

高次元値分布理論の現況について

野口潤次郎

東京大学

9 Feb 2008



OXFORD
MATHEMATICAL
MONOGRAPHS

Meromorphic Functions

W. K. HAYMAN

THE
EQUIDISTRIBUTION THEORY
OF
HOLOMORPHIC CURVES

BY
HUNG-HSI WU

ANNALS OF MATHEMATICS STUDIES
PRINCETON UNIVERSITY PRESS

§1 序

目的：古典的かつ基本的なネヴァンリンナの二つの主要定理が、現在どこまで分かっているかを見る。

§1 序

目的：古典的かつ基本的なネヴァンリンナの二つの主要定理が、現在どこまで分かっているかを見る。

Green-Griffiths 予想 (1972)

§1 序

目的：古典的かつ基本的なネヴァンリンナの二つの主要定理が、現在どこまで分かっているかを見る。

Green-Griffiths 予想 (1972)

X が一般型 (複素) 代数多様体ならば、任意の正則曲線 $f: \mathbf{C} \rightarrow X$ は代数退化する。つまり、像 $f(\mathbf{C})$ は、 X の真代数的部分集合に含まれる。

§1 序

目的：古典的かつ基本的なネヴァンリンナの二つの主要定理が、現在どこまで分かっているかを見る。

Green-Griffiths 予想 (1972)

X が一般型 (複素) 代数多様体ならば、任意の正則曲線 $f: \mathbf{C} \rightarrow X$ は代数退化する。つまり、像 $f(\mathbf{C})$ は、 X の真代数的部分集合に含まれる。

小林予想 (1970)

§1 序

目的：古典的かつ基本的なネヴァンリンナの二つの主要定理が、現在どこまで分かっているかを見る。

Green-Griffiths 予想 (1972)

X が一般型 (複素) 代数多様体ならば、任意の正則曲線 $f: \mathbf{C} \rightarrow X$ は代数退化する。つまり、像 $f(\mathbf{C})$ は、 X の真代数的部分集合に含まれる。

小林予想 (1970)

$P^n(\mathbf{C})$ の次数 $\geq 2n - 1$ ($n \geq 3$) の一般の超曲面は小林双曲的である。

§1 序

目的：古典的かつ基本的なネヴァンリンナの二つの主要定理が、現在どこまで分かっているかを見る。

Green-Griffiths 予想 (1972)

X が一般型 (複素) 代数多様体ならば、任意の正則曲線 $f: \mathbf{C} \rightarrow X$ は代数退化する。つまり、像 $f(\mathbf{C})$ は、 X の真代数的部分集合に含まれる。

小林予想 (1970)

$P^n(\mathbf{C})$ の次数 $\geq 2n - 1$ ($n \geq 3$) の一般の超曲面は小林双曲的である。

正則曲線の基本予想 (野口 GCA95~)

§1 序

目的：古典的かつ基本的なネヴァンリンナの二つの主要定理が、現在どこまで分かっているかを見る。

Green-Griffiths 予想 (1972)

X が一般型 (複素) 代数多様体ならば、任意の正則曲線 $f: \mathbf{C} \rightarrow X$ は代数退化する。つまり、像 $f(\mathbf{C})$ は、 X の真代数的部分集合に含まれる。

小林予想 (1970)

$P^n(\mathbf{C})$ の次数 $\geq 2n - 1$ ($n \geq 3$) の一般の超曲面は小林双曲的である。

正則曲線の基本予想 (野口 GCA95~)

X を非特異射影代数的多様体、

§1 序

目的：古典的かつ基本的なネヴァンリンナの二つの主要定理が、現在どこまで分かっているかを見る。

Green-Griffiths 予想 (1972)

X が一般型 (複素) 代数多様体ならば、任意の正則曲線 $f: \mathbf{C} \rightarrow X$ は代数退化する。つまり、像 $f(\mathbf{C})$ は、 X の真代数的部分集合に含まれる。

小林予想 (1970)

$P^n(\mathbf{C})$ の次数 $\geq 2n - 1$ ($n \geq 3$) の一般の超曲面は小林双曲的である。

正則曲線の基本予想 (野口 GCA95~)

X を非特異射影代数的多様体、 $D = \sum_i D_i$ を X 上の単純正規交叉因子とせよ。

§1 序

目的：古典的かつ基本的なネヴァンリンナの二つの主要定理が、現在どこまで分かっているかを見る。

Green-Griffiths 予想 (1972)

X が一般型 (複素) 代数多様体ならば、任意の正則曲線 $f: \mathbf{C} \rightarrow X$ は代数退化する。つまり、像 $f(\mathbf{C})$ は、 X の真代数的部分集合に含まれる。

小林予想 (1970)

$P^n(\mathbf{C})$ の次数 $\geq 2n - 1$ ($n \geq 3$) の一般の超曲面は小林双曲的である。

正則曲線の基本予想 (野口 GCA95~)

X を非特異射影代数的多様体、 $D = \sum_i D_i$ を X 上の単純正規交叉因子とせよ。

任意の代数非退化整正則曲線 $f: \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し次が成立する。

§1 序

目的：古典的かつ基本的なネヴァンリンナの二つの主要定理が、現在どこまで分かっているかを見る。

Green-Griffiths 予想 (1972)

X が一般型 (複素) 代数多様体ならば、任意の正則曲線 $f: \mathbf{C} \rightarrow X$ は代数退化する。つまり、像 $f(\mathbf{C})$ は、 X の真代数的部分集合に含まれる。

小林予想 (1970)

$P^n(\mathbf{C})$ の次数 $\geq 2n - 1$ ($n \geq 3$) の一般の超曲面は小林双曲的である。

正則曲線の基本予想 (野口 GCA95~)

X を非特異射影代数的多様体、 $D = \sum_i D_i$ を X 上の単純正規交叉因子とせよ。

任意の代数非退化整正則曲線 $f: \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し次が成立する。

$$\begin{aligned} & T_f(r; [D]) + T_f(r; K_X) \\ & \leq \sum_i N_1(r; f^* D_i) + \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}, \quad \forall \epsilon > 0. \end{aligned}$$

この予想は、次の Griffiths 等が、微分非退化有理型写像に対しネヴァンリンナ理論を確立するのに成功した次の定理による。

この予想は、次の Griffiths 等が、微分非退化有理型写像に対しネヴァンリンナ理論を確立するのに成功した次の定理による。

定理 1.1 (Griffiths et al., 1972~)

この予想は、次の Griffiths 等が、微分非退化有理型写像に対しネヴァンリンナ理論を確立するのに成功した次の定理による。

定理 1.1 (Griffiths et al., 1972~)

X を n 次元非特異射影代数的多様体、

$D = \sum_i D_i$ を X 上の単純正規交叉因子とせよ。

この予想は、次の Griffiths 等が、微分非退化有理型写像に対しネヴァンリンナ理論を確立するのに成功した次の定理による。

定理 1.1 (Griffiths et al., 1972~)

X を n 次元非特異射影代数的多様体、

$D = \sum_i D_i$ を X 上の単純正規交叉因子とせよ。

任意の微分非退化有理型写像 $f: \mathbf{C}^n \rightarrow X$ に対し、

$$\begin{aligned} & T_f(r; [D]) + T_f(r; K_X) \\ & \leq \sum_i N_1(r; f^* D_i) + S_f(r) + o(r), \quad \forall \epsilon > 0. \end{aligned}$$

この予想は、次の Griffiths 等が、微分非退化有理型写像に対しネヴァンリンナ理論を確立するのに成功した次の定理による。

定理 1.1 (Griffiths et al., 1972~)

X を n 次元非特異射影代数的多様体、

$D = \sum_i D_i$ を X 上の単純正規交叉因子とせよ。

任意の微分非退化有理型写像 $f : \mathbf{C}^n \rightarrow X$ に対し、

$$\begin{aligned} & T_f(r; [D]) + T_f(r; K_X) \\ & \leq \sum_i N_1(r; f^* D_i) + S_f(r) + o(r), \quad \forall \epsilon > 0. \end{aligned}$$

但し $S_f(r) = O(\delta \log r + \log^+ T_f(r))$, $\forall \delta > 0$.

注意 次が成立する。

この予想は、次の Griffiths 等が、微分非退化有理型写像に対しネヴァンリンナ理論を確立するのに成功した次の定理による。

定理 1.1 (Griffiths et al., 1972~)

X を n 次元非特異射影代数的多様体、

$D = \sum_i D_i$ を X 上の単純正規交叉因子とせよ。

任意の微分非退化有理型写像 $f: \mathbf{C}^n \rightarrow X$ に対し、

$$\begin{aligned} & T_f(r; [D]) + T_f(r; K_X) \\ & \leq \sum_i N_1(r; f^* D_i) + S_f(r) \|\epsilon, \forall \epsilon > 0. \end{aligned}$$

但し $S_f(r) = O(\delta \log r + \log^+ T_f(r)) \|\delta, \forall \delta > 0$.

注意 次が成立する。

正則曲線の基本予想 $\Rightarrow$ Green-Griffiths 予想
 $\Rightarrow$ 小林予想

第二の導出は、次の代数幾何の結果による。

第二の導出は、次の代数幾何の結果による。

定理 1.2 (Ein '88 '91, Xu '94, Voisin '96)

$X \subset \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ を次数 $\geq 2n - 1$ ($n \geq 3$) の一般の超曲面とせよ。

すると、 X の任意の部分多様体 (特異、非特異なんでも) は一般型である。

第二の導出は、次の代数幾何の結果による。

定理 1.2 (Ein '88 '91, Xu '94, Voisin '96)

$X \subset \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ を次数 $\geq 2n - 1$ ($n \geq 3$) の一般の超曲面とせよ。

すると、 X の任意の部分多様体 (特異、非特異なんでも) は一般型である。

§2 記法と第一主要定理

第二の導出は、次の代数幾何の結果による。

定理 1.2 (Ein '88 '91, Xu '94, Voisin '96)

$X \subset \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ を次数 $\geq 2n - 1$ ($n \geq 3$) の一般の超曲面とせよ。

すると、 X の任意の部分多様体 (特異、非特異なんでも) は一般型である。

§2 記法と第一主要定理

$E = \sum_{\mu=1}^{\infty} \nu_{\mu} z_{\mu}$ $\mathbf{C}$ 上の因子とする。但し、 $z_{\mu} \in \mathbf{C}$ は相異なる。次のようにおく。

$$\text{ord}_z E = \begin{cases} \nu_{\mu}, & z = z_{\mu}, \\ 0, & z \notin \{z_{\mu}\}. \end{cases}$$

E の l ($\leq \infty$) 打ち切り個数関数を次のように定める。

$$n_l(t; E) = \sum_{\{|z_\mu| < t\}} \min\{\nu_\mu, l\}, \quad N_l(r; E) = \int_1^r \frac{n_l(t; E)}{t} dt.$$

$l = \infty$ の時は、簡単に、

$$n(t; E) = n_\infty(t; E), \quad N(r; E) = N_\infty(r; E).$$

$$n_l(t; E) = \sum_{\{|z_\mu| < t\}} \min\{\nu_\mu, l\}, \quad N_l(r; E) = \int_1^r \frac{n_l(t; E)}{t} dt.$$

$l = \infty$ の時は、簡単に、

$$n(t; E) = n_\infty(t; E), \quad N(r; E) = N_\infty(r; E).$$

X をコンパクト被約複素空間とし

$\mathcal{O}_X$ をその構造層とする。

$\mathcal{I} \subset \mathcal{O}_X$ を連接イダル層とする。

整正則曲線

$$f : \mathbf{C} \rightarrow X, \quad f(\mathbf{C}) \not\subset \text{Supp } \mathcal{O}_X / \mathcal{I}$$

に対し、いくつかの量を定義したい。

X の有限開被覆 $\{U_j\}$ で次ぐの性質を満たすものをとる。

(i) U_j 上の有限個の切断

$$\sigma_{jk} \in \Gamma(U_j, \mathcal{I}), k = 1, 2, \dots,$$

があり、 U_j 上 $\mathcal{I}$ を生成する。

(ii) $\{U_j\}$ に属する単位分割 $\{c_j\}$ がある。

X の有限開被覆 $\{U_j\}$ で次ぐの性質を満たすものをとる。

(i) U_j 上の有限個の切断

$$\sigma_{jk} \in \Gamma(U_j, \mathcal{I}), k = 1, 2, \dots,$$

があり、 U_j 上 $\mathcal{I}$ を生成する。

(ii) $\{U_j\}$ に属する単位分割 $\{c_j\}$ がある。

$\rho_{\mathcal{I}}(x) = \left(\sum_j c_j(x) \sum_k |\sigma_{jk}(x)|^2 \right)^{1/2}$ とおくとき、正定数 C があって、

$$C \rho_{\mathcal{I}}(x) \leq 1, \quad x \in M.$$

X のコンパクト性から、 $\log \rho_{\mathcal{I}}$ (数論では Weil 関数) は、有界連続関数項を除いて $\{U_j\}, \{c_j\}$ 取り方によらず定義される。

X の有限開被覆 $\{U_j\}$ で次ぐの性質を満たすものをとる。

(i) U_j 上の有限個の切断

$$\sigma_{jk} \in \Gamma(U_j, \mathcal{I}), k = 1, 2, \dots,$$

があり、 U_j 上 $\mathcal{I}$ を生成する。

(ii) $\{U_j\}$ に属する単位分割 $\{c_j\}$ がある。

$\rho_{\mathcal{I}}(x) = \left(\sum_j c_j(x) \sum_k |\sigma_{jk}(x)|^2 \right)^{1/2}$ とおくとき、正定数 C があって、

$$C \rho_{\mathcal{I}}(x) \leq 1, \quad x \in M.$$

X のコンパクト性から、 $\log \rho_{\mathcal{I}}$ (数論では Weil 関数) は、有界連続関数項を除いて $\{U_j\}, \{c_j\}$ 取り方によらず定義される。

f の $\mathcal{I}$ または部分空間 $Y = (\text{Supp } \mathcal{O}_X/\mathcal{I}, \mathcal{O}/\mathcal{I})$ に対する接近 (近似) 関数を次で定める。

$$\begin{aligned} m_f(r; \mathcal{I}) &= m_f(r; Y) \\ &= \int_{|z|=r} \log \frac{1}{C \rho_{\mathcal{I}}(f(z))} \frac{d\theta}{2\pi} \quad (\geq 0) \end{aligned}$$

関数 $\rho_I \circ f(z)$ は $\mathbf{C} \setminus f^{-1}(\text{Supp } Y)$ 上可微分である。

関数 $\rho_{\mathcal{I}} \circ f(z)$ は $\mathbf{C} \setminus f^{-1}(\text{Supp } Y)$ 上可微分である。

$z_0 \in f^{-1}(\text{Supp } Y)$ の適当な近傍 U では、 $f^*\mathcal{I} = ((z - z_0)^\nu), \exists \nu \in \mathbf{N}$ となり、 U 上の可微分関数 $\exists \psi(z)$ で、

$$\log \rho_{\mathcal{I}} \circ f(z) = \nu \log |z - z_0| + \psi(z), \quad z \in U.$$

関数 $\rho_{\mathcal{I}} \circ f(z)$ は $\mathbf{C} \setminus f^{-1}(\text{Supp } Y)$ 上可微分である。

$z_0 \in f^{-1}(\text{Supp } Y)$ の適当な近傍 U では、 $f^*\mathcal{I} = ((z - z_0)^\nu), \exists \nu \in \mathbf{N}$ となり、 U 上の可微分関数 $\exists \psi(z)$ で、

$$\log \rho_{\mathcal{I}} \circ f(z) = \nu \log |z - z_0| + \psi(z), \quad z \in U.$$

個数関数 $N(r; f^*\mathcal{I})$ と $N_l(r; f^*\mathcal{I})$ を ν を用いて上と同様に定義する。

関数 $\rho_{\mathcal{I}} \circ f(z)$ は $\mathbf{C} \setminus f^{-1}(\text{Supp } Y)$ 上可微分である。

$z_0 \in f^{-1}(\text{Supp } Y)$ の適当な近傍 U では、 $f^*\mathcal{I} = ((z - z_0)^\nu), \exists \nu \in \mathbf{N}$ となり、 U 上の可微分関数 $\exists \psi(z)$ で、

$$\log \rho_{\mathcal{I}} \circ f(z) = \nu \log |z - z_0| + \psi(z), \quad z \in U.$$

個数関数 $N(r; f^*\mathcal{I})$ と $N_l(r; f^*\mathcal{I})$ を ν を用いて上と同様に定義する。
さらに、

$$\begin{aligned} \omega_{\mathcal{I}, f} &= \omega_{Y, f} = -dd^c \psi(z) = -\frac{i}{2\pi} \partial \bar{\partial} \psi(z) \\ &= dd^c \log \frac{1}{\rho_{\mathcal{I}} \circ f(z)} \quad (z \in U), \end{aligned}$$

とおくと、これは $\mathbf{C}$ 上の可微分 (1,1) 型式である。

関数 $\rho_{\mathcal{I}} \circ f(z)$ は $\mathbf{C} \setminus f^{-1}(\text{Supp } Y)$ 上可微分である。

$z_0 \in f^{-1}(\text{Supp } Y)$ の適当な近傍 U では、 $f^*\mathcal{I} = ((z - z_0)^\nu)$, $\exists \nu \in \mathbf{N}$ となり、 U 上の可微分関数 $\exists \psi(z)$ で、

$$\log \rho_{\mathcal{I}} \circ f(z) = \nu \log |z - z_0| + \psi(z), \quad z \in U.$$

個数関数 $N(r; f^*\mathcal{I})$ と $N_l(r; f^*\mathcal{I})$ を ν を用いて上と同様に定義する。
さらに、

$$\begin{aligned} \omega_{\mathcal{I},f} &= \omega_{Y,f} = -dd^c \psi(z) = -\frac{i}{2\pi} \partial \bar{\partial} \psi(z) \\ &= dd^c \log \frac{1}{\rho_{\mathcal{I}} \circ f(z)} \quad (z \in U), \end{aligned}$$

とおくと、これは $\mathbf{C}$ 上の可微分 (1,1) 型式である。

f の $\mathcal{I}$ または Y に対する位数関数を次で定義する。

$$T(r; \omega_{\mathcal{I},f}) = T(r; \omega_{Y,f}) = \int_1^r \frac{dt}{t} \int_{|z|<t} \omega_{\mathcal{I},f}$$

もし $\mathcal{I}$ が X 上の Cartier 因子 D ならば、一般に使われる記号との関係は次のようになる。

$$\begin{aligned} m_f(r; \mathcal{I}) &= m_f(r; D) + O(1), \\ T(r; \omega_{\mathcal{I}, f}) &= T_f(r; [D]) + O(1). \end{aligned}$$

もし $\mathcal{I}$ が X 上の Cartier 因子 D ならば、一般に使われる記号との関係は次のようになる。

$$\begin{aligned}m_f(r; \mathcal{I}) &= m_f(r; D) + O(1), \\T(r; \omega_{\mathcal{I}, f}) &= T_f(r; [D]) + O(1).\end{aligned}$$

X 上にエルミート計量型式 ω_X をとり、標準的位数関数を次で定める。

$$(1) \quad T_f(r) = T(r; \omega_X) = \int_1^r \frac{dt}{t} \int_{|z| < t} f^* \omega_X.$$

定理 2

整正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow X$ と $\mathcal{I}$ を上述の条件を満たすものとする。

定理 2

整正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow X$ と $\mathcal{I}$ を上述の条件を満たすものとする。

(i) (第一主要定理)

$$T(r; \omega_{\mathcal{I}, f}) = N(r; f^* \mathcal{I}) + m_f(r; \mathcal{I}) - m_f(1; \mathcal{I})$$

定理 2

整正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow X$ と $\mathcal{I}$ を上述の条件を満たすものとする。

(i) (第一主要定理)

$$T(r; \omega_{\mathcal{I}, f}) = N(r; f^* \mathcal{I}) + m_f(r; \mathcal{I}) - m_f(1; \mathcal{I})$$

(ii) X が代数多様体ならば、

$$T(r; \omega_{\mathcal{I}, f}) = O(T_f(r))$$

定理 2

整正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow X$ と $\mathcal{I}$ を上述の条件を満たすものとする。

(i) (第一主要定理)

$$T(r; \omega_{\mathcal{I}, f}) = N(r; f^* \mathcal{I}) + m_f(r; \mathcal{I}) - m_f(1; \mathcal{I})$$

(ii) X が代数多様体ならば、

$$T(r; \omega_{\mathcal{I}, f}) = O(T_f(r))$$

(iii) $\phi : X_1 \rightarrow X_2$ をコンパクト複素空間の間の正則写像とし、 $Y_i \subset X_i$ ($i = 1, 2$) を被約と限らない部分空間で $\phi(Y_1) \subset Y_2$ が成立しているとする、

$$m_f(r; Y_1) \leq m_{\phi \circ f}(r; Y_2) + O(1)$$

§3 Cartan の理論

複素射影空間への整正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ に対し $\tilde{f} = (f_0 : \cdots : f_n)$ を被約表現とする。

$$T_f(r) = T(r; f^*(\text{F.-S.}))$$

を Fubini-Study 計量形式に関する位数関数とする。

§3 Cartan の理論

複素射影空間への整正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ に対し $\tilde{f} = (f_0 : \cdots : f_n)$ を被約表現とする。

$$T_f(r) = T(r; f^*(F.-S.))$$

を Fubini-Study 計量形式に関する位数関数とする。

定理 3

(Cartan の定理 1933) f を線形非退化とする。

§3 Cartan の理論

複素射影空間への整正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ に対し $\tilde{f} = (f_0 : \cdots : f_n)$ を被約表現とする。

$$T_f(r) = T(r; f^*(F.-S.))$$

を Fubini-Study 計量形式に関する位数関数とする。

定理 3

(Cartan の定理 1933) f を線形非退化とする。

$H_j, 1 \leq j \leq q$ を一般の位置にある超平面に対し、

$$(q - n - 1)T_f(r) \leq \sum_{j=1}^q N_n(r; f^*H_j) + S_f(r)$$

§3 Cartan の理論

複素射影空間への整正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ に対し $\tilde{f} = (f_0 : \cdots : f_n)$ を被約表現とする。

$$T_f(r) = T(r; f^*(F.-S.))$$

を Fubini-Study 計量形式に関する位数関数とする。

定理 3

(Cartan の定理 1933) f を線形非退化とする。

$H_j, 1 \leq j \leq q$ を一般の位置にある超平面に対し、

$$(q - n - 1) T_f(r) \leq \sum_{j=1}^q N_n(r; f^* H_j) + S_f(r)$$

ここで、 $S_f(r) = O(\delta \log^+ r + \log^+ T_f(r)) ||_\delta, \forall \delta > 0$.

Cartan の第二主要定理の “ $n + 1$ ” は、ロンスキアン $W(f_0, \dots, f_n)$ の次数から来ている。

Cartan の第二主要定理の “ $n + 1$ ” は、ロンスキアン $W(f_0, \dots, f_n)$ の次数から来ている。その証明の、一番の要点は、次の概 Riesz 分解とも言える、次の恒等式である。

$$\begin{aligned} & \log \frac{\prod_{j \in Q} |\hat{H}_j \circ \tilde{f}|}{|W(\tilde{f})|} \\ &= \log \frac{\prod_{j \in R} |\hat{H}_j \circ \tilde{f}|}{|W(\tilde{f})|} + \log \prod_{j \in Q \setminus R} |\hat{H}_j \circ \tilde{f}| \end{aligned}$$

ここで、 $Q = \{1, \dots, q\}$, $\forall R \subset Q$, $|R| = n + 1$.

Cartan の第二主要定理の “ $n + 1$ ” は、ロンスキアン $W(f_0, \dots, f_n)$ の次数から来ている。その証明の、一番の要点は、次の概 Riesz 分解とも言える、次の恒等式である。

$$\begin{aligned} & \log \frac{\prod_{j \in Q} |\hat{H}_j \circ \tilde{f}|}{|W(\tilde{f})|} \\ &= \log \frac{\prod_{j \in R} |\hat{H}_j \circ \tilde{f}|}{|W(\tilde{f})|} + \log \prod_{j \in Q \setminus R} |\hat{H}_j \circ \tilde{f}| \end{aligned}$$

ここで、 $Q = \{1, \dots, q\}$, $\forall R \subset Q$, $|R| = n + 1$.

定理 4

(Cartan 予想、Nochka 1982) $f(\mathbf{C}) \subset \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ の張る (射影) 線形部分空間の次元を l とする。

Cartan の第二主要定理の “ $n + 1$ ” は、ロンスキアン $W(f_0, \dots, f_n)$ の次数から来ている。その証明の、一番の要点は、次の概 Riesz 分解とも言える、次の恒等式である。

$$\begin{aligned} & \log \frac{\prod_{j \in Q} |\hat{H}_j \circ \tilde{f}|}{|W(\tilde{f})|} \\ &= \log \frac{\prod_{j \in R} |\hat{H}_j \circ \tilde{f}|}{|W(\tilde{f})|} + \log \prod_{j \in Q \setminus R} |\hat{H}_j \circ \tilde{f}| \end{aligned}$$

ここで、 $Q = \{1, \dots, q\}$, $\forall R \subset Q$, $|R| = n + 1$.

定理 4

(Cartan 予想、Nochka 1982) $f(\mathbf{C}) \subset \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ の張る (射影) 線形部分空間の次元を l とする。

$H_j, 1 \leq j \leq q$ を一般の位置にある超平面に対し、

$$(q - 2n + l - 1)T_f(r) \leq \sum_{j=1}^q N_n(r; f^* H_j) + S_f(r).$$

§4 $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ の超曲面（非線形）の場合

§4 $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ の超曲面 (非線形) の場合

Eremenko-Sodin(1992) は、 $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ の超曲面 $D_j, 1 \leq j \leq q$, の場合を扱った。

§4 $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ の超曲面 (非線形) の場合

Eremenko-Sodin(1992) は、 $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ の超曲面 $D_j, 1 \leq j \leq q$, の場合を扱った。

定義 $D_j, 1 \leq j \leq q$, が一般の位置にあるとは、任意の $R \subset \{1, \dots, q\}$ に対し、

$|R| \leq n$ の場合は、 $\text{codim } \cap_{j \in R} D_j = |R|$ 、

$|R| > n$ の場合は、 $\cap_{j \in R} D_j = \emptyset$

が成立することとする。

定理 5

(Eremenko-Sodin 1992) $D_j, 1 \leq j \leq q$, を $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ の一般の位置にある超曲面とする。

任意の整正則曲線 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ に対し

$$(q - 2n)T_f(r) \leq \sum_{j=1}^q \frac{1}{\deg D_j} N(r; f^* D_j) + \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}, \quad \forall \epsilon > 0.$$

証明は、Cartan の定理のそれや、Weyls-Ahlfors のものとは、全く異なる。

証明は、Cartan の定理のそれや、Weyls-Ahlfors のものとは、全く異なる。

注意 この定理で、個数関数を $N(r; f^*D_j)$ を打ち切り個数関数にできるかどうかは、興味深い問題である。

証明は、Cartan の定理のそれや、Weyls-Ahlfors のものとは、全く異なる。

注意 この定理で、個数関数を $N(r; f^*D_j)$ を打ち切り個数関数にできるかどうかは、興味深い問題である。

Corvaja と Zannier が、Schmidt の部分空間定理を射影超曲面の場合に拡張したときに、使われた評価方法を用いて Min Ru は次の B. Shiffman が 1979 年に予想した第二主要定理を証明した。

証明は、Cartan の定理のそれや、Weyls-Ahlfors のものとは、全く異なる。

注意 この定理で、個数関数を $N(r; f^* D_j)$ を打ち切り個数関数にできるかどうかは、興味深い問題である。

Corvaja と Zannier が、Schmidt の部分空間定理を射影超曲面の場合に拡張したときに、使われた評価方法を用いて Min Ru は次の B. Shiffman が 1979 年に予想した第二主要定理を証明した。

定理 6

(M. Ru, 2004) $D_j \subset \mathbf{P}^n(\mathbf{C}), 1 \leq j \leq q$, を一般の位置にある超曲面とする。すると、代数非退化正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ に対し、

$$(q - n - 1) T_f(r) \leq \sum_{j=1}^q \frac{1}{\deg D_j} N(r; f^* D_j) + \epsilon T_f(r) + o(r).$$

証明は、Cartan の定理のそれや、Weyls-Ahlfors のものとは、全く異なる。

注意 この定理で、個数関数を $N(r; f^* D_j)$ を打ち切り個数関数にできるかどうかは、興味深い問題である。

Corvaja と Zannier が、Schmidt の部分空間定理を射影超曲面の場合に拡張したときに、使われた評価方法を用いて Min Ru は次の B. Shiffman が 1979 年に予想した第二主要定理を証明した。

定理 6

(M. Ru, 2004) $D_j \subset \mathbf{P}^n(\mathbf{C}), 1 \leq j \leq q$, を一般の位置にある超曲面とする。すると、代数非退化正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ に対し、

$$(q - n - 1) T_f(r) \leq \sum_{j=1}^q \frac{1}{\deg D_j} N(r; f^* D_j) + \epsilon T_f(r) + o(r).$$

個数関数 $N(r; f^* D_j)$ に打ち切りレベルを入れられるかは、問題である。

§5 Siu の有理型接続法

X を n 次元非特異複素射影代数多様体、
 $L > 0$ を正直線束とする。 $D_j \in |L|, 1 \leq j \leq q$, を単純正規交叉因子で、
 $s_j \in H^0(X, L)$ で与えられるものとする。

§5 Siu の有理型接続法

X を n 次元非特異複素射影代数多様体、
 $L > 0$ を正直線束とする。 $D_j \in |L|, 1 \leq j \leq q$, を単純正規交叉因子で、
 $s_j \in H^0(X, L)$ で与えられるものとする。
 $\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma$ を正則接束 $T(X)$ 上の有理型接続とし、
 $\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma$ の極因子で定まる直線束を F とする。
従って、 $\exists t \in H^0(X, F)$ で $t\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma$ は、正則。

§5 Siu の有理型接続法

X を n 次元非特異複素射影代数多様体、
 $L > 0$ を正直線束とする。 $D_j \in |L|, 1 \leq j \leq q$, を単純正規交叉因子で、
 $s_j \in H^0(X, L)$ で与えられるものとする。

$\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma$ を正則接束 $T(X)$ 上の有理型接続とし、

$\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma$ の極因子で定まる直線束を F とする。

従って、 $\exists t \in H^0(X, F)$ で $t\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma$ は、正則。

$f: \mathbb{C} \rightarrow X$ を超越的正則曲線とし、次の条件を仮定する。

- ① (i) $\forall \alpha, \forall \beta$ に対し、 $tD_\alpha \partial_\beta s_j$ は、 $\partial_\alpha s_j, \partial_\beta s_j$ and s_j の C^∞ 関数を係数とする線形和で書ける。ここで、 ∂_α は $(1, 0)$ 偏微分を表し、 D_α は、 $\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma$ に関する $(1, 0)$ 共偏微分を表す。
- ② (ii) $f_z \wedge tD_z f_z \wedge \cdots \wedge (tD_z)^{(n-1)} f_z \in K_X^{-1} \otimes F^{n(n-1)/2}, \neq 0$.

定理 7

(Y. Siu, 1987) 記号と条件は上述の通りとすると、

$$\begin{aligned} & qT_f(r; L) + T_f(r; K_X) - \frac{n(n-1)}{2} T_f(r; F) \\ & \leq \sum_{j=1}^q N(r; f^* D_j) + \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}. \end{aligned}$$

定理 7

(Y. Siu, 1987) 記号と条件は上述の通りとすると、

$$\begin{aligned} & qT_f(r; L) + T_f(r; K_X) - \frac{n(n-1)}{2} T_f(r; F) \\ & \leq \sum_{j=1}^q N(r; f^* D_j) + \epsilon T_f(r) \|_{\epsilon}. \end{aligned}$$

これを、 $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ と一般の位置にある超平面 H_j に対する Cartan の定理の場合に当てはめると、

$$\left(q - n - 1 - \frac{n(n-1)}{2} \right) T_f(r; L) \leq \sum_{j=1}^q N(r; f^* H_j) + \epsilon T_f(r) \|_{\epsilon}$$

となり、評価はかなり悪くなる。

§6 Deligne の対数微分

X を n 次元非特異射影代数的多様体とする。

D を X 上の被約因子とする。

その局所方程式が

$$\sigma_1 \cdots \sigma_l = 0$$

で与えられているとする。但し、各 σ_i は、既約とする。有理型ジェット微分の極が、局所的に

§6 Deligne の対数微分

X を n 次元非特異射影代数的多様体とする。

D を X 上の被約因子とする。

その局所方程式が

$$\sigma_1 \cdots \sigma_l = 0$$

で与えられているとする。但し、各 σ_i は、既約とする。有理型ジェット微分の極が、局所的に

$$\left(\frac{d^j \sigma_i}{\sigma_i} \right)^\nu, \quad 1 \leq j \leq k,$$

の形のもののからのみ成るとき、これを**対数的 k ジェット微分**と呼ぶ。

$\Omega_X^1(\log D)$ で D に極をもつ Deligne の対数的 1 微分形式の芽の層を表す。

§6 Deligne の対数微分

X を n 次元非特異射影代数的多様体とする。

D を X 上の被約因子とする。

その局所方程式が

$$\sigma_1 \cdots \sigma_l = 0$$

で与えられているとする。但し、各 σ_i は、既約とする。有理型ジェット微分の極が、局所的に

$$\left(\frac{d^j \sigma_i}{\sigma_i} \right)^\nu, \quad 1 \leq j \leq k,$$

の形のもののからのみ成るとき、これを**対数的 k ジェット微分**と呼ぶ。

$\Omega_X^1(\log D)$ で D に極をもつ Deligne の対数的 1 微分形式の芽の層を表す。

$\alpha: X \setminus D \rightarrow A_X$ を準 Albanese 写像とし、その像の Zariski 閉包を Y 記す。

定理 8

(野口 1977/81) 次を仮定する。

(i) $\dim Y = n$ 。

(ii) Y は (対数的) 一般型。

定理 8

(野口 1977/81) 次を仮定する。

(i) $\dim Y = n_0$.

(ii) Y は (対数的) 一般型。

すると、 $\exists \kappa > 0$ で、代数非退化整正則曲線 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し、

$$\kappa T_f(r) \leq N_1(r, f^*D) + S_f(r).$$

定理 8

(野口 1977/81) 次を仮定する。

(i) $\dim Y = n$ 。

(ii) Y は (対数的) 一般型。

すると、 $\exists \kappa > 0$ で、代数非退化整正則曲線 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し、

$$\kappa T_f(r) \leq N_1(r, f^*D) + S_f(r).$$

対数的不正則指数 $X \setminus D$ を次で定める。

$$\bar{q}(X \setminus D) = h^0(X, \Omega_X^1(\log D));$$

$D = \emptyset$ のときは、 $q(X) = \bar{q}(X)$ と書く。

定理 8

(野口 1977/81) 次を仮定する。

(i) $\dim Y = n$ 。

(ii) Y は (対数的) 一般型。

すると、 $\exists \kappa > 0$ で、代数非退化整正則曲線 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し、

$$\kappa T_f(r) \leq N_1(r, f^* D) + S_f(r).$$

対数的不正則指数 $X \setminus D$ を次で定める。

$$\bar{q}(X \setminus D) = h^0(X, \Omega_X^1(\log D));$$

$D = \emptyset$ のときは、 $q(X) = \bar{q}(X)$ と書く。

系 9

(対数的 Bloch-落合の定理) $\bar{q}(X \setminus D) > n$ と仮定すると、
 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow X \setminus D$ は代数退化である。

系 10

(Bloch-落合の定理 1926/77; ...) $q(X) > n$ とすると、 $\forall f : \mathbb{C} \rightarrow X$ は、代数退化する。

系 10

(Bloch-落合の定理 1926/77; ...) $q(X) > n$ とすると、 $\forall f : \mathbb{C} \rightarrow X$ は、代数退化する。

A. Bloch (1926) は、Nevanlinna の対数微分の補題に相当する補題を証明できずに仮定して議論を進めていたが、それは落合 (1977) によりにより証明され、多くのこと (殆どのこと) が明確化された。

系 10

(Bloch-落合の定理 1926/77; ...) $q(X) > n$ とすると、 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow X$ は、代数退化する。

A. Bloch (1926) は、Nevanlinna の対数微分の補題に相当する補題を証明できずに仮定して議論を進めていたが、それは落合 (1977) によりにより証明され、多くのこと (殆どのこと) が明確化された。

系 11

(Borel の定理 1897) $H_j \subset \mathbf{P}^n(\mathbf{C}), 1 \leq j \leq n+2$, を一般の位置にある超平面とすると、 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C}) \setminus \sum_{j=1}^{n+2} H_j$ は代数 (線形) 退化する。

系 10

(Bloch-落合の定理 1926/77; ...) $q(X) > n$ とすると、 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow X$ は、代数退化する。

A. Bloch (1926) は、Nevanlinna の対数微分の補題に相当する補題を証明できずに仮定して議論を進めていたが、それは落合 (1977) によりにより証明され、多くのこと (殆どのこと) が明確化された。

系 11

(Borel の定理 1897) $H_j \subset \mathbf{P}^n(\mathbf{C}), 1 \leq j \leq n+2$, を一般の位置にある超平面とすると、 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C}) \setminus \sum_{j=1}^{n+2} H_j$ は代数 (線形) 退化する。

注意 $\bar{q} \left(\mathbf{P}^n(\mathbf{C}) \setminus \sum_{j=1}^{n+2} H_j \right) = n+1 > n$ 。従って、対数的 Bloch-落合の定理は、古典的 Borel の定理と Bloch-落合の定理を統合する。

§7 ジェット束

前節の対数的 Bloch-落合の定理や次節以降の結果の証明では、**ジェット束**とその上の有理型汎関数である**対数的ジェット微分**が重要な研究方法を与えるので、それを紹介したい。

一般に M を複素多様体とする。正則写像の芽 $f : (\mathbf{C}, 0) \rightarrow (M, x)$ ($f(0) = x$) を考える。その微分 $f^{(1)}(0) \in T(M)_x$ は点 x での M の正則接ベクトルを与える。

§7 ジェット束

前節の対数的 Bloch-落合の定理や次節以降の結果の証明では、**ジェット束**とその上の有理型汎関数である**対数的ジェット微分**が重要な研究方法を与えるので、それを紹介したい。

一般に M を複素多様体とする。正則写像の芽 $f : (\mathbf{C}, 0) \rightarrow (M, x)$ ($f(0) = x$) を考える。その微分 $f^{(1)}(0) \in T(M)_x$ は点 x での M の正則接ベクトルを与える。

更に高次の微分まで考える。つまり k 階までのテーラー展開

$$f(\zeta) \sim f(0) + \frac{1}{1!} f^{(1)}(0)\zeta + \cdots + \frac{1}{k!} f^{(k)}(0)\zeta^k,$$

をとり、

§7 ジェット束

前節の対数的 Bloch-落合の定理や次節以降の結果の証明では、**ジェット束**とその上の有理型汎関数である**対数的ジェット微分**が重要な研究方法を与えるので、それを紹介したい。

一般に M を複素多様体とする。正則写像の芽 $f : (\mathbf{C}, 0) \rightarrow (M, x)$ ($f(0) = x$) を考える。その微分 $f^{(1)}(0) \in T(M)_x$ は点 x での M の正則接ベクトルを与える。

更に高次の微分まで考える。つまり k 階までのテーラー展開

$$f(\zeta) \sim f(0) + \frac{1}{1!} f^{(1)}(0)\zeta + \cdots + \frac{1}{k!} f^{(k)}(0)\zeta^k,$$

をとり、その係数

$$(f^{(1)}(0), \dots, f^{(k)}(0))$$

の全体 $J_k(M)_x$ を x 上の繊維とする繊維束 $J_k(M)$ を M の k ジェット束と呼ぶ。

整正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow M$ があると、その自然な持ち上げ

$$J_k(f) : \mathbf{C} \rightarrow J_k(M)$$

が定義される。

整正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow M$ があると、その自然な持ち上げ

$$J_k(f) : \mathbf{C} \rightarrow J_k(M)$$

が定義される。

$J_k(M)$ 上の有理型関数 $\psi : J_k(M) \rightarrow \mathbf{C} \cup \{\infty\}$ を k ジェット微分と呼ぶ。

整正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow M$ があると、その自然な持ち上げ

$$J_k(f) : \mathbf{C} \rightarrow J_k(M)$$

が定義される。

$J_k(M)$ 上の有理型関数 $\psi : J_k(M) \rightarrow \mathbf{C} \cup \{\infty\}$ を k ジェット微分と呼ぶ。

D を M の超曲面とし、その局所方程式が

$$\sigma_1 \cdots \sigma_l = 0$$

で与えられているとする。但し、各 σ_i は、既約とする。有理型ジェット微分の極が、局所的に

整正則曲線 $f : \mathbf{C} \rightarrow M$ があると、その自然な持ち上げ

$$J_k(f) : \mathbf{C} \rightarrow J_k(M)$$

が定義される。

$J_k(M)$ 上の有理型関数 $\psi : J_k(M) \rightarrow \mathbf{C} \cup \{\infty\}$ を k ジェット微分と呼ぶ。

D を M の超曲面とし、その局所方程式が

$$\sigma_1 \cdots \sigma_l = 0$$

で与えられているとする。但し、各 σ_i は、既約とする。有理型ジェット微分の極が、局所的に

$$\left(\frac{d^j \sigma_i}{\sigma_i} \right)^\nu, \quad 1 \leq j \leq k,$$

の形のもののからのみ成るとき、これを対数的 k ジェット微分と呼ぶ。

定理 12

(対数微分の補題の拡張) M をコンパクト代数多様体とし、
 $\Psi : J_k(M) \rightarrow \mathbf{C} \cup \{\infty\}$ を対数的 k ジェット微分とすると、

$$m_{\Psi \circ J_k(f)}(r; \infty) = S_f(r).$$

定理 12

(対数微分の補題の拡張) M をコンパクト代数多様体とし、
 $\Psi : J_k(M) \rightarrow \mathbf{C} \cup \{\infty\}$ を対数的 k ジェット微分とすると、

$$m_{\Psi \circ J_k(f)}(r; \infty) = S_f(r).$$

§8 準アーベル多様体

定理 12

(対数微分の補題の拡張) M をコンパクト代数多様体とし、
 $\Psi : J_k(M) \rightarrow \mathbf{C} \cup \{\infty\}$ を対数的 k ジェット微分とすると、

$$m_{\Psi \circ J_k(f)}(r; \infty) = S_f(r).$$

§8 準アーベル多様体

A を準アーベル多様体とする。

定理 12

(対数微分の補題の拡張) M をコンパクト代数多様体とし、
 $\Psi : J_k(M) \rightarrow \mathbf{C} \cup \{\infty\}$ を対数的 k ジェット微分とすると、

$$m_{\Psi \circ J_k(f)}(r; \infty) = S_f(r).$$

§8 準アーベル多様体

A を準アーベル多様体とする。即ち、

$$0 \rightarrow (\mathbf{C}^*)^t \rightarrow A \rightarrow A_0 \rightarrow 0,$$

ここで A_0 はアーベル多様体である。

定理 12

(対数微分の補題の拡張) M をコンパクト代数多様体とし、
 $\Psi : J_k(M) \rightarrow \mathbf{C} \cup \{\infty\}$ を対数的 k ジェット微分とすると、

$$m_{\Psi \circ J_k(f)}(r; \infty) = S_f(r).$$

§8 準アーベル多様体

A を準アーベル多様体とする。即ち、

$$0 \rightarrow (\mathbf{C}^*)^t \rightarrow A \rightarrow A_0 \rightarrow 0,$$

ここで A_0 はアーベル多様体である。

$J_k(A)$ を A 上の k ジェット空間とする。

$f : \mathbf{C} \rightarrow A$ を整正則曲線とし、

$J_k(f) : \mathbf{C} \rightarrow J_k(A)$ をその k ジェット持ち上げとする。

$X_k(f)$ で像 $J_k(f)(\mathbf{C})$ の $J_k(A)$ 内の Zariski 閉包を表す。

定理 13

(野口-Winkelmann-山ノ井 2007 to appear in Forum Math.)

$f : \mathbf{C} \rightarrow A$ を代数非退化とする。

定理 13

(野口-Winkelmann-山ノ井 2007 to appear in Forum Math.)

$f : \mathbf{C} \rightarrow A$ を代数非退化とする。

(i) Z を $X_k(f)$ ($k \geq 0$) の被約部分空間とすると、コンパクト化 $\exists \bar{X}_k(f)$ が存在して、

$$T(r; \omega_{\bar{Z}, J_k(f)}) \leq N_1(r; J_k(f)^* Z) + \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}, \quad \forall \epsilon > 0,$$

ここで、 $\bar{Z}$ は $\bar{X}_k(f)$ での Z の閉包である。

定理 13

(野口-Winkelmann-山ノ井 2007 to appear in Forum Math.)

$f: \mathbf{C} \rightarrow A$ を代数非退化とする。

(i) Z を $X_k(f)$ ($k \geq 0$) の被約部分空間とすると、コンパクト化 $\exists \bar{X}_k(f)$ が存在して、

$$T(r; \omega_{\bar{Z}, J_k(f)}) \leq N_1(r; J_k(f)^* Z) + \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}, \quad \forall \epsilon > 0,$$

ここで、 $\bar{Z}$ は $\bar{X}_k(f)$ での Z の閉包である。

(ii) 更に、もし $\text{codim}_{X_k(f)} Z \geq 2$ ならば、

$$T(r; \omega_{\bar{Z}, J_k(f)}) \leq \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}, \quad \forall \epsilon > 0.$$

定理 13

(野口-Winkelmann-山ノ井 2007 to appear in Forum Math.)

$f: \mathbf{C} \rightarrow A$ を代数非退化とする。

(i) Z を $X_k(f)$ ($k \geq 0$) の被約部分空間とすると、コンパクト化 $\exists \bar{X}_k(f)$ が存在して、

$$T(r; \omega_{\bar{Z}, J_k(f)}) \leq N_1(r; J_k(f)^* Z) + \epsilon T_f(r) \|_{\epsilon}, \quad \forall \epsilon > 0,$$

ここで、 $\bar{Z}$ は $\bar{X}_k(f)$ での Z の閉包である。

(ii) 更に、もし $\text{codim}_{X_k(f)} Z \geq 2$ ならば、

$$T(r; \omega_{\bar{Z}, J_k(f)}) \leq \epsilon T_f(r) \|_{\epsilon}, \quad \forall \epsilon > 0.$$

(iii) $k = 0$ で Z が A 上の正係数因子 D の場合は、 A のコンパクト化 $\bar{A}$ が、非特異、 A 作用同変かつ f に独立にとれて、

$$T_f(r; L(\bar{D})) \leq N_1(r; f^* D) + \epsilon T_f(r; L(\bar{D})) \|_{\epsilon}, \quad \forall \epsilon > 0.$$

上述 (iii) は、次の Lang の予想の別証明も与える。

上述 (iii) は、次の Lang の予想の別証明も与える。

系 14

(Y.T. Siu-Z.K. Yeung 1996、野口 1998、M. McQuillan 2001)

A を準アーベル多様体、 D をその上の被約因子とすと、 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow A \setminus D$ は代数退化する。

上述 (iii) は、次の Lang の予想の別証明も与える。

系 14

(Y.T. Siu-Z.K. Yeung 1996、野口 1998、M. McQuillan 2001)

A を準アーベル多様体、 D をその上の被約因子とすと、 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow A \setminus D$ は代数退化する。

§9 準アーベル多様体の有限被覆

上述 (iii) は、次の Lang の予想の別証明も与える。

系 14

(Y.T. Siu-Z.K. Yeung 1996、野口 1998、M. McQuillan 2001)

A を準アーベル多様体、 D をその上の被約因子とすと、 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow A \setminus D$ は代数退化する。

§9 準アーベル多様体の有限被覆

前節の結果の応用として対数的 Bloch-落合の定理を改良する。

上述 (iii) は、次の Lang の予想の別証明も与える。

系 14

(Y.T. Siu-Z.K. Yeung 1996、野口 1998、M. McQuillan 2001)

A を準アーベル多様体、 D をその上の被約因子とすと、 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow A \setminus D$ は代数退化する。

§9 準アーベル多様体の有限被覆

前節の結果の応用として対数的 Bloch-落合の定理を改良する。

X を正規代数多様体とし必ずしもコンパクト性を仮定しない。 $\bar{\kappa}(X)$ でその (対数的) 小平次元を表す。 A を準アーベル多様体とする。

上述 (iii) は、次の Lang の予想の別証明も与える。

系 14

(Y.T. Siu-Z.K. Yeung 1996、野口 1998、M. McQuillan 2001)

A を準アーベル多様体、 D をその上の被約因子とすると、 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow A \setminus D$ は代数退化する。

§9 準アーベル多様体の有限被覆

前節の結果の応用として対数的 Bloch-落合の定理を改良する。

X を正規代数多様体とし必ずしもコンパクト性を仮定しない。 $\bar{\kappa}(X)$ でその (対数的) 小平次元を表す。 A を準アーベル多様体とする。

定理 15

(野口-Winkelmann-山ノ井 2007) 次を仮定する。

- (i) $\exists \pi : X \rightarrow A$ 有限射。
- (ii) $\bar{\kappa}(X) > 0$.

上述 (iii) は、次の Lang の予想の別証明も与える。

系 14

(Y.T. Siu-Z.K. Yeung 1996、野口 1998、M. McQuillan 2001)

A を準アーベル多様体、 D をその上の被約因子とすと、 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow A \setminus D$ は代数退化する。

§9 準アーベル多様体の有限被覆

前節の結果の応用として対数的 Bloch-落合の定理を改良する。

X を正規代数多様体とし必ずしもコンパクト性を仮定しない。 $\bar{\kappa}(X)$ でその (対数的) 小平次元を表す。 A を準アーベル多様体とする。

定理 15

(野口-Winkelmann-山ノ井 2007) 次を仮定する。

(i) $\exists \pi : X \rightarrow A$ 有限射。

(ii) $\bar{\kappa}(X) > 0$.

すると、 $\forall f : \mathbf{C} \rightarrow X$ は代数退化する。

注意 条件 “ $\bar{\kappa}(X) > 0$ ” は X が準アーベル多様体になることを禁じている。対数的 Bloch-落合の定理でも上述の定理 15 においても証明は、結局 X が一般型の場合に帰着してなされる。その意味では、これらの定理は、Green-Griffiths 予想の特別な場合とも言える。

注意 条件 “ $\bar{\kappa}(X) > 0$ ” は X が準アーベル多様体になることを禁じている。対数的 Bloch-落合の定理でも上述の定理 15 においても証明は、結局 X が一般型の場合に帰着してなされる。その意味では、これらの定理は、Green-Griffiths 予想の特別な場合とも言える。

系 16

X の準 Albanese 写像は、固有とする。 $\bar{\kappa}(X) > 0$ 及び $\bar{q}(X) \geq \dim X$ を仮定すると、
 $\forall f : \mathbb{C} \rightarrow X$ は代数退化する。

注意 条件 “ $\bar{\kappa}(X) > 0$ ” は X が準アーベル多様体になることを禁じている。対数的 Bloch-落合の定理でも上述の定理 15 においても証明は、結局 X が一般型の場合に帰着してなされる。その意味では、これらの定理は、Green-Griffiths 予想の特別な場合とも言える。

系 16

X の準 Albanese 写像は、固有とする。 $\bar{\kappa}(X) > 0$ 及び $\bar{q}(X) \geq \dim X$ を仮定すると、
 $\forall f : \mathbb{C} \rightarrow X$ は代数退化する。

この特別な場合として次を得る。

系 17

$D = \sum_{i=1}^q D_i$ を $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$ の単純正規交叉因子とする。 $q \geq n+1$ 、 $\deg D \geq n+2$ と仮定する。
すると、 $\forall f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{P}^n(\mathbb{C}) \setminus D$ は代数退化する。

注意 これは、1987 年の古典的 Borel の定理の拡張とも言える。

注意 これは、1987 年の古典的 Borel の定理の拡張とも言える。例えば次のような例がある。 $\mathbf{P}^2(\mathbf{C})$ で、

$$f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^2(\mathbf{C}) \setminus \{z_0 = 0\} \cup \{z_1 = 0\} \cup \{z_0^2 + z_1^2 + z_2^2 = 0\}$$

は、代数退化する。

これは、M. Green が予想していたものである (1974)。

§10 山ノ井の相対第二主要定理

注意 これは、1987 年の古典的 Borel の定理の拡張とも言える。例えば次のような例がある。 $\mathbf{P}^2(\mathbf{C})$ で、

$$f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^2(\mathbf{C}) \setminus \{z_0 = 0\} \cup \{z_1 = 0\} \cup \{z_0^2 + z_1^2 + z_2^2 = 0\}$$

は、代数退化する。

これは、M. Green が予想していたものである (1974)。

§10 山ノ井の相対第二主要定理

山ノ井は、論文 Acta(2004) において、有理型関数に対する Nevannlinna の第二主要定理を動標的に対し、打ち切りレベル 1 の個数関数をもって証明した。この結果は、その道の専門家を驚かせるものであった。証明では、Ahlfors の被覆定理、 $\mathbf{P}^1$ の点分布のモジュライ理論、ツリーの理論などが縦横に用いられる。

斯界の有名な D. Drasin 氏は、Math. Review のなかで、山ノ井の結果を “This outstanding paper ...” と絶賛している。

注意 これは、1987 年の古典的 Borel の定理の拡張とも言える。例えば次のような例がある。 $\mathbf{P}^2(\mathbf{C})$ で、

$$f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^2(\mathbf{C}) \setminus \{z_0 = 0\} \cup \{z_1 = 0\} \cup \{z_0^2 + z_1^2 + z_2^2 = 0\}$$

は、代数退化する。

これは、M. Green が予想していたものである (1974)。

§10 山ノ井の相対第二主要定理

山ノ井は、論文 Acta(2004) において、有理型関数に対する Nevannlinna の第二主要定理を動標的に対し、打ち切りレベル 1 の個数関数をもって証明した。この結果は、その道の専門家を驚かせるものであった。証明では、Ahlfors の被覆定理、 $\mathbf{P}^1$ の点分布のモジュライ理論、ツリーの理論などが縦横に用いられる。

斯界の有名な D. Drasin 氏は、Math. Review のなかで、山ノ井の結果を “This outstanding paper ...” と絶賛している。 $p : X \rightarrow S$ は、非特異射影代数多様体間の全射とし、

$K_{X/S}$ は相対標準束を表すとする。

定理 18

(山ノ井 2004) 相対次元 $\dim X/S = 1$ 、 $D \subset X$ を被約因子、 $f : \mathbf{C} \rightarrow X$ を代数非退化と仮定し、 $g = p \circ f : \mathbf{C} \rightarrow S$ とおく。
この時、 $\forall \epsilon > 0$ に対し $\exists C(\epsilon) > 0$ で、

$$T_f(r; [D]) + T_f(r; K_{X/S}) \leq N_1(r; f^*D) + \epsilon T_f(r) + C(\epsilon) T_g(r) + \epsilon.$$

定理 18

(山ノ井 2004) 相対次元 $\dim X/S = 1$ 、 $D \subset X$ を被約因子、 $f : \mathbf{C} \rightarrow X$ を代数非退化と仮定し、 $g = p \circ f : \mathbf{C} \rightarrow S$ とおく。
この時、 $\forall \epsilon > 0$ に対し $\exists C(\epsilon) > 0$ で、

$$T_f(r; [D]) + T_f(r; K_{X/S}) \leq N_1(r; f^*D) + \epsilon T_f(r) + C(\epsilon) T_g(r) + o_\epsilon(r).$$

ここで、 $f : \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し次の新しい概念を導入しよう。

小次元 $s\text{-dim}(f)$

Y を X 内での像 $f(\mathbf{C})$ のザリスキー閉包とし、
 $\mathbf{C}(Y)$ で Y の有理関数体を表すと、

$$\text{transc-deg}_{\mathbf{C}} \mathbf{C}(Y) = \dim Y \leq \dim X.$$

定理 18

(山ノ井 2004) 相対次元 $\dim X/S = 1$ 、 $D \subset X$ を被約因子、 $f : \mathbf{C} \rightarrow X$ を代数非退化と仮定し、 $g = p \circ f : \mathbf{C} \rightarrow S$ とおく。
この時、 $\forall \epsilon > 0$ に対し $\exists C(\epsilon) > 0$ で、

$$T_f(r; [D]) + T_f(r; K_{X/S}) \leq N_1(r; f^*D) + \epsilon T_f(r) + C(\epsilon) T_g(r) \|_{\epsilon}.$$

ここで、 $f : \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し次の新しい概念を導入しよう。

小次元 $s\text{-dim}(f)$

Y を X 内での像 $f(\mathbf{C})$ のザリスキー閉包とし、
 $\mathbf{C}(Y)$ で Y の有理関数体を表すと、

$$\text{transc-deg}_{\mathbf{C}} \mathbf{C}(Y) = \dim Y \leq \dim X.$$

$$\mathcal{S}(f) = \{\phi \in \mathbf{C}(Y); T(r; f^*\phi) \leq \epsilon T_f(r) \|_{\epsilon}, \forall \epsilon > 0\}.$$

とおく。

すると、 $\mathcal{S}(f)$ は $\mathbf{C}(Y)$ の部分体をなす。

すると、 $\mathcal{S}(f)$ は $\mathbf{C}(Y)$ の部分体をなす。

$$\mathrm{s-dim}(f) = \mathrm{transc-deg}_{\mathbf{C}} \mathcal{S}(f)$$

とおく。

すると、 $S(f)$ は $\mathbf{C}(Y)$ の部分体をなす。

$$\text{s-dim}(f) = \text{transc-deg}_{\mathbf{C}} S(f)$$

とおく。

命題 19

代数非退化な $f : \mathbf{C} \rightarrow X$ があれば、 $\text{s-dim}(f) < \dim X$ 。

系 9 (対数的 Bloch-落合) や系 14 (Lang の予想) の証明では、実は f が代数非退化との仮定の下、高次ジェット $J_k(f) (k \gg 1)$ に対し

$$\text{s-dim}(J_k(f)) = \dim \overline{J_k(f)(\mathbf{C})}^{\text{Zar}}$$

を示し、矛盾を導いた。

山ノ井の相対第二主要定理の応用として、次を得る。

定理 20

$f : \mathbb{C} \rightarrow X$ に対し次を仮定する。

$$\bar{\kappa}(X) = \dim X = 2, \quad \text{s-dim}(f) = 1.$$

すると、 f は代数退化である。

証明 f は代数非退化であったとせよ。

山ノ井の相対第二主要定理の応用として、次を得る。

定理 20

$f : \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し次を仮定する。

$$\bar{\kappa}(X) = \dim X = 2, \quad \text{s-dim}(f) = 1.$$

すると、 f は代数退化である。

証明 f は代数非退化であったとせよ。

仮定より 適当な双有理変換の後、曲線 $\exists S$ と正則全射 $\exists p : X \rightarrow S$ があって、 $g = p \circ f : \mathbf{C} \rightarrow S$ は非定値で次を満たすようにできる。

$$T_g(r) \leq \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}.$$

山ノ井の相対第二主要定理の応用として、次を得る。

定理 20

$f : \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し次を仮定する。

$$\bar{\kappa}(X) = \dim X = 2, \quad \text{s-dim}(f) = 1.$$

すると、 f は代数退化である。

証明 f は代数非退化であったとせよ。

仮定より 適当な双有理変換の後、曲線 $\exists S$ と正則全射 $\exists p : X \rightarrow S$ があって、 $g = p \circ f : \mathbf{C} \rightarrow S$ は非定値で次を満たすようにできる。

$$T_g(r) \leq \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}.$$

S は有理曲線か楕円曲線であるので、 $K_{X/S}$ は大 (ビッグ) である。

山ノ井の相対第二主要定理の応用として、次を得る。

定理 20

$f : \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し次を仮定する。

$$\bar{\kappa}(X) = \dim X = 2, \quad \text{s-dim}(f) = 1.$$

すると、 f は代数退化である。

証明 f は代数非退化であったとせよ。

仮定より 適当な双有理変換の後、曲線 $\exists S$ と正則全射 $\exists p : X \rightarrow S$ があって、 $g = p \circ f : \mathbf{C} \rightarrow S$ は非定値で次を満たすようにできる。

$$T_g(r) \leq \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}.$$

S は有理曲線か楕円曲線であるので、 $K_{X/S}$ は大 (ビッグ) である。よって、 $T_f(r; K_{X/S}) \sim T_f(r)$.

山ノ井の相対第二主要定理の応用として、次を得る。

定理 20

$f : \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し次を仮定する。

$$\bar{\kappa}(X) = \dim X = 2, \quad \text{s-dim}(f) = 1.$$

すると、 f は代数退化である。

証明 f は代数非退化であったとせよ。

仮定より 適当な双有理変換の後、曲線 $\exists S$ と正則全射 $\exists p : X \rightarrow S$ があって、 $g = p \circ f : \mathbf{C} \rightarrow S$ は非定値で次を満たすようにできる。

$$T_g(r) \leq \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}.$$

S は有理曲線か楕円曲線であるので、 $K_{X/S}$ は大 (ビッグ) である。よって、 $T_f(r; K_{X/S}) \sim T_f(r)$. これと、山ノ井の相対第二主要定理を組み合わせると、次の矛盾を得る。

$$T_f(r) \leq \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}. \quad (\text{q.e.d.})$$

§11 より易しいと思われる予想

正則曲線の基本予想は、次のものであった。

§11 より易しいと思われる予想

正則曲線の基本予想は、次のものであった。

正則曲線の基本予想 X を非特異射影代数的多様体、 $D = \sum_i D_i$ を X 上の単純正規交叉因子とせよ。任意の代数非退化正則曲線 $f: \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し次が成立する。

$$\begin{aligned} & T_f(r; [D]) + T_f(r; K_X) \\ & \leq \sum_i N_1(r; f^* D_i) + \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}, \forall \epsilon > 0. \end{aligned}$$

§11 より易しいと思われる予想

正則曲線の基本予想は、次のものであった。

正則曲線の基本予想 X を非特異射影代数的多様体、 $D = \sum_i D_i$ を X 上の単純正規交叉因子とせよ。任意の代数非退化正則曲線 $f: \mathbf{C} \rightarrow X$ に対し次が成立する。

$$\begin{aligned} & T_f(r; [D]) + T_f(r; K_X) \\ & \leq \sum_i N_1(r; f^* D_i) + \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}, \forall \epsilon > 0. \end{aligned}$$

この線から、小林予想に迫りたい。

正則曲線の基本予想、まだ難しいので特化する。が、 D の仮定はゆるめる。

X を n 次元射影多様体とし、埋め込み $X \hookrightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ をとる。
 $\pi : X \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ を一般的な射影、
 D をその X 上の分岐因子、
 $E = \pi_* D$ を $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ 上の分岐跡因子とする。

X を n 次元射影多様体とし、埋め込み $X \hookrightarrow \mathbf{P}^N(\mathbf{C})$ をとる。

$\pi : X \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ を一般的な射影、

D をその X 上の分岐因子、

$E = \pi_* D$ を $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ 上の分岐跡因子とする。

以下の議論では、 π は動きうるので、一般の π について予想が成立すれば十分である。

X を n 次元射影多様体とし、埋め込み $X \hookrightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ をとる。

$\pi : X \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ を一般的な射影、

D をその X 上の分岐因子、

$E = \pi_* D$ を $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ 上の分岐跡因子とする。

以下の議論では、 π は動きうるので、一般の π について予想が成立すれば十分である。

予想 1 上述記法のもと、 $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ を代数非退化とすると、

$$\{\deg E - n - 1\} T_f(r) \leq N_1(r; f^* E) + \epsilon T_f(r) + o(r), \quad \forall \epsilon > 0,$$

が成立する。

X を n 次元射影多様体とし、埋め込み $X \hookrightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ をとる。

$\pi : X \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ を一般的な射影、

D をその X 上の分岐因子、

$E = \pi_* D$ を $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ 上の分岐跡因子とする。

以下の議論では、 π は動きうるので、一般の π について予想が成立すれば十分である。

予想 1 上述記法のもと、 $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ を代数非退化とすると、

$$\{\deg E - n - 1\} T_f(r) \leq N_1(r; f^*E) + \epsilon T_f(r) + o(r), \quad \forall \epsilon > 0,$$

が成立する。

次に、第一主要定理の変形を考える。

X を n 次元射影多様体とし、埋め込み $X \hookrightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ をとる。

$\pi : X \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ を一般的な射影、

D をその X 上の分岐因子、

$E = \pi_* D$ を $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ 上の分岐跡因子とする。

以下の議論では、 π は動きうるので、一般の π について予想が成立すれば十分である。

予想 1 上述記法のもと、 $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ を代数非退化とすると、

$$\{\deg E - n - 1\} T_f(r) \leq N_1(r; f^* E) + \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}, \quad \forall \epsilon > 0,$$

が成立する。

次に、第一主要定理の変形を考える。

予想 2 $f : \mathbf{C} \rightarrow X$ を代数非退化とすると、

$$T_f(r; [D]) \leq N_1(r; f^* D) + m_f(r, D) + \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}, \quad \forall \epsilon > 0.$$

これは、一般の X に対し主張する。

予想 1 + 予想 2 $\Rightarrow$ Green-Griffits 予想

予想 1 + 予想 2 $\Rightarrow$ Green-Griffits 予想

$f: \mathbf{C} \rightarrow X$ を代数非退化とせよ。

射影 $\pi: X \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$, 分岐因子 D (X 上), 分岐跡因子 E ($\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ 上) をとり、予想 1、予想 2 が成立とする。

予想 1 + 予想 2 $\Rightarrow$ Green-Griffits 予想

$f: \mathbf{C} \rightarrow X$ を代数非退化とせよ。

射影 $\pi: X \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$, 分岐因子 D (X 上), 分岐跡因子 E ($\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ 上) をとり、予想 1、予想 2 が成立とする。

予想 1 は次を含む。

$$(\deg E - n - 1)T_g(r) \leq N_1(r; g^*E) + \epsilon T_g(r) + o(r).$$

予想 1 + 予想 2 $\Rightarrow$ Green-Griffits 予想

$f: \mathbf{C} \rightarrow X$ を代数非退化とせよ。

射影 $\pi: X \rightarrow \mathbf{P}^n(\mathbf{C})$, 分岐因子 D (X 上), 分岐跡因子 E ($\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ 上) をとり、予想 1、予想 2 が成立とする。

予想 1 は次を含む。

$$(\deg E - n - 1)T_g(r) \leq N_1(r; g^*E) + \epsilon T_g(r) \Big|_{\epsilon}.$$

従って、

$$N(r; g^*E) - N_1(r; g^*E) \leq (n+1)T_g(r) - m_g(r; E) + \epsilon T_g(r) \Big|_{\epsilon}.$$

分岐因子については、

$$\begin{aligned} N_1(r; f^*D) &\leq N(r; g^*E) - N_1(r; g^*E) \\ &\leq (n+1)T_g(r) - m_g(r; E) + \epsilon T_g(r) \parallel \epsilon. \end{aligned}$$

分岐因子については、

$$\begin{aligned} N_1(r; f^*D) &\leq N(r; g^*E) - N_1(r; g^*E) \\ &\leq (n+1)T_g(r) - m_g(r; E) + \epsilon T_g(r) \parallel \epsilon. \end{aligned}$$

予想 2 より、

$$T_f(r; [D]) \leq N_1(r; f^*D) + m_f(r, D) + \epsilon T_f(r) \parallel \epsilon$$

分岐因子については、

$$\begin{aligned} N_1(r; f^*D) &\leq N(r; g^*E) - N_1(r; g^*E) \\ &\leq (n+1)T_g(r) - m_g(r; E) + \epsilon T_g(r) \parallel_{\epsilon}. \end{aligned}$$

予想 2 より、

$$T_f(r; [D]) \leq N_1(r; f^*D) + m_f(r, D) + \epsilon T_f(r) \parallel_{\epsilon}$$

これら二つと $m_f(r; D) \leq m_g(r; E)$ を併せて、

$$\begin{aligned} T_f(r; [D]) &\leq (n+1)T_g(r) - m_g(r; D) + \epsilon T_g(r) + m_f(r; D) \\ &\leq (n+1)T_g(r) + \epsilon T_g(r) \parallel_{\epsilon}. \end{aligned}$$

$K_X = \pi^* K_{\mathbf{P}^n(\mathbf{C})} + D$ に注意して、

$$T_f(r; K_X) = -(n+1)T_g(r) + T_f(r; [D]).$$

$K_X = \pi^* K_{\mathbf{P}^n(\mathbf{C})} + D$ に注意して、

$$T_f(r; K_X) = -(n+1)T_g(r) + T_f(r; [D]).$$

かくして、

$$T_f(r; K_X) \leq \epsilon T_g(r) + \epsilon.$$

$K_X = \pi^* K_{\mathbf{P}^n(\mathbf{C})} + D$ に注意して、

$$T_f(r; K_X) = -(n+1)T_g(r) + T_f(r; [D]).$$

かくして、

$$T_f(r; K_X) \leq \epsilon T_g(r) + \epsilon.$$

K_X は大なので、 $T_f(r; K_X) \sim T_g(r)$ 。

$K_X = \pi^* K_{\mathbf{P}^n(\mathbf{C})} + D$ に注意して、

$$T_f(r; K_X) = -(n+1)T_g(r) + T_f(r; [D]).$$

かくして、

$$T_f(r; K_X) \leq \epsilon T_g(r) \parallel_{\epsilon}.$$

K_X は大なので、 $T_f(r; K_X) \sim T_g(r)$ 。

よって、次の矛盾を得る。

$$T_g(r) \leq \epsilon T_g(r) \parallel_{\epsilon}, \quad \forall \epsilon > 0.$$

$K_X = \pi^* K_{\mathbf{P}^n(\mathbf{C})} + D$ に注意して、

$$T_f(r; K_X) = -(n+1)T_g(r) + T_f(r; [D]).$$

かくして、

$$T_f(r; K_X) \leq \epsilon T_g(r) \parallel_{\epsilon}.$$

K_X は大なので、 $T_f(r; K_X) \sim T_g(r)$ 。

よって、次の矛盾を得る。

$$T_g(r) \leq \epsilon T_g(r) \parallel_{\epsilon}, \quad \forall \epsilon > 0.$$

注意 予想 1 と予想 2 は、 $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ 上の有限被覆ではなく、準アーベル多様体上の有限被覆に対しては、成立している (定理 13)。