

准教授 (Associate Professor)

高木 俊輔 (TAKAGI Shunsuke)

A. 研究概要

今年度は、正標数の準射影代数多様体の一般超平面切断の特異点について研究した。 X を標数 $p \geq 0$ の代数閉体上定義された 3 次元準射影代数多様体とし、 H を X の一般超平面切断とする。 $p = 0$ のとき Miles Reid は、 X が高々標準特異点しか持たないならば、 H は高々 Du Val 特異点しか持たないことを示した。証明には自由な線形系に対する Bertini の定理が用いられるが、これは正標数では成り立たない。「Reid の定理と同じ主張が正標数で成り立つか？」というのは、正標数の双有理幾何学において基本的な問題の一つであった。佐藤謙太との共同研究において、MJ 標準特異点の理論を利用することで、この問題を肯定的に解決した。また p が 7 以上のとき、 X が高々対数的端末特異点しか持たないならば、 H も高々対数的端末特異点しか持たないことも証明した。対数的端末特異点の場合の証明には、 F 特異点の理論を応用する。

In this year, we studied the singularities of a general hyperplane section of a quasi-projective variety over an algebraically closed field of positive characteristic.

Let X be a three-dimensional quasi-projective variety over an algebraically closed field of characteristic $p \geq 0$ and H be a general hyperplane section of X . When $p = 0$, Miles Reid proved that if X has only canonical singularities, then H has only Du Val singularities. His proof relies on the Bertini theorem for base point free linear systems, which fails in positive characteristic. Hence, it is natural to ask whether a similar statement to Reid's result holds in positive characteristic or not. In joint work with Kenta Sato, using the theory of MJ-canonical singularities, we gave an affirmative answer to this question. When $p > 5$, we also proved that if X has only klt singularities, then so does H , using the theory of F -singularities.

B. 発表論文

1. K. Sato and S. Takagi : “General hyperplane sections of threefolds in positive characteristic”, arXiv:1703.00770.

2. A. Singh, S. Takagi and M. Varbaro : “A Gorenstein criterion for strongly F -regular and log terminal singularities”, to appear in Int. Math. Res. Not.
3. V. Srinivas and S. Takagi : “Nilpotence of Frobenius action and the Hodge filtration on local cohomology”, Adv. Math. **305** (2017), 456–478.
4. H. Dao and S. Takagi : “On the relationship between depth and cohomological dimension”, Compos. Math. **152** (2016), no.4, 876–888.
5. S. Takagi and K.-i. Watanabe : “ F -singularities: applications of characteristic p methods to singularity theory”, to appear in Sugaku Expositions.
6. T. de Fernex, R. Docampo, S. Takagi and K. Tucker : “Comparing multiplier ideals to test ideals on numerically \mathbb{Q} -Gorenstein varieties”, Bull. London Math. Soc. **47** (2015), No.2, 359–369.
7. B. Bhatt, K. Schwede, S. Takagi : “The weak ordinarity conjecture and F -singularities”, to appear in Advanced Studies in Pure Mathematics.
8. Y. Gongyo and S. Takagi : “Surfaces of globally F -regular and F -split type”, Math. Ann. **364** (2016), 841–855.
9. Y. Gongyo, S. Okawa, A. Sannai and S. Takagi : “Characterization of varieties of Fano type via singularities of Cox rings”, J. Algebraic. Geom. **24** (2015), 159–182.

C. 口頭発表

1. A Gorenstein criterion for strongly F -regular and log terminal singularities, Beijing Algebraic Geometry Colloquium 5th meeting, Beijing International Center for Mathematical Research, China, 2016 年 4 月.
2. A Gorenstein criterion for strongly F -regular rings, Commutative Algebra and its Interactions with Algebraic Geometry:

Tight Closure, Linkage, and Syzygies, University of Michigan, USA, 2016 年 7 月.

3. General hyperplane sections of canonical 3-folds in positive characteristic, Higher Dimensional Birational Geometry and Characteristic $p > 0$, CIRM Luminy, France, 2016 年 9 月.
4. F -singularities and singularities in birational geometry, Differential forms in algebraic geometry, University of Freiburg, Germany, 2016 年 9 月.
5. F 特異点と 3 次元準射影多様体の一般の超平面切断, 談話会, 広島大学, 2016 年 10 月.
6. A Gorenstein criterion for strongly F -regular and log terminal singularities, 都の西北代数幾何学シンポジウム, 早稲田大学, 2016 年 11 月.

D. 講義

1. 常微分方程式: 常微分方程式の入門的講義を行った (教養学部前期課程講義)
2. 代数学 XC (本郷): 群と環の理論の初歩を講義し, 有限群の表現論について解説した (理学部 3 年生向け講義)
3. 代数学 XA・代数構造論: 代数学 II の講義の続きとして, 可換環論の入門的講義を行った. Cohen-Macaulay 環の理論の初歩を説明した (数理大学院・4 年生共通講義)
4. 数理科学概論 I: 文系向けに微分積分学の基礎を講義した (教養学部前期課程講義)
5. 数学特別講義 (F 特異点入門): F 特異点の理論において基本的な不変量である F 純閾値について解説した (広島大学・集中講義・10 月 24~28 日)

F. 対外研究サービス

1. 東京大学代数幾何学セミナー世話人
2. 研究集会 “Commutative Algebra Day in Tokyo” (東京大学大学院数理科学研究科・2016 年 5 月 2 日) 世話人

3. 文部科学省 科学技術・学術政策研究所科学技術動向研究センター専門調査員

H. 海外からのビジター

Karl Schwede (University of Utah) stayed from November 27 to December 3 and discussed the theory of F -singularities. He also gave a talk entitled “Etale fundamental groups of F -regular schemes” at Algebraic Geometry seminar.