

教授 (Professor)

高木 俊輔 (TAKAGI Shunsuke)

#### A. 研究概要

今年度は標数 0 の極小モデル理論に現れる特異点の変形について研究した。特に佐藤謙太 (九州大学) との共同研究において、以下の結果を得た。

(1) Esnault-Viehweg は、2 次元対数端末特異点が小変形で保たれることを証明した。Esnault-Viehweg の議論を用いると、一般次元でも生成ファイバーが  $\mathbb{Q}$ -Gorenstein であれば、対数端末特異点は小変形で保たれることを示される。我々は、付置論的対数端末特異点が滑らかな底空間上の変形で保たれることを証明した。ここで付置論的対数端末特異点とは、対数端末特異点の非  $\mathbb{Q}$ -Gorenstein の場合への一般化である。この結果の系として、Esnault-Viehweg の結果の底空間が高次元の場合への拡張が得られる。

(2) 石井志保子は、生成ファイバーが  $\mathbb{Q}$ -Gorenstein であれば、孤立対数標準特異点は小変形で保たれることを示した。我々は特異点の小変形に関して、特殊ファイバーが対数標準特異点を持つならば、生成ファイバーは付置論的対数標準特異点を持つことを証明した。ここで付置論的対数標準特異点とは、対数標準特異点の非  $\mathbb{Q}$ -Gorenstein の場合への一般化である。この結果の系として、石井の結果の非孤立特異点の場合への拡張が得られる。

This year I have worked on deformation problems of singularities in the minimal model program. In particular, in joint work with Kenta Sato (Kyushu University), we prove the following two results.

(1) Esnault-Viehweg proved that two-dimensional log terminal singularities are invariant under small deformations. Their argument tells us that an analogous statement holds in higher dimensions if the generic fiber is  $\mathbb{Q}$ -Gorenstein. As a generalization of this result to the higher dimensional base case, we prove that valuatively log terminal singularities are invariant under a deformation over a smooth base. Here, valuatively log terminal singularities are a generalization of log terminal

singularities to the non- $\mathbb{Q}$ -Gorenstein setting.

(2) S. Ishii proved that isolated log canonical singularities deform to log canonical singularities if the generic fiber is  $\mathbb{Q}$ -Gorenstein. As a generalization of this result to the non-isolated case, we prove that if the special fiber has log canonical singularities, then the generic fiber has valuatively log canonical singularities. Here, valuatively log canonical singularities are a generalization of log canonical singularities to the non- $\mathbb{Q}$ -Gorenstein setting.

#### B. 発表論文

1. K. Sato and S. Takagi : “Deformations of log terminal and semi log canonical singularities”, preprint (2022).
2. K. Sato and S. Takagi : “Arithmetic and geometric deformations of  $F$ -pure and  $F$ -regular singularities”, arXiv:2103.03721.
3. K. Sato and S. Takagi : “Weak Akizuki-Nakano vanishing theorem for globally  $F$ -split 3-folds”, arXiv:1912.12074.
4. S. Takagi : “Finitistic test ideals on numerically  $\mathbb{Q}$ -Gorenstein varieties”, *J. Algebra* **571** (2021), 266–279.
5. K. Sato and S. Takagi : “General hyperplane sections of threefolds in positive characteristic”, *J. Inst. Math. Jussieu*. **19** (2020), no. 2, 647–661.
6. Y. Gongyo and S. Takagi : “Kollár’s injectivity theorem for globally  $F$ -regular varieties”, *Eur. J. Math.* **5** (2019), 872–880.
7. S. Takagi and K.-i. Watanabe : “ $F$ -singularities: applications of characteristic  $p$  methods to singularity theory”, *Sugaku Expositions* **31** (2018), 1–42.
8. B. Bhatt and K. Schwede and S. Takagi : “The weak ordinarity conjecture and  $F$ -singularities”, *Higher dimensional algebraic geometry*, 11–39, *Adv. Stud. Pure Math.*, 74, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2017.
9. A. Singh, S. Takagi and M. Varbaro : “A Gorenstein criterion for strongly  $F$ -regular and log terminal singularities”, *Int. Math. Res. Not. IMRN* **2017**, no.21, 6484–6522.

10. V. Srinivas and S. Takagi : “Nilpotence of Frobenius action and the Hodge filtration on local cohomology”, *Adv. Math.* **305**, (2017), 456–478.

#### C. 口頭発表

1. Kodaira vanishing for thickenings of globally  $F$ -regular varieties, IIT Bombay Virtual Commutative Algebra Seminar, オンライン, 2022 年 2 月.
2. 正則有限被覆を持つ特異点の因子類群について, 可換環論の新しい融合セミナー, 大阪市立大学, 2022 年 1 月.

#### D. 講義

1. 代数学 XH・代数幾何学 : 2016 年に Yve André によって直和因子予想が肯定的に解決されて以来, 混標数の可換環論が急速に進展している. 本講義では, 最近 Linqun Ma と Karl Schwede によって導入された混標数の特異点の理論を紹介し,  $F$  特異点と極小モデル理論に現れる特異点の対応への応用について解説した. Ma-Schwede の理論は正標数の特異点の理論である  $F$  特異点論を下敷きにしているので,  $F$  特異点論についても概説した. (数理大学院・4 年生共通講義)
2. 数理科学基礎・線型代数学 I : 線型代数学の基礎事項について講義した. (教養学部前期課程講義)
3. 数理代数学 : 群論及び有限群の表現論の基礎事項について講義した. (教養学部統合自然科学科)
4. 数理代数学演習 : 「数理代数学」に関する演習を行なった. (教養学部統合自然科学科)
5. 代数学特別講義 B : 可換環論的側面に重点を置いて, Ma-Schwede の混標数の特異点論について解説した. (明治大学・集中講義・9 月 6~10 日)

#### E. 修士・博士論文

1. (博士) 河上 龍郎 (KAWAKAMI Tatsuro): Studies on the Bogomolov-Sommese vanishing theorem and Du Val del Pezzo surfaces in positive characteristic.
2. (博士) 吉川 翔 (YOSHIKAWA Shou): Stud-

ies on algebraic varieties admitting a polarized endomorphism and the minimal model program in mixed characteristic.

#### F. 対外研究サービス

1. Algebra & Number Theory 編集委員.
2. Journal of the Korean Mathematical Society 編集委員.
3. 日本数学会代数学分科会 運営委員.
4. 岩波書店「数学叢書」編集顧問.
5. 文部科学省 科学技術・学術政策研究所 科学技術動向研究センター 専門調査員.
6. 東京可換環論セミナー 世話人.
7. 研究集会「可換環論の新しい融合セミナー I, II」(大阪市立大学・1 月 12~14 日, 3 月 9~11 日・ハイブリッド形式) 世話人.

#### G. 受賞

1. 2019 年度日本数学会代数学賞, 受賞題目「標数 0 の特異点と  $F$  特異点」.
2. 平成 29 年度科学技術分野の文部科学大臣表彰若手科学者賞, 業績題目「正標数の手法を用いた双有理幾何学に現れる特異点の研究」.