

Collisions of random walks on the random walk trace

白石大典

Kyoto University(RIMS)

Abstract

$G = (V(G), E(G))$ を locally finite な連結無限グラフとする。 G の再帰性を調べることは確率論において非常に重要な問題である。それはある意味で G の広さを考察していることに対応する。本講演では、再帰性とは別の G の大きさの解釈の仕方を述べる。 S^1, S^2 を 0 から出発する G 上のふたつの独立なシンプルランダムウォーク (SRW) とする。両者の衝突回数を

$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{1}\{S_n^1 = S_n^2\}$$

により定義する。 $P^{a,b}$ により、 $a, b \in V(G)$ から S^1, S^2 が出発するときの (S^1, S^2) の確率法則を表わすものとする。 G が finite collision property を持つとは、

$$P^{a,a}(Z < \infty) = 1 \text{ for all } a \in V(G)$$

と定義し、 G が infinite collision property を持つとは、

$$P^{a,a}(Z = \infty) = 1 \text{ for all } a \in V(G)$$

と定義する。[1] によれば、再帰的なグラフ上で衝突が無限回起こるかどうかという性質には、0-1 法則が成立して、いかなる再帰的なグラフ G に対しても、 G は finite collision property を持つか、あるいは infinite collision property を持つかのいずれかが成り立つ。

G を非再帰的なグラフとする。このとき G 上で SRW を考え、RW が通った部分をグラフとして考えた時、そのトレースは確率 1 で再帰的なグラフになることが知られている ([2])。こうして得られるランダムウォークトレースの上でふたつの SRW を考えた時、両者は無限回衝突するか? という問題が未解決問題として [1] に提起されている。本講演では、 G が \mathbb{Z}^d で $d \geq 4$ のとき、ランダムウォークトレースは (確率 1 で) infinite collision property を持つことを報告する。時間が許せば、infinite collision property には包含関係による単調性が成り立たないや、infinite collision property がおこるための十分条件についても言及したい。

References

- [1] Martin T. Barlow; Yuval Peres; Perla Sousi. : Collisions of Random Walks. preprint
- [2] I. Benjamini, O. Gurel-Gurevich and R. Lyons. : Recurrence of random walk traces. Ann. Probab. 35 (2007) 732-738.