代数学の基本定理の定式化：

定理 1 $a_1, \dots, a_n$ を複素数とすると，方程式 $X^n + a_1X^{n-1} + \cdots + a_n = 0$ の複素数解 $X = \alpha$ が存在する． □

定理 2 $a_1, \dots, a_n$ を複素数とすると，$X^n + a_1X^{n-1} + \cdots + a_n = (X-\alpha_1)\cdots(X-\alpha_n)$ をみたす複素数 $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ が存在する． □

定理 3 $a_1, \dots, a_n$ を実数とすると，$X^n + a_1X^{n-1} + \cdots + a_n = (X-p_1)\cdots(X-p_m)\cdot((X-q_1)^2+r_1^2)\cdots((X-q_l)^2+r_l^2)$ をみたす実数 $p_1, \dots, p_m, q_1, \dots, q_l, r_1 > 0, \dots, r_l > 0$ が存在する． □

閉集合：

命題 4 平面上の点の空でない集合 A について，次の条件 (1)–(4) はすべてたがいに同値である．

(1) A の点列 (P_n) が収束するならば，極限 $Q = \lim_{n\to\infty} P_n$ も A の点である．

(2) 平面上のすべての点で定義されたいたるところ連続な関数 $f(x,y)$ で，$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x,y) = 0\}$ となるものが存在する．

(3) 平面上のすべての点で定義されたいたるところ連続な関数 $f(x,y)$ で，$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x,y) \leq 0\}$ となるものが存在する．

(4) 点 Q が A の点でなければ $\inf_{P\in A} d(P,Q) > 0$ である． □

コンパクト集合：

定理 5 平面上の点の空でない集合 A について，次の条件 (1)–(3) は同値である．

(1) A で定義された任意の連続関数 $f(x,y)$ に対し，A の点 Q で A の任意の点 P に対し $f(P) \leq f(Q)$ をみたすものが存在する．

(2) A は有界な閉集合である．

(3) A の任意の点列に，A の点に収束する部分列がある． □

レポート問題：

1. 定理 1 から定理 2 を導け．
2. 定理 2 から定理 3 を導け．
3. 定理 3 から定理 1 を導け．