2. 特性サイクル

2.1. 孤立特性点　$\dim X = n$. $\dim C = n$

定義1.1 $C \subset T^*X$ closed conical

$f: X \to Y$ smooth curve

$u \in X$. isolated char pt とは f が $X - \{u\}$ で C-trans.

$C = \bigcup C_a$. $A = \sum m_a C_a$

ω T^*Y の $v = f(u)$ での基底

$df^*(\omega)$ T^*X の切断

u の外では C と交わらない

交点積 $(A, df(\omega))_{T^*X, u}$ が定義される

↑

ω によらない

$(A, df)_{T^*X, u}$.

例、問題 $A = T^*_X X$. $\Rightarrow$ $(T^*_X X, df) = \mathrm{length}_{\mathcal{O}_{X,x}} \mathcal{O}_{X,x} / (\frac{\partial f}{\partial x_i}, i = 1, \dots, n)$

2.2. Milnor公式と特性サイクル

定理2.1. X は smooth. dim n. $\mathcal{F}$ micro supp on $C = \bigcup C_a$
$\dim C = n$

$\exists 1$ $\mathrm{Char}_C \mathcal{F} = \sum m_a C_a$ s.t. $m_a \in \mathbb{Z}[\frac{1}{p}]$

$$\begin{array}{l} \forall u \in U \to Y \quad \text{isol char w.r.t } j^\circ C \\ \text{étale} \downarrow j \\ \quad X \end{array}$$

$$-\mathrm{dimtot}\, \phi_u (j^* \mathcal{F}, f) = (\mathrm{Char}_C \mathcal{F}, df)_{T^*U, u}.$$

系　indep of C

定義　$\mathrm{Char}\, \mathcal{F}$

例　$\mathrm{Ch}\, \Lambda = (-1)^n T^*_X X$.

予想　$m_a \in \mathbb{Z}$　Hasse-Arf の高次元化. dim=1 なら ok

2. TBC.

3 Swan 導手の平坦性

$\varphi : X \to \mathbb{Q}$　　X の geom pt 上の関数と考える

$X \to S$　quasi-finite　$\varphi : X \to \mathbb{Q}$

定義 3.1 φ の導分

$$\delta(\varphi)(x \leftarrow t) = \varphi(x) - \sum_{z \in X_{(x)} \times_{S_{(s)}} t} \varphi(t)$$

$\delta(\varphi) = 0$　φ は S 上平坦
≥ 0　　増加

$\mathcal{F}$ on X　$f : X \to S$ smooth curve　Z (q-f/S) の外で loc.const ~~...~~

$$\varphi(x) = \dim \mathrm{tot}_x (\mathcal{F}|_{X_s})$$

定理 1.1 (Deligne–Laumon)
1. φ は constructible, f. loc acyclic ⇒ φ は平坦.

2. $\mathcal{F} = j_! g$　$j : X - Z \hookrightarrow X$. Z flat/S とする.
φ は減少で　φ flat ⇔ $\mathcal{F}$ (univ) loc acyclic.

1 の後半の一般化

$$\begin{tikzcd} Z \arrow[r, phantom, "\subset"] & X \arrow[r, "f"] \arrow[dr, "p"'] & Y \arrow[d, "\text{smooth curve}"] \\ & & S \end{tikzcd}$$

Z: q-f/S

$\mathcal{F}$ on X　f Z の外で loc. acyclic

$$\varphi(x) = \dim \mathrm{tot}\, \phi_x(\mathcal{F}|_{X_s}, f_s)$$

命題 1.2　p- loc acyclic rel to $\mathcal{F}$ ⇒ φ は flat/S

証明は van. topos を使って あとまわし
命題 1.2 ⇒ 定理 2.2.1 の証明 ~~...~~