

教授 (Professor)

高木 俊輔 (TAKAGI Shunsuke)

#### A. 研究概要

標数  $p$  への還元がほとんどすべての  $p$  に関して大域的  $F$  正則多様体になるような、標数  $0$  の代数閉体上で定義された射影多様体を大域的  $F$  正則型多様体という。Karl Schwede と Karen Smith は、大域的  $F$  正則型多様体は対数的 Fano 多様体であると予想した。Paolo Cascini (インペリアル・カレッジ)、河上龍郎 (京都大学) との共同研究において、3次元非特異多様体で反標準因子がネフである場合に、Schwede-Smith の予想を肯定的に解決した。本プロジェクトは 2018 年に Cascini との共同研究として始まったが、当時の証明は Bauer-Peternell による反標準因子がネフな 3次元非特異有理連結多様体の分類に依存しており、Bauer-Peternell の議論にギャップがあったため、数年間お蔵入りの状態であった。今年度、河上を共同研究者に加え、分類を直接的には用いない証明へと改良することで、プレプリント (発表論文 [1]) が完成した。

A variety of globally  $F$ -regular type is a projective variety defined over an algebraically closed field of characteristic  $0$  whose reduction to characteristic  $p$  is globally  $F$ -regular for almost all  $p$ . Karl Schwede and Karen Smith conjectured that varieties of globally  $F$ -regular type are log Fano. In joint work with Paolo Cascini (Imperial College) and Tatsuro Kawakami (Kyoto University), we give an affirmative answer to their conjecture in the case of three-dimensional smooth varieties with nef anti-canonical divisor. This project began as a collaboration with Cascini in 2018. At that time, our proof relied on the classification of three-dimensional smooth rationally connected varieties with nef anti-canonical divisors by Bauer-Peternell. However, due to a serious gap in their argument, the project remained dormant for several years. This year, with Kawakami joining us as a collaborator, we refined the proof to avoid direct reliance on the classification. As a result, we completed the preprint [1].

#### B. 発表論文

1. P. Cascini, T. Kawakami and S. Takagi : “Threefolds of globally  $F$ -regular type with nef anti-canonical divisor”, arXiv:2410.03871.
2. S. Takagi and T. Yamaguchi : “On the behavior of adjoint ideals under pure morphisms”, arXiv:2312.17537.
3. K. Sato and S. Takagi : “Deformations of log terminal and semi log canonical singularities”, Forum Math. Sigma **11** (2023), E35.
4. K. Sato and S. Takagi : “Arithmetic and geometric deformations of  $F$ -pure and  $F$ -regular singularities”, arXiv:2103.03721, to appear in Amer. J. Math.
5. K. Sato and S. Takagi : “Weak Akizuki-Nakano vanishing theorem for globally  $F$ -split 3-folds”, manuscripta math. (2024).
6. S. Takagi : “Finitistic test ideals on numerically  $\mathbb{Q}$ -Gorenstein varieties”, J. Algebra **571** (2021), 266–279.
7. K. Sato and S. Takagi : “General hyperplane sections of threefolds in positive characteristic”, J. Inst. Math. Jussieu. **19** (2020), no. 2, 647–661.

#### C. 口頭発表

1. Threefolds of globally  $F$ -regular type with nef anti-canonical divisor, 可換環論と射影代数幾何学 2024 熊本, 熊本大学, 2024 年 12 月.
2. Some limitations of reduction mod  $p$  methods, COMA Special Topic, SLMATH, 2024 年 5 月.

#### D. 講義

1. 数理科学概論 II (文科生) : 線型空間の基礎, 正方行列の対角化とその応用について講義した. (教養学部前期課程講義)
2. 線型代数学 II : 行列式, 計量線型空間, 正方行列の対角化とその応用, 2次形式について講義した. (教養学部前期課程講義)
3. 線型代数学演習 : 「線型代数学 II」に関する演習を行った.

4. 数学統論 XB・応用代数学：代数幾何の基礎（Hartshorne 著 “Algebraic Geometry” の第 2, 3 章程度）を仮定して，標数 0 の代数閉体上定義された代数多様体の特異点論を概説した．正規多様体上の因子の理論（Weil 因子と因子層の対応）から始め，古典的特異点（有理特異点），極小モデル理論に現れる特異点（対数端末特異点，対数標準特異点）の基本的性質を解説した．最後に，乗数イデアル層の制限定理の応用として，対数標準特異点の逆同伴を証明した．
5. 数学特殊講義 A・数学特別講義 A・数学最先端特別講義 M（代数系）：大域的  $F$  正則多様体の幾何学的性質を概説した．（集中講義・東京工業大学・2024 年 7 月 29 日～8 月 2 日）

#### F. 対外研究サービス

1. Algebra & Number Theory 編集委員．
2. Journal of the Korean Mathematical Society 編集委員（～1 月 31 日）．
3. 日本数学会代数学分科会 運営委員．
4. 岩波書店「数学叢書」編集顧問．
5. 東京可換環論セミナー 世話人．

#### H. 海外からのビジター

Mircea Mustața, 特任教員, 数理科学特別講義 IX を担当した．