

教授 (Professor)

齋藤 毅 (SAITO Takeshi)

A. 研究概要

今年度の最大の成果は、正標数の多様体上の ℓ 進層に対しある種の非退化性の条件のもとでその特性輪体を余接束の輪体として定義できたことである。これは、 ℓ 進層の暴分岐と \mathcal{D} 加群の不確定特異点の類似として長らく期待されていたことであり、非退化性という仮定はあるものかなり一般的な状況で定義ができたのは非常に大きな成果である。

非特性的な射によるひきもどしと特性輪体の構成の可換性になりたち、とくに多様体上の曲線への制限による特性輪体の特徴づけが得られる。さらに、非特性的なスムーズ射に関する非輪状性も Deligne-Laumon による相対次元が 1 の場合に帰着させることで証明できる。等標数の局所体上の \log なし分岐群の次数商の微分形式による記述も得られる。また、特性輪体による特性類の表示により Euler 数の公式も証明できる。このほか、局所体上の多様体の分岐理論についての加藤和也氏との共著論文を完成し出版できたのも大変大きな成果である。

I defined the characteristic cycle of an ℓ -adic sheaf on a variety of positive characteristic as a cycle on the cotangent bundle, under a certain non-degenerate assumption. This has been expected for a long time as an analogy between wild ramification of ℓ -adic sheaves and irregularity of \mathcal{D} -modules and is a significant result even we still need a certain condition.

The construction is compatible with the pull-back by a non-characteristic morphism. In particular, we obtain a characterization by the method of cutting-by-curves. The acyclicity of non-characteristic smooth morphism is proved by reducing it to the case of relative dimension 1 proved by Deligne-Laumon. The graded pieces of the non-log ramification groups of a local field of equal characteristic are described by differential forms. The characteristic class equals the cohomology class of the characteristic cycle and the Euler number is computed as the intersection number of the 0-section.

I also completed and published a joint paper with Kazuya Kato on the ramification theory

of varieties over a local field.

B. 発表論文

1. K. Kato and T. Saito “Ramification theory for varieties over a local field,” published on line at Publications Mathematiques, IHES.
2. T. Saito “The determinant and the discriminant of a hypersurface of even dimension,” *Mathematical Research Letters*. 19 (2012), no. 04, 855-871
3. T. Saito “The second Stiefel-Whitney classes of ℓ -adic cohomology,” *Journal für die reine und angewandte Mathematik*. Published on line.
4. T. Saito “Ramification of local fields with imperfect residue fields III”, *Mathematische Annalen*, 352, Issue 3 (2012), 567-580.
5. A. Abbes and T. Saito “Ramification and cleanliness”, *Tohoku Mathematical Journal*, Centennial Issue, 63 No. 4 (2011), 775-853.
6. A. Abbes and T. Saito “Local Fourier transform and epsilon factors”, *Compositio Mathematica*, 146-6, (2010) 1507-1551.
7. T. Saito “Hilbert modular forms and p -adic Hodge theory” *Compositio Mathematica*, 145-5, (2009) 1081-1113.
8. T. Saito “Wild ramification and the characteristic cycle of an ℓ -adic sheaf” *Journal de l’Institut de Mathematiques de Jussieu*, (2009) 8(4), 769-829
9. A. Abbes and T. Saito “Analyse microlocale ℓ -adique en caractéristique $p > 0$: Le cas d’un trait”, *Publications RIMS* 45-1 (2009) 25-74
10. K. Kato and T. Saito “Ramification theory for varieties over a perfect field”, *Annals of Math.* 168 (2008), 33-96.

C. 口頭発表

1. Wild ramification and the cotangent bundle, 25/01/13 KIAS number theory seminar, 20/02/13 IPMU Inter-disciplinary Colloquim.
 2. Introduction to wild ramification of schemes and sheaves, Arizona Winter School 2012: Ramification and Geometry March 10-14, 2012, University of Arizona in Tucson Uni Padova March 19-30, 2012
 3. Discriminant and determinant of a hypersurface of even dimension, 2011 年 7/27(水) 代数学コロキウム 東大数理 123 教室, 仙台 シンポジウム 2011 年 8/2 (火)、Une apres-midi de Geometrie Arithmetique a l'IHES 12 septembre, 2011, 2011 Japan-Taiwan Mini workshop on Arithmetic Algebraic Geometry and related topics, Nov. 17-19. Number theory seminar, University of Chicago, 2012 Jan. 18, Arithmetic and Algebraic Geometry 2012 Univ. of Tokyo, 2012 Feb. 17.
 4. Discriminant and the determinant of a complete intersection, Okinawa Shogaku, 10:00-11:20, Oct. 10, 2011, Workshop on arithmetic geometry 2011
 5. Second Stiefel-Whitney class of ℓ -adic cohomology, 東北大学代数学幾何セミナー、2011 年 1 月 14 日 (金) Geometrie Arithmetique et motivique, CIRM, 19 septembre 2011. Galois Representations and Arithmetic Geometry, Institut de Mathematiques de Bordeaux, 15:15-16:15, July 11 2012.
 6. An ℓ -adic Riemann-Roch formula (joint work with Kazuya Kato), Geometric Langlands seminar, University of Chicago, 2012 Jan. 16, Conf. in honor of Jean-Marc Fontaine, IHP フランス, March 25, Regulator III, Barcelona スペイン, July 20, 代数的整数論とその周辺 数理研 2010 年 12 月 6 日
 7. Wild ramification of schemes and sheaves, ICM, Hyderabad インド, August 27, PANT, Kyoto 日本, September 17, Witt vectors, foliations, and absolute de Rham cohomology, Nagoya 日本 2010 Nov 24, Seoul-Tokyo Conference on Arithmetic and Algebraic Geometry KIAS ソウル 2010 Nov. 26, Arithmetic and Algebraic Geometry 2011 東京 Jan. 22. 2010
 8. Characteristic cycle of an ℓ -adic sheaf, Tsinghua, Beijing 中国, East Asia number theory conference, 2009 Aug. 19-22.
 9. 分岐理論の現状と展望, 2009 年 1 月 1 3 日 (火) 分岐理論 合宿型セミナー 神戸フルーツフラワーパーク
 10. Local Fourier transform and epsilon factors, (Tambara (2008 June 29, Workshop on Arithmetic and Algebraic Geometry)) 代数幾何研究集会 東大数理 (July 3)) (Rennes フランス, 2009 July 10, Journées arithmétiques de Rennes, July 6-10, Univ. de Rennes)
- D. 講義
1. 数理科学 I : 微積分の続き (教養学部前期課程講義).
 2. 整数論 : 局所体の分岐群の定義など, 高次元の分岐理論の基礎を解説した. (数理大学院・4 年生共通講義)
- E. 修士・博士論文
1. (論文博士)Uzun Mecit Kerem: Motivic homology and class field theory over p -adic fields.
 2. (修士) 寺門康祐 (TERAKADO Kousuke): The determinant of a double covering of the projective space of even dimension and the discriminant of the branch locus.
 3. (修士) 谷田川友里 (YATAGAWA Yuri): On ramification filtration of local fields of equal characteristic.
 4. (修士) 福田浩平 (FUKUDA Kouhei): Cubic roots of the discriminant of elliptic curves and 3-division points.
 5. (修士) 吉川祥 (YOSHIKAWA Shou): Describing the 4-th roots of the discriminant

of an elliptic curve in terms of the 4-torsion points.

F. 対外研究サービス

1. Arithmetic Geometry week in Tokyo, June 4-8, 2012, Dept. of Math. Sci., Univ. of Tokyo オーガナイザー
2. 第 10, 11 回高木レクチャー 5 月 26 日, 11 月 17,18 日オーガナイザー
3. 玉原数論幾何研究集会, 10 月 22 日 (月)~10 月 25 日 (木) オーガナイザー
4. モジュラー曲線の数論と幾何, 第 58 回 Encounter with Mathematics, 中央大学工学部、2012 年 9 月 10 日 (月)、11 日 (火) オーガナイザー
5. Documenta Mathematica, エディター
6. Japanese Journal of Mathematics, エディター