$(1+x)^a$, Arcsin x の巾級数展開．a が自然数 n のときは，${}_nC_k = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}$ を $\binom{n}{k}$ と書けば，

$$(1+x)^n = 1 + x + \frac{n}{2}x^2 + \cdots + \binom{n}{k}x^k + \cdots + x^n$$

である．a が自然数でないときも，$\binom{a}{k} = \frac{a(a-1)\cdots(a-k+1)}{k!}$ とおく．

$$\sum_{n=0}^{\infty} \binom{a}{n} x^n$$

の収束半径は 1 である．$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{a}{n} x^n$ とおくと，項別微分すれば，$f'(x)(1+x) = af(x)$ である．したがって，

$$\left(\frac{f(x)}{(1+x)^a}\right)' = \frac{f'(x)(1+x)^a - f(x)a(1+x)^{a-1}}{(1+x)^a} = 0$$

である．$\left.\dfrac{f(x)}{(1+x)^a}\right|_{x=0} = 1$ だから，$f(x) = (1+x)^a$ である．

$a = -\frac{1}{2}$ とおき，x に $-x^2$ を代入すれば，

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \binom{-\frac{1}{2}}{n} x^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdots(2n-1)}{2\cdot 4\cdots 2n} x^{2n}$$

である．これを項別微分すれば，

$$\mathrm{Arcsin}\ x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdots(2n-1)}{2\cdot 4\cdots 2n} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

が得られる．