

## 幾何学特別演習 I レポート問題 担当：河野俊丈

3次元ユークリッド空間内のトーラス  $T$  をパラメータ表示

$$x = (a \cos \theta + b) \cos \phi, \quad y = (a \cos \theta + b) \sin \phi, \quad z = a \sin \theta$$

$0 < a < b, 0 \leq \theta < 2\pi, 0 \leq \phi < 2\pi$  で定める.

- (1) 上のパラメータ表示は埋め込み  $f : S^1 \times S^1 \rightarrow \mathbf{R}^3$  を定めることを示せ.
- (2)  $f$  によって  $\mathbf{R}^3$  のユークリッド計量から導かれる  $T$  のリーマン計量を  $\theta, \phi$  で表せ.
- (3) 写像  $\gamma : T \rightarrow S^2$  をトーラスの各点に対して外向きの単位法線ベクトルを対応させて得られるなめらかな写像とする. 写像  $\gamma$  の微分を求め, そのランクの変化の様子を調べよ.
- (4) トーラス  $T$  のガウス曲率の符号の変化を調べ, それを (3) の結果と比較せよ.

このレポート問題は以下の講義の web site よりダウンロードできます.  
<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~kohno/lectures/report08.pdf>

提出期限 8月29日  
提出先 教務係