

准教授 (Associate Professor)

高木 俊輔 (TAKAGI Shunsuke)

A. 研究概要

今年度は、次の広瀬大輔・渡辺敬一・吉田健一の予想に取り組んだ。 $R = \bigoplus_{n \geq 0} R_n$ を標数 $p > 0$ の完全体 R_0 上定義された強 F 正則標準的度数付環とし、 $\mathfrak{m} = \bigoplus_{n \geq 1} R_n$ を R の斉次極大イデアルとする。広瀬・渡辺・吉田は、 R が Gorenstein 環であることと、 $\mathfrak{m}$ の F 純閾値 $\text{fpt}(\mathfrak{m})$ が $-a(R)$ と一致することが同値であると予想した。ただし、 $a(R)$ は R の a 不変量である。Anurag Singh と Matteo Varbaro との共同研究において、 $X = \text{Spec } R$ の反標準環 $\bigoplus_{i \geq 0} \mathcal{O}_X(-iK_X)$ が有限生成ならば、この予想が正しいことを証明した。特に R が $\mathbb{Q}$ -Gorenstein、もしくは $\dim R \leq 4$ かつ $p > 5$ ならば、予想は正しい。また、 $S = \bigoplus_{n \geq 0} S_n$ を標数 0 の代数閉体 S_0 上定義された標準的度数付環とし、 $\text{Spec } S$ は高々 ($\mathbb{Q}$ -Gorenstein とは限らない) 対数的端末特異点しか持たないと仮定する。 $\mathfrak{n} = \bigoplus_{n \geq 1} S_n$ を S の斉次極大イデアルとしたとき、 S が Gorenstein 環であることと、 $\mathfrak{n}$ の対数的標準閾値 $\text{lct}(\mathfrak{n})$ が $-a(S)$ と一致することが同値であることを証明した。

In this year, we considered the following conjecture due to Daisuke Hirose, Ken-ichi Yoshida and Kei-ichi Watanabe. Let $\mathfrak{R} = \bigoplus_{n \geq 0} R_n$ be a strongly F -regular standard graded ring with R_0 a perfect field of characteristic $p > 0$ and $\mathfrak{m} = \bigoplus_{n \geq 1} R_n$ be the unique homogeneous maximal ideal of R . They conjectured that R is Gorenstein if and only if the F -pure threshold $\text{fpt}(\mathfrak{m})$ of $\mathfrak{m}$ is equal to $-a(R)$, where $a(R)$ is the a -invariant of R . In joint work with Anurag Singh and Matteo Varbaro, we proved that their conjecture holds true if the anti-canonical ring $\bigoplus_{i \geq 0} \mathcal{O}_X(-iK_X)$ of $X = \text{Spec } R$ is finitely generated. This condition is satisfied if R is $\mathbb{Q}$ -Gorenstein or if $\dim R \leq 4$ and $p > 5$. Also, let $S = \bigoplus_{n \geq 0} S_n$ be a standard graded ring with S_0 an algebraically closed field of characteristic 0, and suppose that $\text{Spec } S$ has only (not necessarily $\mathbb{Q}$ -Gorenstein) log terminal singularities. Let $\mathfrak{n} = \bigoplus_{n \geq 1} S_n$ be the unique homogeneous maximal ideal of S , and then we proved that S is Gorenstein if and only if the log canonical threshold $\text{lct}(\mathfrak{n})$ of $\mathfrak{n}$ is equal to $-a(S)$.

B. 発表論文

1. A. Singh, S. Takagi and M. Varbaro, “A Gorenstein criterion for strongly F -regular and log terminal singularities”, preprint (2016).
2. H. Dao and S. Takagi, “On the relationship between depth and cohomological dimension”, Compos. Math. に掲載予定.
3. S. Takagi and K.-i. Watanabe, “ F -singularities: applications of characteristic p methods to singularity theory, Sugaku Expositions に掲載予定.
4. T. de Fernex, R. Docampo, S. Takagi and K. Tucker, “Comparing multiplier ideals to test ideals on numerically $\mathbb{Q}$ -Gorenstein varieties”, Bull. London Math. Soc. **47** (2015), No.2, 359–369.
5. B. Bhatt, K. Schwede and S. Takagi, “The weak ordinarity conjecture and F -singularities”, Advanced Studies in Pure Mathematics に掲載予定.
6. Y. Gongyo and S. Takagi, “Surfaces of globally F -regular and F -split type”, Math. Ann. に掲載予定.
7. Y. Gongyo, S. Okawa, A. Sannai and S. Takagi, “Characterization of varieties of Fano type via singularities of Cox rings”, J. Algebraic. Geom. **24** (2015), 159–182.
8. O. Fujino and S. Takagi, “On the F -purity of isolated log canonical singularities”, Compos. Math. **149** (2013), no.9, 1495–1510.
9. S. Takagi, “Adjoint ideals and a correspondence between log canonicity and F -purity”, Algebra & Number Theory **7** (2013), 917–942.
10. S. Takagi, “Subadditivity formula for multiplier ideals associated to log pairs”, Proc. Amer. Math. Soc. **141** (2013), 93–102.

C. 口頭発表

1. “A criterion for strongly F -regular rings to be Gorenstein”, 第 28 回可換環論セミナー, 岡山理科大学, 2016 年 1 月.
2. “On the tautness of F -singularities”, International Conference on Singularity Theory -In Honor of Henry Laufer’s 70th Birthday, Tsinghua Sanya International Mathematics Forum, China, 2015 年 12 月.
3. “ F -singularities and weak ordinarity conjecture”, The 10th Anniversary Tokyo-Seoul Conference in Mathematics -Algebraic/Arithmetic/Complex Geometry, 東京大学, 2015 年 12 月.
4. “Vanishing of local cohomology and local Picard groups”, 第 3 回杜の都代数幾何学研究集会@福岡, 福岡大学, 2015 年 11 月.
5. “Frobenius action on local cohomology and the Hodge filtration”, Workshop on Algebraic Geometry, Fudan University, China, 2015 年 10 月.
6. “Vanishing of local cohomology and local Picard groups”, Higher Dimensional Algebraic Geometry, 2015, Taiwan National University, Taiwan, 2015 年 8 月.
7. “Frobenius action on local cohomology and the Hodge filtration”, 2015 Summer Research Institute on Algebraic Geometry, University of Utah, USA, 2015 年 7 月.

D. 講義

1. 数理科学 II：常微分方程式の入門的講義を行った (教養学部前期課程講義)
2. 代数学 II・代数学特別演習 II：環上の加群の理論について講義・演習を行った. 単因子論, 有限群の表現論, 可換環論の初歩を説明した (3 年生向け講義)
3. 代数幾何学・代数幾何学特論：正標数の手法の応用例として, 小平型のコホモロジーの消滅定理について解説した (早稲田大学・集中講義・2015 年 9 月～2016 年 1 月)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 佐藤 謙太 (SATO Kenta): Stability of test ideals of divisors with small multiplicity.

F. 対外研究サービス

1. 東京大学代数幾何学セミナー世話人
2. 研究集会 “Algebraic Geometry in East Asia 2016” (東京大学大学院数理科学研究科・2016 年 1 月 18～22 日) 世話人
3. 一般社団法人日本数学会 2016 年度 関東支部評議員
4. 文部科学省 科学技術・学術政策研究所科学技術動向研究センター専門調査員