

確率幾何的表現を用いた量子 Ising 模型の平均場臨 界現象の解析

上島芳倫 *

共同研究者：半田悟氏（北海道大学），坂井哲氏（北海道大学）

鉄 (Fe) は常温で強い磁場を印加すると磁石になるが， 770°C でその性質が失われる．このような強磁性体の相転移を記述するモデルの一つに Ising 模型がある．古典 Ising 模型は， d 次元格子 \mathbb{Z}^d 上のスピン配置 $\sigma: \mathbb{Z}^d \rightarrow \{-1, +1\}$ が確率的に実現されるとするモデルである．この模型に対する相転移・臨界現象については [4] に詳しい．

一方で，量子力学的には，スピンは作用素によって表されるべき対象である．具体的には，古典系のスピン配置 $\{\sigma_x\}_{x \in \mathbb{Z}^d}$ を Pauli 行列で置き換え，横磁場を印加する．このように扱うことで，例えば，絶対零度でも横磁場を変化させるによって相転移が起きるなど，古典系には無かった興味深い性質が現れる．ところで，量子 Ising 模型は格子空間に連続な時間軸を加えた“時空間の Ising 模型”（スピンは古典的）と対応することが知られており，その時空間上の確率幾何的表現を用いて種々の相関不等式が得られている [2, 3]．

講演者らは特に，量子効果を加えたとき，平均場的な振る舞いが古典系からどの程度ずれるかということに関心がある．量子 Ising 模型における平均場臨界現象の数学的な解析は Bjönberg [1] によって行われているが，その論文では温度パラメータを固定した状況で相互作用係数や横磁場を変化させたときの応答について示されている．古典系からのずれという観点からは，相互作用係数や横磁場を固定した状況で温度を変化させたときの応答を調べたい．

本講演ではこの温度変化に対する応答という問題について現在までに得られた結果を紹介する．それに際しては， d 次元量子 Ising 模型は極限の意味で $d + 1$ 次元古典 Ising 模型と等価であること [5] に基づき，時空間ではなく古典系での確率幾何的表現のみを用いた．モデルの詳しい定義や定理の内容については，講演の中で述べる．

* 北海道大学大学院理学院数学専攻 E-mail: kamijima@math.sci.hokudai.ac.jp

参考文献

- [1] J.E. Björnberg. Infrared bound and mean-field behaviour in the quantum Ising model. *Commun. Math. Phys.* **323** (2013): 329–366.
- [2] J.E. Björnberg and G.R. Grimmett. The phase transition of the quantum Ising model is sharp. *J. Stat. Phys.* **136** (2009): 231–273.
- [3] N. Crawford, D. Ioffe. Random current representation for transverse field Ising model. *Commun. Math. Phys.* **296** (2010): 447–474.
- [4] 田崎晴明, 原隆『相転移と臨界現象の数理』(共立出版株式会社, 2015年)
- [5] M. Suzuki. Relationship between d -Dimensional Quantal Spin Systems and $(d + 1)$ -Dimensional Ising Systems: Equivalence, Critical Exponents and Systematic Approximants of the Partition Function and Spin Correlations. *PTP.* **56** (1976): 1454–1469.