Tree 上の random walk と p-adic number 上の Dirichlet form

京都大学大学院情報学研究科
木上　淳
e-mail:kigami@i.kyoto-u.ac.jp

p-adic numbers

$$\mathbb{Q}_p = \Big\{ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n p^n \Big| a_n \in \{0, 1, \ldots, p-1\}, \exists N \in \mathbb{Z}, a_n = 0 \text{ if } n < N \Big\}$$

は Cantor set から 1 点を除いたものと同相であり、degree $(p+1)$ の homogeneous tree T の boundary と考えることが出来る。$\mathbb{Q}_p$ 上への process の構成とその性質の研究は、Evans-Aldous, Albeverio-Karwowski, Kaneko, Yasuda などにより進められてきた。また一方、tree 上の Random walk の Martin boundary 上への trace として tree の Martin boundary = Cantor set 上に自然な process が構成されることが近年明らかに成っている。本講演では、$\mathbb{Q}_p$ 上に
(1) Albeverio-Karwowski によって $\mathbb{Q}_p$ 上に構成された jump processes
(2) Tree 上の random walk の trace として $\mathbb{Q}_p$ 上に構成された jump processes
の 2 つのクラスを同時に含む（jump processes を生成する）Dirichlet form のクラスを $\mathbb{Q}_p$ 上の測度 μ および "eigenvalue map" $\lambda : T \to (0, \infty)$ のペアから構成する。さらに対応する熱核 $p(t, x, y)$ の具体的な表示を与え、その漸近挙動を記述するための最適な距離 $d_\lambda(\cdot, \cdot)$ の構成、距離 d_λ のもとでの漸近挙動などについての結果を述べる。距離 d_λ に関して volume doubling condition が成立している時には、$p(t, x, y)$ の上からの評価は、Near-diagonal $d_\lambda(\omega, \tau) \le t$ では

$$p_\Gamma(t, \omega, \tau) \le \frac{c}{\mu(B(\omega, t))} \tag{1}$$

Off-diagonal $d_\lambda(\omega, \tau) \ge t$ では

$$p_\Gamma(t, \omega, \tau) \le \frac{ct}{\mu(B(\omega, d_\lambda(\omega, \tau)))d_\lambda(\omega, \tau)} \tag{2}$$

で与えられる。下からの評価については Near-diagonal では (1) の不等号を単純に逆にしたものがいつでも成立するが、Off-diaonal においては、一般には任意の Annulus に対してその "一定の割合の部分" でのみ、(2) の不等号を逆にしたものが成立することを示す。