

RIMS 共同研究（公開型）「表現論とその周辺分野の広がり」

日時 2017年6月20日（火）から23日（金）まで

場所 京都大学数理解析研究所 420号室

世話人 阿部 紀行（北海道大学理学研究院）

プログラム

6月20日

- 14:35–15:35 田内 大渡（東京大学大学院数理科学研究科）
Multiplicity of degenerate principle series with infinite orbits
- 15:50–16:50 島本 直弥（東京大学大学院数理科学研究科）
Description of infinite orbits on multiple flag varieties of type A

6月21日

- 9:50–10:50 大島 芳樹（大阪大学大学院情報科学研究科）
極小表現の指標と極小冪零軌道
- 11:05–12:05 Leontiev Alex（東京大学大学院数理科学研究科）
2つのゲーゲンバウアー多項式に関連する積分公式について
- 13:20–14:20 小寺 諒介（京都大学大学院理学研究科 数学教室）
Cherednik algebras and quantized Coulomb branches
- 14:35–15:35 宮本 賢伍（大阪大学情報科学研究科）
Self-injective cellular algebras of polynomial growth representation type
- 15:50–16:50 元良 直輝（京都大学数理解析研究所）
Wakimoto representations for W-algebras

6月22日

- 9:50–10:50 池田 岳 (岡山理科大学)
Pieri-rule of K-theory ring of maximal Isotropic Grassmannians
- 11:05–12:05 池田 薫 (慶應義塾大学経済学部)
Classification the singlar points of the Toda lattice on the flag manifold by the faces of Weyl chamber
- 13:20–14:20 織田 寛 (拓殖大工), 示野 信一 (関西学院大理工)
Small K タイプに付随した Riemann 対称空間上のベクトル束における球変換
- 14:35–15:35 跡部 発 (東京大学大学院数理科学研究科)
A conjecture of Gross-Prasad and Rallis for metaplectic groups
- 15:50–16:50 久保 利久 (龍谷大学経済学部)
Algorithm on determining the reducibility points for generalized Verma modules of scalar type

6月23日

- 9:50–10:50 松本 久義 (東京大学大学院数理科学研究科)
スカラー型一般化バルマ加群の annihilator について
- 11:05–12:05 和地 輝仁 (北海道教育大学 教育学部)
 b -functions of prehomogeneous vector spaces of classical, parabolic type

講演概要

田内 大渡 (東京大学大学院数理科学研究科)

Multiplicity of degenerate principle series with infinite orbits

G を実簡約リー群, P をその極小な放物型部分群, H を G の実簡約閉部分群とする. このとき, P 開軌道が等質多様体 G/H 上に存在すること, もしくはそれと同値なことであるが, G/H 上の P 軌道の個数が有限であるとき, 正則表現 $C^\infty(G/H)$ が G の各表現を高々有限回ずつしか含まないことが, 小林俊行・大島利雄両氏により代数解析を用いる手法で証明された. また小林俊行氏はより一般に, 一般放物型部分群 Q に対して, もし Q が G/H 上に開軌道を持たなければ, $C^\infty(G/H)$ は, 一般旗多様体 G/Q 上に実現されるある既約表現を, 重複度無限で含むというより精密な結果を, ポアソン変換の一般化を用いることで証明している. 今回の講演ではこれらを踏まえ, G/H 上に Q 開軌道が存在したとしても, もし G/H 上の Q 軌道が無限個存在するならば, $C^\infty(G/H)$ は, G/Q 上に実現されるある既約表現を重複度無限で含むということ, 向き付けに関するある条件の仮定のもとで, ドラムによるカレントの理論を用いて, 証明する.

島本 直弥 (東京大学大学院数理科学研究科)

Description of infinite orbits on multiple flag varieties of type A

簡約型等質空間 $X = G/H$ 上の関数空間にあらわれる G の既約表現の重複度が有限であることと, H が実旗多様体 G/P_G 上に開軌道を持つことが同値であることが 1990 年初頭に小林・大島によって発見・証明された. このような空間 X は小林によって実球等質空間と名付けられた. 一方, H が実旗多様体 G/P_G に開軌道を持つことは, 軌道が有限個であることと同値であると 1990 年代までに Brion, Vinberg, Kimelfeld, Bien, 小林, 松木らによって証明されている.

他方, G の一般の放物型部分群 P による旗多様体 G/P においては, H が G/P 上に開軌道を持ちながらも, 軌道の個数が無限個になることが起こりうる. Magyar-Weyman-Zelevinsky は 1998 年に, G として一般線形群 GL_n の m 回直積群, G の簡約部分群 H としてその対角部分群をとった時, G/P 上の H 軌道が有限個となるような放物型部分群 P を分類し, さらにその場合の軌道の組み合わせ論的な記述を行った.

この分類に漏れる例として, $4 \leq m \leq n+1$ を満たす n, m の組に対し, G を先述した GL_n の m 回直積群, 放物型部分群 P として GL_n のミラボリック部分群の m 回直積群を取ると (この時, 旗多様体 G/P は G 多様体として $n-1$ 次元射影空間の m 回直積と同型になる), これは G/P 上の H 軌道が無限個でありながらも開軌道を持つ典型的な例と

なる。本講演では、この状況における軌道分解の具体的な記述方法を紹介する。また、この軌道分解について、軌道の次元公式や閉包関係などについても解説したい。

大島 芳樹（大阪大学大学院情報科学研究科）

極小表現の指標と極小冪零軌道

According to the orbit method, minimal representations of real reductive groups correspond to minimal nilpotent orbits. On the other hand, works of Kashiwara and Schmid-Vilonen give the character of any admissible representation in terms of characteristic cycles of equivariant sheaves on the flag variety. Based on their results, we relate the characters of minimal representations to minimal nilpotent orbits for metaplectic groups and indefinite orthogonal groups.

Leontiev Alex（東京大学大学院数理科学研究科）

2つのゲーゲンバウアー多項式に関連する積分公式について

2つの Gegenbauer 多項式に関連する積分公式を与える。得られた公式の特殊値や極限值と、既知の古典的な結果および Warnaar, Varchenko, Tarasov などによる種々の Selberg 型積分の特殊値との関連について説明したい。主結果の複数の証明方法を挙げる。

時間が許せば、対称性破れ作用とこの積分公式について触れる。この研究は小林俊行先生との共同研究である。

小寺 諒介（京都大学大学院理学研究科 数学教室）

Cherednik algebras and quantized Coulomb branches

n 次対称群と位数 l の巡回群との wreath 積を W とする。 W に付随する spherical rational Cherednik 代数は、商特異点 \mathbb{C}^{2n}/W の量子化を与える代数として Etingof-Ginzburg によって導入された。一方、Braverman-Finkelberg-中島は、ある convolution 代数を用いて 3次元ゲージ理論のクーロン枝とその量子化を定義し、ジョルダン簇に付随する場合にはクーロン枝が \mathbb{C}^{2n}/W となることを示した。こうして \mathbb{C}^{2n}/W の量子化の二つの異なる構成が得られたため、その二つの代数を比較せよという問題が生じる。

この問題に対する答えとして、中島啓氏との共同研究で、二つの代数の間の明示的な同型を構成し、量子化のパラメータの対応を決定した。講演では、この結果と、今後期待される表現論への応用について述べる。

宮本 賢伍 (大阪大学情報科学研究科)

Self-injective cellular algebras of polynomial growth representation type

We classify Morita equivalence class of indecomposable self-injective cellular algebras which have polynomial growth representation type, assuming that the base field has an odd characteristic.

元良 直輝 (京都大学数理解析研究所)

Wakimoto representations for W-algebras

W 代数とは、 \mathbb{C} 上の Lie 代数 \mathfrak{g} , そのべき零元 f , 複素数 k によってパラメトライズされる頂点代数の族である。二次元共形場理論の中で、Virasoro 代数の一般化として構成・発展してきた W 代数は、Drinfeld-Sokolov 還元に伴随する BRST コホモロジーとして定義される。実際、 $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}_2$ のとき W 代数は Virasoro 代数に一致する。ところが、一般の \mathfrak{g} , f に対して W 代数の代数構造は定義の複雑さゆえよく分かっていない。本講演では、affine Lie 代数 $\hat{\mathfrak{g}}$ の脇本表現を用いることで、W 代数の自由場実現を構成し、スクリーニング作用素を使ってその構造を調べることができることを示す。さらに時間が許せば、応用として A 型の W 代数の “coproduct” 構造についても述べる。

池田 岳 (岡山理科大学)

Pieri-rule of K-theory ring of maximal Isotropic Grassmannians

We reprove the Pieri-rule of K-theory ring of the maximal orthogonal Grassmannian due to Buch and Ravikumar. The rule combinatorially calculates the multiplicative structure constants of the two K-theory classes of the structure sheaves of Schubert varieties with one associated to a special Schubert variety. In order to give the rule, we introduce a combinatorial object called the set-valued decomposition tableaux. We also give a conjecture describing arbitrary structure constants. The talk is based on joint work with Soojin Cho and Maki Nakasuji.

池田 薫 (慶應義塾大学経済学部)

Classification the singular points of the Toda lattice on the flag manifold by the faces of Weyl chamber

G を split な連結半単純 Lie 群とする。 $\mathfrak{g} := \text{Lie}G$ とする。 G は split だから \mathfrak{g} は

root 分解可能, それを $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \oplus \bigoplus_{\alpha \in \Delta} \mathfrak{g}_\alpha$ とする. ここに \mathfrak{h} は Cartan 部分代数で Δ は root の集合とする. $\mathfrak{n} = \bigoplus_{\alpha \in \Delta_+} \mathfrak{g}_\alpha$, $\mathfrak{b} = \mathfrak{h} \oplus \mathfrak{n}$ をそれぞれ上三角べきゼロ代数, 上三角 Borel 代数とする. $\bar{\mathfrak{n}}, \bar{\mathfrak{b}}$ をそれぞれの opposite とする. $G, N, B, H, \bar{N}, \bar{B}$ は対応するドイツ文字の Lie 代数を Lie 環とする Lie 群とする. 戸田格子とは $(d/dt)W_\infty(t) = -(W_\infty(t)\Lambda_0 W_\infty(t)^{-1})_- W_\infty(t)$ であらわされる方程式である. ここで $W_\infty(t) \in \bar{N}$, Λ_0 はシフト行列で $(\cdot)_-$ は \mathfrak{n}_- への射影とする. 戸田格子の解は Gauss 分解 $W_\infty(t)^{-1}W_0(t) = e^{t\Lambda_0}$ により得られる. ここで $W_0(t) \in B$ とする. Gauss 分解不可能な点で $W_\infty(t)$ は特異点 (極) を持つ. $G = SL_n(\mathbb{R})$ の場合は $SL_n(\mathbb{R})$ の元の $n-1$ 個の首座小行列式の零点により定義される singular divisor と $e^{t\Lambda_0}$ が交差するとき極が生じる. 本講演では旗多様体上の戸田格子の特異点を Weyl 領域の側面の集合を用いて分類する. 旗多様体上の特異点が G/B 上の \bar{N} の部分群の軌道として実現できることを用いて特異点の主 H 束によるブローアップによりその連結成分と Weyl 領域を関連付ける. このブローアップにより旗多様体上の戸田格子の特異点集合はある種の散乱データとみなすことが可能でその同値変形として Weyl 領域の側面が対応する. 関連する Kodama, Casian の研究では戸田格子の特異点の集合が G の Langlands 双対の実旗多様体のコホモロジー群の情報を与えていることが示されている.

織田 寛 (拓殖大工), 示野 信一 (関西学院大理工)

Small K タイプに付随した Riemann 対称空間上のベクトル束における球変換

For a connected simple real Lie group G of non-compact type, Wallach introduced a class of K -types called *small*. We classify all small K -types for all simple Lie groups and prove except just one case that the spherical function for any small K -type (π, V) can be expressed as a product of hyperbolic cosines and a *Heckman-Opdam hypergeometric function*. As an application, the inversion formula for the spherical transform on $G \times_K V$ is obtained from Opdam's theory on *Cherednik transforms*.

跡部 発 (東京大学大学院数理科学研究科)

A conjecture of Gross-Prasad and Rallis for metaplectic groups

p 進簡約代数群の既約スムーズ表現が generic であるとは, それが Whittaker 模型を持つ時言う. Whittaker 模型の一意性により, generic 表現は表現論及び数論の両分野で多くの応用を持つ. 一方で, 局所 Langlands 予想 (LLC) は既約スムーズ表現を L パラメーターで分類する. Gross-Prasad は Rallis に触発されて, generic 表現に対応する L

パラメーターの判定法を予想した。これを Gross-Prasad と Rallis の予想 (GPR) という。近年、古典群に関して (GPR) は Gan-Ichino により証明された。本講演では、シンプレクティック群の二重被覆であるメタプレクティック群に関して (GPR) を議論する。

久保 利久 (龍谷大学経済学部)

Algorithm on determining the reducibility points for generalized Verma modules of scalar type

Generalized Verma modules (also known as parabolic Verma modules) are one of the central objects in representation theory of complex simple Lie algebras. Recently we explicitly determine the reducibility points for scalar generalized Verma modules for all maximal parabolic subalgebras of the simple complex Lie algebras. In this talk we shall describe how to determine such points. This is based on a joint work with Haiyan He and Roger Zierau.

松本 久義 (東京大学大学院数理科学研究科)

スカラー型一般化バルマ加群の annihilator について

ある種の Weyl 群作用での整合性がある 2 つのスカラー型一般化バルマ加群の annihilator は一致するという Borho-Jantzen の結果があるが、スカラー型一般化バルマ加群の間の準同型の分類をするという観点からはその逆が成り立つかどうかの問題になる。無限小指標が正則ならば η 不変量を比較して容易に逆は示せるが、無限小指標が正則出でないと B_2 型で反例があることが知られている。一方 Borho-Jantzen は A 型の場合には正則でない時も含めて一般に逆が言えることを示している。この講演では Borho-Jantzen とは別のアプローチで A 型の場合の別証が得られることを論じたい。また、合わせて B 型 C 型の場合についても触れたい。

和地 輝仁 (北海道教育大学 教育学部)

b -functions of prehomogeneous vector spaces of classical, parabolic type

複素リー代数において、その単純ルート系の部分集合をとると放物型部分代数が決まる。そして、その冪零根基に自然に入る次数について次数が最小の斉次成分空間には、レビ部分代数に対応するリー群が概均質に作用する。これを放物型概均質ベクトル空間と呼ぶ。

本講演では、古典型の複素リー代数に対して、放物型概均質ベクトル空間の相対不変式

の多変数 b 関数を, 奇数型 Capelli 恒等式を応用して求める.