

2017 年 9 月河野研集中セミナー

会場 (9/25 だけ会場が異なりますのでご注意ください)

9/19~ 21, 23 数理科学研究科棟 128 室, 9/25 156 室

スケジュール

	9/19 (火)	9/20 (水)	9/21 (木)
9:00 ~ 10:30	玉尾 琢治 (河野研)	佐藤 玄基 (河野研)	田中 俊輝 (寺田研)
10:45 ~ 12:15	今野 北斗 (古田研)	加藤 大輝 (斎藤毅研)	アレックス レオンチエフ (小林研)
14:00 ~ 15:30	中村 伸一郎 (古田研)	石橋 典 (河澄研)	田森 宥好 (小林研)
16:00 ~ 17:30	北村 拓真 (河野研)	加来 宗一郎 (河野研)	浅尾 泰彦 (河野研)
	9/23 (土)	9/25 (月)	
9:00 ~ 10:30	アド (河野研)		
10:45 ~ 12:15	野崎 雄太 (逆井研)		
14:00 ~ 15:30	川島 夢人 (河野研)	伊藤 昇 (iBMath 特任研究員)	
16:00 ~ 17:30	松下尚弘 (京都大学 PD)	吉田 純 (河野研)	

9/21 (木) 18:30 ~ 懇親会 (18:00 に図書館前集合)

アブストラクト

Takuji Tamao

Title: A real polarization on the moduli space of flat $SO(3)$ connections over closed surfaces

Abstract: Let Σ be a closed oriented surface of genus $g \geq 2$ and G be a connected compact Lie group. We denote by $\mathcal{M}(\Sigma, G)$ the moduli space of flat connections on principal G -bundles over Σ . It is known that $\mathcal{M}(\Sigma, G)$ can be identified with the affine variety of conjugacy classes of representations of the fundamental group of Σ into G . The open dense subset M of $\mathcal{M}(\Sigma, G)$ corresponding to the classes of irreducible representations is a smooth manifold, and has a natural symplectic structure Ω . Given a symplectic manifold (M, ω) , we may consider its geometric quantization. The geometric quantization process requires some additional structure on (M, ω) . One of the most important structures is a polarization. A real polarization on (M, ω) is a map $\pi : M \rightarrow B$ whose nonempty fibers are Lagrangian submanifolds of (M, ω) , where B is some real manifold. In the case $G = SU(2)$, where (M, ω) is a real $6g - 6$ dimensional symplectic manifold, a real polarization on (M, ω) was explicitly constructed in [2]. Fix a trinion decomposition of Σ determined by oriented trinions D_γ ($\gamma = 1, \dots, 3g - 3$) and oriented boundary circles C_i ($i = 1, \dots, 2g - 2$). Weitsman showed that the following map on $\mathcal{M}(\Sigma, G)$ is restricted to a real polarization on (M, ω) : $\pi = f_1, \dots, f_{3g-3} : \mathcal{M}(\Sigma, G) \rightarrow \mathbb{R}^{3g-3}$, where f_i assigns the trace of the holonomy around C to each gauge equivalent class of flat connection. Jeffrey and Weitsman gave other description of the real polarization in [1], related to the work of Witten in [3]. I will talk about a real polarization in the case $G = SO(3)$, where the gauge group is not simply-connected.

- [1] L. JEFFREY, J WEITSMAN, Half Density Quantization of the Moduli Space of Flat Connections and Witten's Semi-classical Manifold Invariants. *Topology*. 32, (1993), 509
- [2] J. WEITSMAN, Real Polarization of the Moduli Space of Flat Connections on a Riemann Surface. *Commun. Math. Phys.* 145, (1992), 425.
- [3] E. WITTEN: On Quantum Gauge Theories in Two Dimensions, *Commun. Math. Phys.* 140, (1991), 153.

Hokuto Konno

Title: Characteristic classes of bundles of 4-manifolds via gauge theory

Abstract: One of long-standing problems in gauge theory is whether one can define a non-trivial characteristic class of bundles of 4-manifolds using families of gauge theoretic equations. I will report that we can give an affirmative answer to this question. The basic idea of the construction of the characteristic class is to consider an infinite dimensional analogue of the Euler class used in the usual theory of characteristic classes. If time permits, I will also explain the idea to prove the non-triviality of the characteristic class.

Shinichiro Nakamura

Title: Pochette に沿った 4 次元多様体の手術について (On a 4-dimensional surgery along a “Pochette”)

Abstract: 今回の研究テーマは 4 次元多様体の微分構造についてである。1980 年代になって現れた Donaldson 理論, 1990 年代になって現れた Seiberg-Witten 理論により, 4 次元多様体に入る微分構造の濃度について飛躍的に理解が深まった。例えば, 楕円曲面 $E(n)$ に可算無限個の異種微分構造が存在することが既に示されている。その他大体の 4 次元多様体に無限個の異なった微分構造が構成されている一方で, 球面 S^4 や複素射影空間 $\mathbb{C}P^2$ などの基本的な空間に異種微分構造が存在するかどうかは現在も未解決である。このような微分構造に関する未解明な部分を解き明かしていくには, 異種微分構造の構成法を充実させることが必要である。そこで, 今回の発表では 4 次元多様体の異種微分構造の候補を構成する新たな手法 (Pochette surgery) を紹介したい。発表内容の詳細は次の通りである。まず第一に, その手法を定義する準備として, 任意の 3 次元有向閉多様体に対して定義される群 (modulo 2 framed knot homology group) を導入する。次に, Pochette 手術を定義して実際にその微分同相類がその群によってパラメーター付けられることを証明する。さらに, Pochette 手術による Kirby 図式の変化について記述を与える。最後に, 時間が許せば Pochette 手術による楕円曲面 $E(n)$ の異種微分構造の構成法について紹介したい。

Takuma Kitamura

Title: コンツェビッチ不変量について

Abstract: コンツェビッチ不変量は結び目の不変量であり, 有限型不変量や量子不変量に対して普遍的である (すなわちコンツェビッチ不変量から復元できる) ため非常に強力な不変量といえる。今回はそれらの様子について紹介する予定である。

Genki Sato

Title: On the ∞ -functoriality of pushouts in HoTT

Abstract: In this talk, I will talk about combinatorics of a certain family of posets. They are “face posets” of some abstract homotopical shapes (hopefully polyhedra), which express a diagram with the shape of some product of simplices in a homotopically “enriched” category with coherently homotopy-associative compositions. The proven combinatorial proposition can be interpreted as follows: if you remove the “interior face” and one face of codimension 1 from the given shape, the subshape you get is contractible, as is the original shape. We can apply this combinatorics in order to obtain a result in *homotopy type theory* (HoTT). Homotopy type theory is synthetic homotopy theory: a formal language that has homotopical spaces as their primitive objects, and that admits native homotopy-theoretic arguments. It was found as the interpretability of Martin-Löf type theory in a homotopy theory, and is used in the *univalent foundation*, a proposal of Voevodsky’s for a new and computer-verifiable foundation of mathematics. Here is the summary of my result. The posets above may be used to define a commutative diagram of homotopical spaces in HoTT. With these definitions, I have derived the ∞ -functoriality of (homotopy) pushouts in HoTT from the combinatorial property above. I plan to talk about the combinatorics and the sketch of the proof of this result, and I will go to an application of the result, time permitting.

Hiroki Kato

Title: Wild ramification and restrictions to curves

Abstract: We consider ramification of an étale local system on an algebraic variety, in particular, wild ramification, which appears only in positive characteristic case. In this talk, I will introduce the result that (under resolution of singularity) wild ramification of an étale local system is determined by wild ramification of its restrictions to all curves. I will also introduce the applications of this result for the Euler-Poincaré characteristic and for the Swan conductor of the local Galois representations attached to étale local systems.

Tsukasa Ishibashi

Title: On a Nielsen-Thurston classification theory on cluster modular groups

Abstract: クラスターモジュラー群は Fock-Goncharov により定義された, 簇 \mathbf{i} に付随する離散群 $\Gamma_{\mathbf{i}} \boxtimes$ である. クラスターモジュラー群の元は変異 (mutation) とよばれる簇の変形列からなる. 各変異にはクラスター変換とよばれる有理変換が付随し, クラスターモジュラー群の中では対応するクラスター変換が等しい元は同一視される. クラスターモジュラー群はクラスター複体とよばれる単体的複体 $C_{\mathbf{i}}$ および, クラスターアンサンブルとよばれる多様体のペア $\mathcal{A}_{\mathbf{i}}(\mathbb{R}_{>0}), \mathcal{X}_{\mathbf{i}}(\mathbb{R}_{>0})$ に自然に作用する. 針孔付き曲面 $S = S_g^n$ の理想三角形分割に付随して構成される簇に対しては, それぞれクラスターアンサンブル=Teichmüller 空間, クラスターモジュラー群=写像類群, クラスター複体=アーク複体と思ってよい. 他にも適切な簇の選択により, クラスターアンサンブルは高次 Teichmüller 空間 (平坦接続のモジュライ空間のある部分空間) や半単純 Lie 群の二重 Bruhat 胞体, ダイマー模型をはじめとする多種多様な対象の統一的な記述を与えることが知られているが, それらの対象へのクラスターモジュラー群の作用については不明な点が多い. 本講演ではクラスターモジュラー群の元を 3 種類に分類し, それらをクラスターアンサンブルへの作用の固定点性質により特徴づける. これは写像類群について古典的によく知られた Nielsen-Thurston 分類の類似を与え, Markov 簇の場合にはモジュラー群 $PSL_2(\mathbb{Z})$ の元の分類 (楕円的元/放物的元/双曲的元) に一致する. また, 写像類群における Dehn ツイストに類似の元を定義し, いくつかの例においてクラスターモジュラー群がそれらで生成されることを示す.

Souichiro Kaku

Title: On quandle coloring of surface knots

Abstract: A quandle is a set X with a binary operation $(x, y) \mapsto x^y$ satisfying three conditions. We define a quandle coloring of a knot (surface knot) diagram D as a map $C : \{\text{connected component of } D\} \rightarrow X$ satisfying some condition about closing points (lines). We can get invariants of a knot (surface knot) from quandle colorings. For example, the number of quandle colorings is. In this talk, I extend quandle colorings to the 2-category of surface cobordism.

Toshiki Tanaka

Title: ある種のカット・ムーディ代数のルート重複度と原始的ピタゴラス数の関係

Abstract: 次の形の一般カルタン行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(ただし, 添え字は $0, 1, 2$ とする.) に対応するカット・ムーディ代数 $\mathfrak{g}(A)$ のルート系 Δ の, ワイル群 W の作用による完全代表系は次のようになっている.

Theorem 0.1. 平方長さが $-2k$ ($k \geq 0$) である $\mathfrak{g}(A)$ の虚ルート全体の集合を $\Delta_{+,k}^{im}$ とおく. このとき, W の $\Delta_{+,k}^{im}$ への作用の完全代表系は次の条件を満たす整数の組 (t, x, y) で表されるルート $t\alpha_0 + x\alpha_1 + y\alpha_2$ 全体である.

$$\begin{cases} (x-t)^2 + (y-t)^2 = t^2 - k \\ x, y \leq t \leq x+y \end{cases}$$

さらに上式を満たす組 (t, x, y) は各 k に対して有限個である.

特に $k=0$ の場合は $\Delta_{+,k}^{im}$ は円錐上の整数点になるので t で割って斉次化することで, ワイル群 W は円上の有理点全体の集合に作用する. これにより, ピタゴラス数に関する次の系を得る.

Theorem 0.2. 3 つの元 f_1, f_2, f_3 の生成する自由モノイドを M , 互いに素な正の整数 a, b, c の組 (c, a, b) であって,

$c^2 = a^2 + b^2$ を満たすものの全体の集合を P とおくと, M は次のように P に作用する.

$$\begin{cases} f_1(c, a, b) = (3c + 2a - 2b, 2c + 1a - 2b, 2c + 2a - 1b) \\ f_2(c, a, b) = (3c - 2a + 2b, 2c - 1a + 2b, 2c - 2a + 1b) \\ f_3(c, a, b) = (3c + 2a + 2b, 2c + 1a + 2b, 2c + 2a + 1b) \end{cases}$$

さらに P は $(5, 3, 4), (5, 4, 3)$ の生成する自由 M 加群である.

Alex Leontiev

Title: 2つのゲーゲンバウアー多項式に関連する積分公式について

Abstract: 2つの Gegenbauer 多項式に関連する積分公式を与える. 得られた公式の特殊値や極限值と、既知の古典的な結果および Warnaar, Varchenko, Tarasov などによる種々の Selberg 型積分の特殊値との関連について説明したい. 主結果の複数の証明方法を挙げる. 時間が許せば, 対称性破れ作用とこの積分公式について触れる.

Hiro Yoshi Tamori

Title: 極小表現の構成について

Abstract: G を A 型ではない実単純リー群とする. このときリー環の複素化の 普遍包絡環 $U(\mathfrak{g}_{\mathbb{C}})$ は随伴多様体が (零でない) 極小冪零軌道の閉包となる completely prime イデアルをただ一つ持つ. このイデアルを Joseph イデアルという. G の既約表現が極小表現であるとは, その Annihilator が Joseph イデアルであることをいう. ある極小表現の, G の作用と可換な微分作用素の核空間としての実現を与える.

Yasuhiko Asao

Title: Non trivial image of $\pi_1 \text{aut}_1(M)$ in $H_d(LM)$.

Abstract: In my previous study, it is shown that the loop homology $H_*(L[M/G])$ splits into $H_*(LM) \otimes Z(k[G])$ when any section s of $ev : LM \rightarrow M$ sends the fundamental class $[M]$ to the standard one in $H_d(LM)$, namely $s_*[M] = c_*[M]$. We can study those images by identifying the space of sections with $\Omega \text{aut}_1(M)$. On this occasion, we will introduce a relation between the images of sections and the Gottlieb group $G_1(M)$, and some examples of non trivial images $s_*[M]$.

Adrian Jimenez Pascual

Title: On adequacy and the crossing number of satellite knots

Abstract: In this occasion I present several results concerning the adequacy of links and their parallels, introduce the concept of *graft* (an extension of the connected sum of knots), and prove that the crossing number of a satellite knot is bounded by the crossing number of its companion, when the companion is adequate.

Yuta Nozaki

Title: シンプレクティック微分 Lie 代数への重み系を用いたアプローチ

Abstract: 写像類群 $\mathcal{M}_{g,1}$ のシンプレクティック表現の核として Torelli 群 $\mathcal{I}_{g,1}$ が定義される. その線形化の候補として, ある自由 Lie 代数のシンプレクティック微分からなる次数付き Lie 代数 $\mathfrak{h}_{g,1}$ が導入された. 特に $g = 1$ の場合は整数論との関係も指摘されており, 重要な研究対象と言える. 本発表では, 量子トポロジーにおいて導入された「重み系」と呼ばれる写像を用いて $H_1(\mathfrak{h}_{1,1}; \mathbb{C})_{Sp(2, \mathbb{C})}$ を調べる手法について紹介する.

Yumeto Kawashima

Title: Fixed point theory and dilatation

Abstract: In this talk, I will show how to calculate the dilatation number of pseudo-Anosov map using some representation related to Lawrence-Kramer-Bigelow representation and Burau representation.

Noboru Ito

Title: Crosscaps and knot projections

Abstract: This is a joint work with Yusuke Takimura (Gakushuin Boys' Junior High School). We define an unknotting-type number of knot projections. The number gives an upper bound of the crosscap number of knots. We determine the set of knot projections with the unknotting-type number one or two.

Jun Yoshida

Title: Crossed groups and symmetries on monoidal categories

Abstract: The notion of crossed groups, originally introduced by [3] and [5] independently, were developed to generalize a sort of equivariences of (co)homologies. A motivational example is Connes' cyclic category Λ , which is a simplicial set defined in [1] with Λ_n being a cyclic group of order $n + 1$. It is known that the Hochschild (co)homology admits a canonical

Λ -symmetry so that we obtain the *cyclic (co)homology* of it. On the other hand, symmetries on an algebraic structure crucially rely on those on the monoidal category it lies in. According to [2] and [4], we can describe the latter in terms of operads, namely *group operads*. It is hence a natural idea that there should be certain nice correspondence between crossed groups and group operads. In this talk, I am giving an adjunction between the categories of crossed groups and group operads. More precisely, I will show they can be realized as monoid objects in monoidal categories so as to prove the categories are locally presentable. The Adjoint Functor Theorem then provides an adjunction we expected. As an application, we obtain a new notion of *cyclic monoidal* categories corresponding to the cyclic category Λ , which has never been considered as far as I know. If time permits, we will also discuss attempts to ∞ -analogues.

- [1] A. Connes. Cohomologie cyclique et foncteurs Ext^n . *Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences. Série I. Mathématique*, 296(23):953–958, June 1983.
- [2] A. S. Corner and N. Gurski. Operads with general groups of equivariance, and some 2-categorical aspects of operads in cat. arXiv:1312.5910, 2013.
- [3] Z. Fiedorowicz and J-L Loday. Crossed simplicial groups and their associated homology. *Transactions of the American Mathematical Society*, 326(1):57–87, 1991.
- [4] N. Gurski. Operads, tensor products, and the categorical borel construction. arXiv:1508.04050, 2015.
- [5] R. Krasauskas. Skew-simplicial groups. *Litovsk. Mat. Sb.*, 27(1):89–99, 1987.

懇親会会場

恋文酒場 かっぱ 松濤 （予算は一人4 0 0 0円程度）