

教授 (Professor)

高木 俊輔 (TAKAGI Shunsuke)

A. 研究概要

今年度は、純射 (普遍単射) における極小モデル理論に現れる特異点の振る舞いについて研究した。最近 Z. Zhuang は、klt 型 (resp. plt 型) 特異点の純部分環は再び klt 型 (resp. plt 型) 特異点になることを証明した。山口樹 (東京大学) との共同研究において、BCM 判定イデアルを使って Zhuang の結果を以下のように拡張した。 $\pi : Y \rightarrow X$ を正規複素代数多様体の間の純射とし、 Δ_X を X 上の有効 $\mathbb{Q}$ -Weil 因子、 Δ_Y を Δ_X のサイクル理論的な引き戻しとする。 $K_X + \Delta_X$, $K_Y + \Delta_Y$ が $\mathbb{Q}$ -Cartier であることは仮定しない。また、 (X, Δ_X) (resp. (Y, Δ_Y)) の乗数イデアル層を $\mathcal{J}(X, \Delta_X)$ (resp. $\mathcal{J}(Y, \Delta_Y)$) と表す。このとき、 $\bigoplus_{n \geq 0} \mathcal{O}_X(-n(K_X + \Delta_X))$ が有限生成 $\mathcal{O}_X$ 代数ならば、 $\pi_* \mathcal{J}(Y, \Delta_Y) \cap \mathcal{O}_X \subseteq \mathcal{J}(X, \Delta_X)$ という包含が成り立つ。この結果の系として、 (Y, Δ_Y) が klt 型であれば、 (X, Δ_X) も klt 型であることが直ちに導かれる。さらに、随伴イデアル層に関しても類似の主張が成り立つことを証明した。

This year I have studied the behavior of singularities in the minimal model program under pure morphisms. Z. Zhuang recently proved that pure subrings of singularities of klt type (resp. plt type) are of klt type (resp. plt type). In joint work with Tatsuki Yamaguchi, using BCM test ideals, we generalized his result as follows: let $\pi : Y \rightarrow X$ be a pure morphism between complex normal varieties and Δ_X be an effective $\mathbb{Q}$ -Weil divisor on X , and Δ_Y denotes the cycle-theoretic pullback of Δ_X by π . Note that $K_X + \Delta_X$ and $K_Y + \Delta_Y$ are not necessarily $\mathbb{Q}$ -Cartier. $\mathcal{J}(X, \Delta_X)$ (resp. $\mathcal{J}(Y, \Delta_Y)$) denotes the multiplier ideal of (X, Δ_X) (resp. (Y, Δ_Y)). We prove that if $\bigoplus_{n \geq 0} \mathcal{O}_X(-n(K_X + \Delta_X))$ is a finitely generated $\mathcal{O}_X$ -algebra, then $\pi_* \mathcal{J}(Y, \Delta_Y) \cap \mathcal{O}_X \subseteq \mathcal{J}(X, \Delta_X)$. It immediately follows from this that if (Y, Δ_Y) is of klt type, then so is (X, Δ_X) . We can prove a similar statement for adjoint

ideals.

B. 発表論文

1. S. Takagi and T. Yamaguchi : “On the behavior of adjoint ideals under pure morphisms”, in preparation.
2. K. Sato and S. Takagi : “Deformations of log terminal and semi log canonical singularities”, to appear in Forum Math. Sigma.
3. K. Sato and S. Takagi : “Arithmetic and geometric deformations of F -pure and F -regular singularities”, arXiv:2103.03721.
4. K. Sato and S. Takagi : “Weak Akizuki-Nakano vanishing theorem for globally F -split 3-folds”, arXiv:1912.12074.
5. S. Takagi : “Finitistic test ideals on numerically $\mathbb{Q}$ -Gorenstein varieties”, J. Algebra **571** (2021), 266–279.
6. K. Sato and S. Takagi : “General hyperplane sections of threefolds in positive characteristic”, J. Inst. Math. Jussieu. **19** (2020), no. 2, 647–661.
7. Y. Gongyo and S. Takagi : “Kollár’s injectivity theorem for globally F -regular varieties”, Eur. J. Math. **5** (2019), 872–880.
8. S. Takagi and K.-i. Watanabe : “ F -singularities: applications of characteristic p methods to singularity theory”, Sugaku Expositions **31** (2018), 1–42.

C. 口頭発表

1. Deformations of klt and slc singularities, Seminar of Algebraic Geometry in East Asia, オンライン, 2022 年 6 月.
2. 対数端末特異点と対数標準特異点の変形について, 代数幾何学セミナー, 名古屋大学, 2022 年 12 月.
3. 巨大な Cohen-Macaulay 代数と代数多様体の特異点, 名古屋大学多元数理科学研究科談話会, 名古屋大学, 2022 年 12 月.
4. Pure subrings of KLT singularities and BCM test ideals, Resolutions in Local Algebra and Singularity Theory, MFO, Germany, 2023 年 2 月.

D. 講義

1. 数理科学基礎：微分積分学の導入部分について講義した。(教養学部前期課程講義)
2. 微分積分学 I・II：微分積分学の基礎事項について講義した。(教養学部前期課程講義)
3. 数理科学基礎演習：「数理科学基礎」に関する演習を行った。(教養学部前期課程講義)
4. 数学基礎理論演習：「微分積分学 I」に関する演習を行った。(教養学部前期課程講義)
5. 微分積分学演習：「微分積分学 II」に関する演習を行った。(教養学部前期課程講義)
6. 代数学 XA・代数構造論 I：可換環論の基礎を講義した。(数理大学院・4 年生共通講義)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 大貫 紘嵩 (ONUKI Hirotaka): 混標数の藤田自由性予想について.

F. 対外研究サービス

1. Algebra & Number Theory 編集委員.
2. Journal of the Korean Mathematical Society 編集委員.
3. 日本数学会代数学分科会 運営委員.
4. 岩波書店「数学叢書」編集顧問.
5. 文部科学省 科学技術・学術政策研究所 科学技術動向研究センター 専門調査員.
6. 東京可換環論セミナー 世話人.

G. 受賞

1. 2019 年度日本数学会代数学賞, 受賞題目「標数 0 の特異点と F 特異点」.