Arithmetic Geometry and Representation Theory

日時　2019年12月16日（月）から18日（水）まで

場所　富山県民会館会議室702号室，〒930-0006 富山県富山市新総曲輪4番18号

世話人　阿部紀行（東京大学），大井雅雄（京都大学），千田雅隆（東京電機大学）

スケジュール

- 16日（月）
  - 10:00–11:00：阿部紀行
  - 11:30–12:30：越川
  - 14:30–15:30：吉川
  - 16:00–17:00：津嶋
- 17日（火）
  - 09:30–10:30：大島
  - 10:50–11:50：小寺
  - 12:10–13:10：阿部知行
  - 自由討論
- 18日（水）
  - 10:00–11:00：時本
  - 11:30–12:30：沖
  - 14:30–15:30：伊藤
  - 16:00–17:00：三枝

講演概要

阿部知行（東京大学）

分岐理論と A^1 ホモトピー論

Beilinson と斎藤によって特性サイクルが定義されたが，いくつかの特性サイクルの関手性に関しては未だに解決されていない．これらの関手性を構築する取り組みの進展についてお話ししたいと思う．まだ研究が完成していないので，前半で大まかな戦略を話したあと，後半ではひとつの技術的な鍵となる A^1 ホモトピー論での跡射の枠組みに関してお話ししたい．全体を通じて（スキーム上の）エタール・コホモロジーを体得している方々にはストレスのない話にする予定で，A^1 ホモトピー論などの知識は全く仮定しない．

阿部紀行（東京大学）

On Soergel bimodules

p を素数とします．標数 p の体上定義された簡約代数群の代数的な表現の理論においては，その背後にアフィン Hecke 環の組み合わせ論が存在することが知られています．例えば，既約表現の指標公式はアフィン Hecke 環を使い定義される Kazhdan-Lusztig 多項式により記述されることが予想されていました（Lusztig 予想）．この予想自身は Williamson により反例が与えられましたが，その改良として Williamson らは既約表現の指標公式が p-Kazhdan-Lusztig 多項式を使い記述されることを予想し，多くの p に関してこの予想を示しました．

p-Kazhdan-Lusztig 多項式の定義にはアフィン Hecke 環のみでは不十分で，その圏化を必要とします．このようなアフィン Hecke 環の圏化は当初 Soergel により（ここでの文脈とは少し違う設定で）「Soergel 両側加群」を使い与えられました．しかし，この Soergel の理論は上記の設定では機能しません．そのために，Elias と Williamson は別の圏化を定義して上記の予想を定式化しました．その定義は生成元と関係式によるもののため，一見もともとの Soergel による定義とはかけ離れたものとなっています．今回，Soergel の設定を少し変更することで Elias-Williamson により与えられた圏と圏同値な圏が得られることがわかったので，それについてお話します．

伊藤哲史（京都大学）

Fourier transform of the discriminant locus on the moduli space of cubic curves

We study (homogeneous) Fourier-Deligne transform of the characteristic function supported on the discriminant locus on the moduli space of cubic curves over finite fields. We propose a conjectural motivic formula which describes the value of the Fourier-Deligne transform explicitly. Rather surprisingly, certain K3 surfaces naturally appear in the formula, and their Hasse-Weil zeta functions conjecturally explain the “square-root cancellation” phenomena of the associated exponential sums. We also present some experimental evidences, partial theoretical results, and possible approaches to the complete proof. (Joint work with Yasuhiro Ishitsuka (Kyoto) and Takashi Taniguchi (Kobe).)

大島芳樹（大阪大学）

Compactifications of locally symmetric spaces and Gromov-Hausdorff limits of K3 surfaces

偏極 Abel 多様体や K3 曲面のモジュライは局所対称空間の構造をもつことが知られている。1960 年頃に、局所対称空間の複数のコンパクト化が佐武一郎により構成され、そのうちのひとつが Baily-Borel コンパクト化とよばれるものである。ここ数年の尾高悠志氏 (京都大学) との共同研究で、(Baily-Borel コンパクト化とは異なる) ある佐武コンパクト化が、Abel 多様体や K3 曲面の Ricci 平坦計量の Gromov-Hausdorff 収束の様子を良く表すことがわかってきたのでその報告を行いたい。

沖泰裕（東京大学）

On the supersingular locus of the Shimura variety for $\mathrm{GU}(2,2)$ over a ramified prime

Let L be an imaginary quadratic field, and p an odd prime number. Then Rapoport and Zink constructed integral models over the integer ring of a p-adic field of Shimura varieties for $\mathrm{GU}(r,s)$ associated to $L/\mathbb{Q}$ with Bruhat-Tits level at p. It is defined as a moduli space of abelian varieties with CM by L and additional structures. In this talk, we give a concrete description of the supersingular locus of the geometric special fiber of the integral model for $(r,s)=(2,2)$ when p is ramified in L and the level at p is special maximal parahoric. More precisely, we see that the supersingular locus consists of exactly two components; one is contained in the closure of the generic fiber and has purely 2-dimensional, and the other does not intersect with the closure of the generic fiber and has purely 1-dimensional.

越川皓永（京都大学）

Logarithmic prismatic cohomology

Bhatt and Scholze developed the theory of prisms and prismatic cohomology. In particular, they obtained a site-theoretic construction of Breuil-Kisin cohomology in the smooth case. It is natural to consider a logarithmic variant to study the semistable case. I will report on the status of the log prismatic theory.

小寺諒介（神戸大学）

Level one Weyl modules for toroidal Lie algebras

Lie 群・Lie 代数の表現論では，表現の指標を求めることが基本的な問題である．指標によって表現の情報を知るという側面以外にも，指標として現れる函数そのものが興味深い，ということがしばしばある．

代表的な例として，最も基本的な一般線型群・Lie 代数の有限次元既約表現を考えると，その指標は Schur 多項式である．複素単純 Lie 代数の有限次元既約表現の指標は，Schur 多項式を一般のルート系に拡張したものと解釈することもできる．次に，考える Lie 代数を無限次元にまで広げて，単純 Lie 代数と 1 変数多項式環をテンソルした Lie 代数（カレント Lie 代数）とする．表現として Weyl 加群をとると，その指標は Macdonald 多項式の $t=0$ での特殊化に一致することが知られている．ここで Macdonald 多項式とは，Schur 多項式，あるいは一般に単純 Lie 代数の有限次元既約指標，を q,t 変形したもので，可積分系や組合せ論の研究で重要な位置を占める直交多項式である．また，単純 Lie 代数が ADE 型のときには，カレント Lie 代数の Weyl 加群は箙多様体のホモロジー群による実現を持つため，その指標は箙多様体のポアンカレ多項式を記述することになる．

この講演では，こうした結果を振り返ったあとで，考える Lie 代数の変数をもう 1 つ増やして 2 変数にしたもの（トロイダル Lie 代数）の表現論について説明し，その指標についてわかっている

ことと期待していることを述べる．

津嶋貴弘（千葉大学）

Geometric realization of Weil representations for unitary groups over finite fields and some applications

Weil representations for symplectic groups over finite fields are constructed by Howe. Weil representations for unitary groups are constructed by Gerardin. In the following, we consider Weil representations for unitary groups. We give a geometric construction of the Weil representation on the middle cohomology of a certain algebraic variety.

We introduce two applications of the above construction. In characteristic two, Tiep constructs an extension of the Weil representation to a semidirect group of a unitary group with a cyclic group of order two, which is used for Howe correspondence. We give a uniform geometric construction of this by using Frobenius structure on the cohomology not depending on characteristic.

We construct Shintani liftings of Weil representations again by using Frobenius structure, which is a unitary version of Henniart–Wang's result in a symplectic case. This is a joint work with Naoki Imai.

時本一樹（Academia Sinica）

Local Langlands correspondence for regular supercuspidal representations of $\mathrm{GL}(n)$

Building on J.-K. Yu's construction of supercuspidal representations, Kaletha recently defined the class of regular supercuspidal representations for tamely ramified p-adic groups (of odd residual characteristic) and made a profound study of these representations. In particular, he constructed (a candidate of) the local Langlands correspondence for regular supercuspidal representations and showed a number of desired properties. In this talk we will explain that Kaletha's construction indeed gives the local Langlands correspondence when the group is $\mathrm{GL}(n)$. A key fact is that in this case regular supercuspidal representations are nothing other than essentially tame representations intensively studied by Bushnell-Henniart and later by Tam. This is a joint work with Masao Oi.

三枝洋一（東京大学）

Local Saito-Kurokawa A-packets and ℓ-adic cohomology of Rapoport-Zink tower for $\mathrm{GSp}(4)$

$\mathrm{GSp}(4)$ の Rapoport-Zink 空間とは，Siegel threefold の局所版にあたる p 進解析空間である．Siegel threefold の場合と同様，レベル構造を考えることで Rapoport-Zink 空間の射影系が得られるが，それを Rapoport-Zink 塔と呼ぶ．$\mathrm{GSp}(4)$ の Rapoport-Zink 塔のエタールコホモロジーに

は，$\mathbb{Q}_p$ の Weil 群，$\mathrm{GSp}_4(\mathbb{Q}_p)$ に加え，$\mathrm{GSp}_4(\mathbb{Q}_p)$ の内部形式 $J(\mathbb{Q}_p)$ も作用する．これらの作用によるエタールコホモロジーの分解の様子は局所 Langlands 対応によって記述されると考えられているが，$\mathrm{GL}(n)$ の場合と異なり中間次元以外にも $\mathrm{GSp}(4)$ の超尖点表現が現れるなどの事情もあり，いまだ分かっていないことが多い．

この講演では，齋藤・黒川型と呼ばれる非緩増加な局所 A パラメータおよびそれに伴う L パラメータに対応する $J(\mathbb{Q}_p)$ の局所 A パケットを考える．これらの A パケットが，中心指標が自明である超尖点表現を含むという仮定のもとで，それが Rapoport-Zink 塔のエタールコホモロジーにどのように寄与するかを決定する．また，Rapoport-Zink 塔のエタールコホモロジーを $J(\mathbb{Q}_p)$ のスムーズ表現の導来圏の対象とみなしたものを用いることで，局所 A パケットから局所 A パラメータを自然に復元できるという現象についても説明を行う．

本講演は，伊藤哲史氏との共同研究に基づくものである．

吉川祥（学習院大学）

Modularity of elliptic curves over certain totally real fields

An elliptic curve over a totally real field is said to be modular if its Hasse-Weil L-function is the L-function associated to some Hilbert modular form.

Many elliptic curves over totally real fields are already known to be modular, but it is still hard to prove modularity of all elliptic curves.

I will explain how to obtain modularity of elliptic curves (in a difficult case) by using the theory of Diophantine stability due to Mazur-Rubin.