cotangent bundle in mixed characteristic. Eighth Pacific Rim Conference, 7 August 2020, Online. (アメリカ) Colloquium at University of Minnesota, Feb 18 2021, Online. (アメリカ)
8. Graded Quotients of Ramification Groups of a Local Field with Imperfect Residue Field, January 7, 2020, International conference on arithmetic geometry 2020, TIFR, Mumbai. (インド), 22 janv. 2020, IHES. (フランス)

#### D. 講義

1. 数理科学概論 I(文科生) 多変数関数の微積分 (教養学部前期課程講義)
2. 抽象数学の手ざわり 全学自由ゼミナール  
「抽象数学の手ざわり」をテキストとして, 学生が輪講形式で発表した. (教養学部前期課程講義)

#### E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 松田 光智 (MATSUDA Koji): Rational points and Brauer–Manin obstruction on Shimura varieties classifying abelian varieties with quaternionic multiplication

#### F. 対外研究サービス

1. Journal of Algebraic Geometry, エディター
2. Documenta Mathematica, エディター
3. Japanese Journal of Mathematics, エディター