

准教授 (Associate Professor)

高木 俊輔 (TAKAGI Shunsuke)

A. 研究概要

今年度は以下の2つの研究を行った。

判定イデアルは F 特異点論において重要な役割を担うイデアルである。判定イデアルには有限判定イデアルと巨大判定イデアルの2種があるが、両者は一致すると予想されている。この予想は、Aberbach–MacCrimmon, 原伸生, Karen Smith らによって $\mathbb{Q}$ -Gorenstein 多様体の場合には正しいことが知られていたが、私は彼らの結果を数値的 $\mathbb{Q}$ -Gorenstein 多様体の場合に拡張した。

Kollár は標数 0 の非特異射影多様体上の半豊富な直線束に対する単射性定理を証明した。この Kollár の単射性定理は小平の消滅定理の拡張と見なされるものであり、正標数では一般には成り立たない。権業善範との共同研究において、Kollár の単射性定理が大域的 F 正則多様体上では成り立つことを証明した。藤野は Kollár の単射性定理がトーリック射影多様体上で成り立つことを証明したが、我々の結果は藤野の結果の一般化になっている。

I've worked on two research projects this year. Test ideals play an important role in the theory of F -singularities. There are two kinds of test ideals, finitistic test ideals and big test ideals, and it is conjectured that they coincide with each other. Aberbach–MacCrimmon, N. Hara and K. Smith proved this conjecture when the variety was $\mathbb{Q}$ -Gorenstein. I generalize their result to the numerically $\mathbb{Q}$ -Gorenstein case.

Kollár proved an injectivity theorem for semiample line bundles on a smooth projective variety over an algebraically closed field of characteristic zero. Kollár's injectivity theorem can be viewed as a generalization of the Kodaira vanishing theorem and it fails in positive characteristic. On the other hand, Fujino proved that it holds for projective toric varieties over a field of any characteristic. In joint work with Yoshinori Gongyo, we prove that Kollár's injectivity theorem holds for globally F -regular varieties, which gives a generalization of Fujino's result.

B. 発表論文

1. Y. Gongyo and S. Takagi : “Kollár's injectivity theorem for globally F -regular varieties”, arXiv:1802.07631, to appear in European Journal of Mathematics.
2. S. Takagi : “Finitistic test ideals on numerically $\mathbb{Q}$ -Gorenstein varieties”, arXiv:1709.09383.
3. K. Sato and S. Takagi : “General hyperplane sections of threefolds in positive characteristic”, arXiv:1703.0070.
4. S. Takagi and K.-i. Watanabe : “ F -singularities: applications of characteristic p methods to singularity theory”, to appear in Sugaku Expositions.
5. B. Bhatt, K. Schwede and S. Takagi : “The weak ordinarity conjecture and F -singularities”, Higher dimensional algebraic geometry, 11–39, Adv. Stud. Pure Math., 74, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2017.
6. A. Singh, S. Takagi and M. Varbaro : “A Gorenstein criterion for strongly F -regular and log terminal singularities”, Int. Math. Res. Not. IMRN **2017**, no.21, 6484–6522.
7. V. Srinivas and S. Takagi : “Nilpotence of Frobenius action and the Hodge filtration on local cohomology”, Adv. Math. **305**, (2017), 456–478.
8. H. Dao and S. Takagi : “On the relationship between depth and cohomological dimension”, Compos. Math. **152** (2016), no.4, 876–888.
9. Y. Gongyo and S. Takagi : “Surfaces of globally F -regular and F -split type”, Math. Ann. **364** (2016), 841–855.

C. 口頭発表

1. General hyperplane sections of threefolds in positive characteristic, 第4回杜の都代数学幾何学研究集会, 2018年3月.
2. Finitistic test ideals on numerically $\mathbb{Q}$ -Gorenstein varieties, 第30回可換環論セミナー, 北海道教育大学, 2018年1月.

3. 正標数の可換環論におけるフロベニウス射を用いた手法, 可換環論と数論幾何の新展開散〜ホモロジカル予想を通じて〜, 名古屋大学, 2017 年 6 月.
4. On F -pure thresholds (a series of 5 lectures), Commutative Algebra and Related Topics, 沖縄科学技術大学院大学, 2017 年 5 月.
5. General hyperplane sections of threefolds in positive characteristic, The London Geometry and Topology seminar, Imperial College London, 2017 年 5 月.

D. 講義

1. 線型代数学 I・II: 理系向けに線形代数の基礎を講義した. (教養学部前期課程講義)
2. 数学 I (文系): 文系向けに一変数関数の微分・積分を講義した. (教養学部前期課程講義)
3. 数学統論 XB・基礎数論特別講義 I: 有理特異点の基本的な性質から最近の進展までを概説した. (数理解析大学院・4 年生共通講義)

E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 江尻 祥 (EJIRI Sho): Studies on algebraic fiber spaces in positive characteristic

F. 対外研究サービス

1. 文部科学省 科学技術・学術政策研究所 科学技術動向研究センター 専門調査員
2. 研究集会 “第 39 回可換環論シンポジウム” (数理解析研究所・11 月 13-17 日) 世話人
3. 研究集会 “Higher dimensional algebraic geometry” (東京大学数理解析研究科・3 月 12-16 日) 世話人

G. 受賞

1. 平成 29 年度科学技術分野の文部科学大臣表彰 若手科学者賞 (2017 年 4 月)

H. 海外からのビジター

Linquan Ma (University of Utah) stayed during December 12-16 and discussed an application of perfectoid spaces to commutative algebra. He also gave a talk entitled “Perfectoid test ideals” at Algebraic Geometry seminar.