

WINGS-FMSP

Annual Report 2019

数物フロンティア国際卓越大学院

World-leading INnovative Graduate Study for
Frontiers of Mathematical Sciences and Physics

目次

1	はじめに	3
2	2019 年度プログラムの実施状況	3
3	WINGS-FMSP 主催または共催の研究集会、講演会等	4
4	WINGS-FMSP コース生の研究成果報告	5

1 はじめに

数物フロンティア国際卓越大学院 (WINGS-FMSP) は、東京大学が展開する「国際卓越大学院教育プログラム (WINGS)」に 2019 年度に採択されました。WINGS は、新しい価値創造に挑戦するとともに、他分野や異文化との積極的な対話と協働を進め、その知見を社会にフィードバックできる博士人材を育成するため、複数の研究科等が連携して構築した修博一貫の教育プログラムです。

WINGS-FMSP は、文部科学省「博士課程教育リーディングプログラム」事業「数物フロンティア・リーディング大学院 (FMSP)」(2012~2018 年度) の発展的継承プログラムです。東京大学大学院数理科学理学研究科が理学系研究科、経済学研究科、新領域創成科学研究科、工学系研究科、情報理工学系研究科、医学系研究科、総合文化研究科、Kavli IPMU と連携し、数学を軸とし諸科学に広がりを持つ研究領域の開拓および数学の理論を深化、創成し異分野連携ができる次世代の数学・数理科学のリーダーの養成を目指します。

2 2019 年度プログラムの実施状況

WINGS-FMSP プログラムでは、2019 年 6 月に修士課程 1 年生を対象としたコース生の募集を行った。応募説明会は駒場キャンパス、本郷キャンパス、柏キャンパスでそれぞれ開催した。応募者数と合格者数は以下の通りである。

2019年10月 WINGS-FMSP M1コース生応募状況

	応募者数			合格者数			倍率
		留学生	他大出身		留学生	他大出身	
数理科学研究科	19	5	9	9	3	3	2.11
理学系研究科	4	1	2	2	0	1	2.00
総合文化研究科	1	0	0	1	0	0	1.00
工学系研究科	1	0	1	0	0	0	0.00
合計	25	6	12	12	3	4	2.08

3 WINGS-FMSP 主催または共催のイベント

- **Mathematical Aspects of Surface and Interface Dynamics 18**
2019年10月16日～10月18日 東京大学大学院数理科学研究科 056号室・大講義室
- **NEC 中央研究所見学会**
2019年10月23日 NEC 玉川中央研究所
- **数学・数理科学専攻若手研究者のための異分野・異業種研究交流会 2019**
2019年10月26日 東京大学大学院数理科学研究科・21KOMCEE
- **FMSP 社会数理実践研究成果発表会<O～T班>**
2019年11月2日 東京大学大学院数理科学研究科大講義室
- **Geometric Analysis and General Relativity**
2019年11月21・23日 東京大学大学院数理科学研究科大講義室
- **2019年度公開講座「数理科学の広がり」**
2019年11月23日 東京大学大学院数理科学研究科大講義室
- **産業界からの課題解決のためのスタディグループ**
2019年12月16・20日 東京大学大学院数理科学研究科
- **WINGS-FMSP, FMSP 院生集中講義**
2020年3月5・6日 東京大学大学院数理科学研究科 056号室

植田 健人 (UEDA Kento)

数理科学研究科 数理科学専攻 修士課程 1 年

研究概要

私の研究分野は、確率微分方程式に対する数値解析である。

確率微分方程式は通常ブラウン運動によって駆動されるものを指すが、私はブラウン運動よりも一般的な族である分数階ブラウン運動によって駆動される確率微分方程式に対する数値解析を研究している。

そのため、通常の伊藤確率解析の手法のみならずラフパスと呼ばれる理論を駆使して解析を行う必要がある。

分数階ブラウン運動を用いることによって、通常のブラウン運動を用いた確率微分方程式では説明できないような現象のいくつかに対して数理モデルを構築することが可能となる。

決定的な意味での微分方程式や狭い意味での確率微分方程式でも同様であるが、その枠組みで説明される現象を発見、モデルを構築、検証するためには、より精度の高い数値解法の探求が不可欠である。

現在は確率常微分方程式に限って先行研究の調査をしている段階であるが、博士に進学した場合さらに複雑な理論を必要とする確率偏微分方程式についても研究することを視野に入れている。

WINGS-FMSP の活動への参加

WINGS-FMSP が共催する異分野・異業種研究交流会 2019 の第一部から第二部まで参加した。

主な成果としては、ポスター発表の場において他の大学院生が実際にどの程度の研究を行っているかを知ることができ、ポスター発表の技巧を見ることができた。

企業説明会の場においては自分の研究分野がどのように産業活用されているかを知ろうとしたが、まだまだ実社会においては未開拓の分野であるという認識を得た。

北村 侃 (KITAMURA Kan)

数理科学研究科 数理科学専攻 修士課程 1 年

研究概要

K 群の 2 変数版とでもいうべき、 C^* 環に対する KK 群の圏論的な性質について学んでいる。

(第二可算な) 局所コンパクト群に対する同変な KK 群全体のなす Kasparov 圏には、互いに両立する三角構造とモノイダル構造が入る。まずこれに注目し、tensor triangular geometry とその KK 理論への応用 [2] に目を通して見た。しかし、そこで主に考える対象である (tensor triangular category としての) スペクトラムを、同変な Kasparov 圏に対し具体的な状況下で調べる事は難しい課題と思われる。

一方、局所コンパクト群の作用でなく余作用を考えた時にも同変な KK 理論を考える事ができる。局所コンパクト可換群に対する Pontrjagin 双対のように、局所コンパクト可換群とその双対群とで同変な Kasparov 圏同士に圏同値が存在するが、これは局所コンパクト群の作用と余作用との間での Kasparov 圏同士の双対性として、非可換な場合に拡張される。[1] に従いこれを学んだ。この双対性は本質的には Kac system に関する Baaj-Skandalis 双対により与えられるが、これについては [4] を参照した。

また、[1] では三角構造については直接は触れられていないが、[3] の議論を一般化する事で、局所コンパクト群の作用や余作用の場合を含む、良いクラスの局所コンパクト量子群について同変な場合には、自然な三角構造込みでの圏同値となる事を見た。

[1] S. Baaj and G. Skandalis, *C^* -algèbres de Hopf et théorie de Kasparov équivariante*, K-Theory **2** (1989), no. 6, 683-721.

[2] P. Balmer, *Spectra, spectra, spectra - Tensor triangular spectra versus Zariski spectra of endomorphism rings*, *Algebr. Geom. Topol.* **10** (2010), no. 3, 1521-1563

[3] R. Meyer, *Equivariant Kasparov theory and generalized homomorphisms*, *K-Theory*, **21** (2000), pp. 201-228

[4] T. Timmermann, *An Invitation to Quantum Groups and Duality: From Hopf Algebras*

to Multiplicative Unitaries and Beyond, EMS Textbooks in Mathematics, European Mathematical Society, 2008.

口頭発表

1. KK 理論とそこに現れる構造について, 関数解析研究会, 伊勢, 2019 年 9 月.

金城 翼 (KINJO Tasuki)

数理科学研究科 数理科学 専攻 修士 課程 1 年

研究概要

コホモロジー的 Donaldson-Thom 不変量について研究を行っている。Donaldson-Thom 不変量は Thomas により導入された三次元カラビヤウ多様体上の「接続層を数える」不変量であり、安定接続層のモジュライ空間の上のある関数で重み付けられたオイラー数として定義される。これはゲージ理論におけるキャッソン不変量の代数幾何的な類似物と思えるものである。コホモロジー的 Donaldson-Thom 不変量とは Joyce らにより導入されたその精密化にあたるものであり、安定接続層のモジュライ空間の上で消滅サイクルを貼り合わせて作られる偏屈層の超コホモロジーとして定義され、インスタントフレアホモロジーの代数幾何的な類似物にあたる。コホモロジー的 Donaldson-Thom 不変量の次元の交代和を取ることによって数値的な Donaldson-Thom 不変量を復元することができる。コホモロジー的 Donaldson-Thom 不変量に対して数値的 Donaldson-Thom 不変量で得られていた結果を一般化することは重要であると考えられるが、向きなどの技術的な問題のためにほとんど何も知られていない状態にある。本研究では代数曲面の標準束の全空間として得られるようなカラビヤウ多様体 (局所曲面) のコホモロジー的 Donaldson-Thom 不変量を調べることを目標とした。この場合には (コンパクト台を持つ) 接続層のモジュライ空間に自然な向きがあるために向きの問題をほとんど無視することができ、また、接続層のモジュライ空間が準滑らかなスタックのねじれ余接複体の全空間という扱いやすい記述を持つ。本研究において、準滑らかな 1-アルティン導来スタックのねじれ余接束の全空間の消滅サイクル超コホモロジーが底空間のボレルムーアホモロジーと同型になるという結果を得ることができた (論文は準備中である)。この結果は Davison により簾の表現の文脈で証明された次元還元定理を大域化するものであり、局所曲面の (コンパクト台を持つ) 接続層のモジュライ空間の消滅サイクルコホモロジーが元の曲面の接続層のモジュライ空間のボレルムーアホモロジーと同型になることを証明する。この同型は局所曲面のコホモロジー的 Donaldson-Thom

ス不変量を調べるうえで非常に重要であると考えられ、今後は安定性のずれからくる差を具体的に調べることで、局所曲面のコホモロジー的 Donaldson-Thom 理論に応用する

予定である。また、上の主結果 (大域次元還元定理) はある意味でトム同型の一般化とみなすことができる定理であり、トム同型を用いたオイラー類の構成を一般化することで仮想基本類が構成できるという予想を立て、特別な場合について証明した。この予想は偏屈層と数え上げ幾何の新たな関係を示唆するものであり、今後の研究課題である。

口頭発表

1. Global dimensional reduction, Perverse sheaves in enumerative geometry (short talk), Hausdorff center of mathematics (Germany), 2020 年 2 月.

島田 了輔 (SHIMADA Ryosuke)

数理科学研究科 数理科学専攻 修士課程 1 年

研究概要

Langlands 予想は約半世紀前に提唱されて以来様々な形で展開・発展してきた。これは保型形式と Galois 表現の結びつきを主張するもので、類体論の非可換化・高次元化とみなすことのできる理論である。したがって、局所類体論と大域類体論に並行するように局所 Langlands 対応と大域 Langlands 対応の理論がある。Langlands 予想は提唱されて以来その研究を通して数論の発展に貢献し、また近年では数々の研究者の努力により局所 Langlands 対応が確立され、また Scholze らの貢献もありその理論は整備され見通しよくなってきている。一方で未解決の部分も多くあり、代数体については有理数体上の $GL(2)$ の場合ですら解決していない。また局所ラングランズ対応についても、その具体的な記述について研究が行われているが現在でも完全には解決されていない。私の研究ではこれらの部分にアプローチすることで Langlands 予想をより理解していきたいと考えている。

指導教員とのセミナーでは Scholze による Langlands-Kottwitz の方法の modular 曲線への応用に関する論文を通読した。これを通して $GL(n)$ の局所ラングランズ対応全体の状況を俯瞰し今後の研究の方針を見定めることができた。Scholze の論文では $GL(n)$ の局所ラングランズ対応全体に関わる問題を扱ったが、今後本研究業務ではより細部の問題を扱う。具体的には局所ラングランズ対応の具体的実現やその周り (Deligne-Lusztig 多様体など) についての論文をフォローした。(usual) Deligne-Lusztig 多様体は現在では表現論の重要な部分を実現しており、必要不可欠であると考えられている。そこで affine Deligne-Lusztig 多様体についても、 σ -centralizer J_b の affine Deligne-Lusztig 多様体のホモロジーによる表現は大いに興味をそそられるものである。一方 affine Deligne-Lusztig 多様体の幾何学的性質は usual な場合と比べてはるかに難しく、よってその表現論的性質も未だよく知られていない。私の研究ではまず affine Deligne-Lusztig 多様体の表現論的性質を調べつつ、その後得られた結果の Langlands 予想への貢献を模索していく。この方

面での研究は Ivanov らによって行われており、それらの先行研究を参考にしつつ進めていく。

研究概要

位相的な量と解析的な量を結びつける定理として, Gauss-Bonnet の定理や Hirzebruch-Riemann-Roch の定理などがあるが, これらは指数定理の特別な場合である. 指数定理の証明は様々なものが知られているが, そのうち確率論的な手法の理解を深めた. Feynman-Kac の公式と呼ばれる Brown 運動を用いた熱核の表示から出発し, 局所化公式を無限次元の場合に適用する方法が Circular symmetry and stationary-phase approximation (M. Atiyah, 1985) や Localization formulas, superconnections, and the index theorem for families (J. Bismut, 1986) に述べられている. 局所化公式は全空間での積分を固定点での積分で表示するが, これをループ空間上の積分でも形式的に用いることで指数定理が得られるというものである. 一見すると発散してしまう量に意味づけをするという点で, 無限次元の解析に様々な応用があると期待している. また, 指数定理は Heat Kernels and Dirac Operators (N. Berline, E. Getzler and M. Vergne, 1992) に述べられているように, 等質空間上の微分作用素による表現の指標公式とすることができる. この微分作用素は等質空間上のスピン構造に由来するものだが, スピン構造以外の位相的構造がどのように空間に影響するのかにも興味があり, Topics in the Homology Theory of Fibre Bundles (A. Borel, 1967) などで分類空間の構造について理解を深めた. さらに, 以下の研究集会に参加したことにより広い数学的観点を得ることができた.

- 第23回高木レクチャー (2019年6月8日, 京都大学数理解析研究所)
- 第24回高木レクチャー (2019年12月8日, 東京大学カブリ数物連携宇宙研究機構)
- 2019年度表現論シンポジウム (2019年11月12日-15日, サンライズ九十九里)
- RIMS 共同研究 (公開型) 「表現論とその周辺分野の進展」 (2019年7月9日-12日, 数理解析研究所)
- The 2nd International Undergraduate Mathematics Summer School (2019年7月

宮澤 仁 (MIYAZAWA Jin)

数理科学研究科 数理科学専攻 修士課程 1 年

研究概要

本年度は主に

1. 閉 4 次元多様体の Seiberg-Witten 理論
2. Atiyah-Patodi-Singer の指数定理
3. Seiberg-Witten Floer Homotopy Type

について勉強した。また、これらを勉強するのに必要な偏微分方程式やトポロジーの知識も補いながら勉強を進めた。

上で挙げた 3 つのトピックについて順番に説明していく。

閉 4 次元多様体の Seiberg-Witten 理論というのは、閉 4 次元多様体の微分構造に関する不変量を Seiberg-Witten 方程式という非線形偏微分方程式を用いて構成する理論である。構成される不変量は、 b^+ が正であるような閉 4 次元多様体の $Spin^c$ 構造に対して整数を返す不変量である。(実は $b^+ = 1$ のときは少し事情が変わるが、ここでは触れないでおく。) これは次のように構成する。 $Spin^c$ をひとつ固定すると、そこに Seiberg-Witten 方程式という偏微分方程式が定まる。この方程式の解空間にはゲージ群と呼ばれる群が作用しており、その作用で割ると (方程式の適切な摂動の下) 有限次元の有向多様体になる。これをモジュライ空間という。この多様体の基本類にあるベクトル束の第 1 チャーン類のべき乗をあてたものが Seiberg-Witten 不変量である。また、Seiberg-Witten 方程式のモジュライ空間に注目するのではなく、Seiberg-Witten 写像を有限次元ベクトル空間の間の写像で近似しそこから S^1 同変 K 群の間の射を作って次元についての情報を取り出すことによって古田幹雄先生の 10/8 不等式を得ることができる。同じ考え方で構成される不変量で Bauer Furuta 不変量というものがある。(ここで詳しく触れないことにする。)

次に、Atiyah-Patodi-Singer の指数定理について説明する。これは、閉多様体上の楕円型作用素の指数と呼ばれる量が位相不変量で記述できるという Atiyah-Singer の指数定理の境界付き多様体への拡張である。境界付き多様体上の楕円型作用素はそのままでは Fredholm にならない。たとえば閉円板上の正則関数が無限次元である。そこで

スペクトル境界条件というものを課して作用素を Fredholm にする。このような境界条件を課することは境界付き多様体の代わりに、境界に無限に長い半シリンダーをくっつけて考えるのに相当する (実際は少しずれる。) このようにして Fredholm にした作用素の指数は多様体上の曲率の積分だけでなく、エータ不変量という不変量ももちいて表される。Atiyah-Patodi-Singer の指数定理は後述の Seiberg-Witten Floer Homotopy Type で使われる。

最後に、Seiberg-Witten Floer Homotopy Type の説明をする。Seiberg-Witten 不変量にはその TQFT 版である Monopole Floer Homology というものがある。これは 3 次元多様体 Y について、 $Y \times \mathbb{R}$ 上の Seiberg-Witten 方程式をフローとみて Morse Homology のようなものを考える理論であるが、Floer Homotopy Type というのは空間であって、そのホモロジーをとると Monopole Floer Homology になるものである。これは、無限次元の力学系を有限次元の空間の力学系で近似して、十分よい近似を取ったところで Conley index とよばれる有限次元の力学系から空間を構成する方法を用いて得られる。また、同様に有限次元近似を用いてシリンダー状のエンドをもつ境界付き多様体に対して relative Bauer Furuta 不変量を構成することができる。(このとき指数の計算に Atiyah-Patodi-Singer の指数定理を用いる。)

口頭発表

1. Seiberg-Witten equation and Topology. 数理新人セミナー, 第 3 回, 名古屋大学, 2020 年 2 月.

WINGS-FMSP の活動への参加

1. WINGS-FMSP から旅費の補助を得て数理新人セミナーへの参加

この研究集会に参加し、幾何学に限らず様々な分野の大学院生及び若手研究者とコミュニケーションをとることができ、非常に刺激になった。また、自分の発表について有意義なコメントをいただいた。

李 公彦 (LI Gongyan)

数理科学研究科 数理科学専攻 修士課程1年

研究概要

自分が行っているのは主にプリズマティックコホモロジー (prismatic cohomology) についての研究である。これは自分が専攻としている数論幾何学のうち、 p 進的理論についての研究である。標数 p である代数多様体上には種々のコホモロジー理論としてクリスタリンコホモロジーや p 進エタールコホモロジーがあり、代数多様体が固有でない場合 (つまりより悪い性質を持つ場合) 対数的構造を導入して対数的クリスタリンコホモロジーを考えることになり、更に滑らかでない、あるいは退化した代数多様体を考える場合は高レベル構造等も考える必要がある。これらのコホモロジー理論を統一するという試みで Bhatt-Scholze により構築された新しいコホモロジー理論である。種々のコホモロジー理論との関係性を築くために比較定理というものが重要な役割を担うが、Bhatt-Scholze によりプリズマティックコホモロジーとド・ラームコホモロジー、整係数のクリスタリンコホモロジー、整係数の p 進エタールコホモロジー、 A_{inf} コホモロジーとの比較定理を証明された。更に、 p 進コホモロジー理論について量子化が行われ得られる q -クリスタリンコホモロジー及び q -ド・ラームコホモロジーがあり、これらがプリズマティックコホモロジーと密接に関係していることが証明され、プリズマティックコホモロジーを計算するのに q -ド・ラーム複体を用いることがわかった。自分が現在行っていることとしては種々のコホモロジー理論に関する基本的な用語や理論の根幹についての理解を深めた後、対数的構造や高レベル構造のプリズマティックサイトへの導入、対数的高レベルプリズマティックサイトにおける係数の理論の構築を試みることにより、 p 進理論の一つであるプリズマティックコホモロジーについての理論を進めることである。 q -ド・ラーム複体の (Λ -rings による) 構成法や他の概念との関連性についても調べている。

WINGS-FMSP の活動への参加

1. 日本数学会異分野異業種研究交流会 (2019.10.26) で WINGS-FMSP 院生実行スタッフとして参加した。
2. 社会数理実践研究成果発表会 (2019.11.2) に見学者として参加した。
3. A セメスターの履修科目である「社会数理先端科学 II」を履修した。
4. 情報数学セミナー (2019.10.31) に参加した。

研究交流会にスタッフとして参加することによって日本で行われる数学研究及び関連結果を他者に伝える事に関する風景をより身近に感じることが出来ました。また、社会数理に関する活動に参加することによって数理科学の最先端により得られる了見がどのように社会に応用されるのか、またそれらに現在の大学院生らがいかに関われるかをより深く知ることが出来ました。

朱浩哲 (Zhu Haozhe)

The University of Tokyo Fellowship
Graduate School of Mathematical Sciences, M1

Summary of Research

My research interests are the theory of group actions and type II_1 von Neumann factors, especially the part related to Cartan subalgebras. Therefore, starting with the basic theory of II_1 factors, I have been systematically reading Sorin Popa's book *An Introduction to II_1 Factors*, including theories of amenable von Neumann algebras and Cartan inclusions and most importantly, the deformation/rigidity technique.

Popa's deformation/rigidity technique which was discovered in 2006 is rather important and remarkable and it is related to group theories such as Kazhdan's Property (T), spectral gap and Property (H). I have studied part of the deformation/rigidity theory and in order to earn a better understanding of amenability and "rigidly embedded Cartan subalgebra", I studied Property (T) through the first few chapters of *Kazhdan's Property (T)* written by B. Bekka, P. de la Harpe and A. Valette.

Except for the deformation/rigidity theory, Sorin Popa, Dimitri Shlyakhtenko and Stefaan Vaes recently studied subalgebras of the hyperfinite II_1 factor from a different point of view. They studied the actions of amenable groups and groupoids on diffuse tracial von Neumann algebras and gave a complete classification of regular subalgebras which satisfy a certain relative commutant condition. In the proof, there are two important results. First, when an amenable group acts on any II_1 factor by free cocycle action, the corresponding 2-cocycle is always a coboundary (Popa, 2018). The other is that amenability of a countable group is equivalent to each 1-cocycle being approximately a coboundary for any free action on a II_1 factor (Popa-Shlyakhtenko-Vaes). I roughly studied their paper *Classification of Regular Subalgebras of the Hyperfinite II_1 Fac-*

tor and gave a presentation on the 2019 Functional Analysis Workshop in Japan.

Conference presentations

1. Classification of Regular Subalgebras of the Hyperfinite II_1 Factor.
2019 Functional Analysis Workshop, Ise-shi, Japan.
September 27th, 2019. M1.

XIA Xiaokun

Graduate School of Mathematical Sciences, M1

Summary of Research

My project is to study Quantum Cohomology of a Blow Up.

In the paper of Arend Bayer he used the result of Gathmann proved that If smooth projective variety X has generically semi-simple (p, p) -quantum cohomology then the same is true for the blow-up of X at any number of points. See arXiv:math/0403260. We wondering if we can do the similar thing for the Γ -conjecture. Which is to say if: If smooth projective variety X has Γ -conjecture then the same is true for the blow-up of X at any number of points.

If we can prove the question we mention above we have a new tool to find the Γ -conjecture. Semisimple Frobenius manifold have second structure connection, which is fuchsian connection, generating the Gauss-hyper geometric equation. The Γ -conjecture play an important role in computing the monodromy of second structure connection.

This year, in order to do research on my project, I learnt some basic knowledge of semi-simple Frobenius manifold in the seminar every week. I read the lecture note written by Boris Dubrovin as a reference. See: Geometry of 2d topological field theories arXiv:hep-th/9407018. I also took the courses of algebraic geometry and the Representation Theory of Lie Groups which will do a great help in my further research. I have also started to learn the paper of Arend Bayer in order to use Bayer's technique on my research.

In the following year, I will read the book <Positivity in Algebraic Geometry> as a reference, and keep trying to understand the Bayer's technique. And use the knowledge I have learnt to prove the problem mentioned above in some special cases as my master thesis. I will also try to work on the general case if I have enough time.

中西 亮 (NAKANISHI Ryo)

総合文化研究科 広域科学専攻 修士課程 1年

研究概要

近年、実験物理学における測定技術の進歩により、磁性体のイメージングの実験においてメゾスケールの磁性体の磁区ドメインパターンを実際に観測することが可能になってきた。磁性体の実験では、強磁性体薄膜に対し印加する磁場を掃引すると、磁場の掃引速度に応じて島状や迷路状のメゾスケールの磁区のパターンが現れるという興味深い現象が観測されている。このパターンの変化は、定性的な理解に留まっており定量的にパターンを区別するような特徴量は未だ明らかになっていない。また、このようなメゾスケールのパターンは磁性体に限らずソフトマターの分野でも広く観測されるため、その物理的な起源を定量的に理解することは重要である。しかし、現在の理論物理の範囲では未だ現象論的な記述に留まっており、物性の深い理解や物質開発の知見に至っていない。

本研究では、上述の強磁性体の薄膜に現れるメゾスケールの磁区ドメインパターンの理解を目指す。パターンのダイナミクスを記述する上で、ミクロな物理的起源をもつ自由エネルギー汎関数のモデルの構築が必要になってくるが、まず磁区ドメインパターンから適切な特徴量を抽出した上で、ベイズ統計学を用いて候補となる複数の自由エネルギー汎関数モデルの妥当性を比較することや、個々のモデルのパラメータを推定することを目指す。本研究の特色は、メゾスケールの実験結果からミクロな起源をもつ自由エネルギー汎関数の妥当性を評価しようという点である。

より具体的には、まず磁性体薄膜の磁区ドメインパターンの時間発展を記述する二次元時間依存ギンツブルグ・ランダウ方程式を数値的手法で解くことでシミュレーションを行った。そして、前述のパターンの特徴量として磁区の連続性に注目し、パターンの違いを磁区のパーコレーション転移として捉えられる可能性を検討した。この他にも、二次元パターンから得られる物理的、数学的な特徴量について検討を行う。適切な特徴量を得た後にベイズ統計学を用いたモデルの妥当性の評価を行う。

口頭発表

1. (1) Ginzburg-Landau モデルの非平衡下のパーコレーション転移 第9回ソフトマター研究会, 名古屋大学, 2019年11月.

WINGS-FMSP の活動への参加

1. 企業見学会への参加：研究所の様子とどのような研究が行われているのかを知ることができた。
2. 情報数学セミナー「AIと量子計算」第1回～第3回に参加：量子計算とその応用について基礎から簡潔に学ぶことができた。
3. 社会数理実践研究成果発表会に聴衆として参加：社会数理実践研究でどのような研究がなされているのかを知ることができた。
4. 第9回ソフトマター研究会でポスター発表者として参加：研究内容について初めて対外的に発表をする経験を得ることができた。他の研究者からフィードバックを得られた。関連分野の研究発表を聴くことで情報収集ができた。

下田 亮太 (SHIMODA Ryota)

理学系研究科 物理学専攻 修士 課程 1 年

研究概要

BCOV 理論と可積分場の理論の関係について研究を行っている。BCOV 理論とは、Calabi-Yau 多様体上の場の理論であり、正則 Chern-Simons(CS) 理論と閉弦に対応する小平-Spencer(KS) 重力理論からなるものである。

弦理論では端を持つ開弦と輪になった閉弦が基本的な自由度を与えると考えるものであるが、BCOV 理論は位相的弦理論から得られる理論であり、正則 CS 理論は開弦に KS 重力理論は閉弦に対応する。弦理論は開弦の 1 次の量子効果が閉弦の 0 次と等しくなるといった弦理論のシナリオの通りに、正則 CS 理論と KS 重力理論は結合したときに量子論が可能となることが示されている。

KS 重力理論は運動方程式が複素構造の変形を記述するように構成され、元々 3 次元 Calabi-Yau 多様体にもみ定義できたが、Costello と Li が行った Batalin-Vilkovisky (BV) 形式を用いた拡張によって任意次元の Calabi-Yau 多様体で定義できるようになった。この拡張によって非可換空間の変形など多くの変形を記述するようになり、変形は正則 CS 理論が感じる。

また 6 次元正則 CS 理論を次元簡約あるいは T-双対を 2 回取る操作で得られる 4 次元の CS 理論は、その Wilson Line が可積分格子を与え、連続極限の 2 次元可積分場の理論を与えるなど、可積分系において重要な役割をなしている。

6 次元正則 CS 理論に対する T-双対を 3 回取る操作は 3 次元 CS 理論を与え、これは Mirror 対称性の現れである。KS 重力理論に対する T-双対の作用は詳しく知られていないが、T-双対を 2 回取る操作で得られる理論を構成し 4 次元 CS 理論に結合すべき閉弦の効果を取り出すことを試みたい。

他方、次元簡約によって得られる 2 次元 KS 重力理論の BV 構造と KdV 階層の Poisson 構造が対応し無限個の Hamiltonian が構成されている。このことを高次元で考えることもヒントになるであろうとも考えている。

KS 重力理論と可積分構造の相互関係、特に CS 理論の可積分構造が重力理論でどう見えるか、あ

るいは重力理論での背景場が CS 理論に対してどのような変形を与えるかを考察したいと考えている。

奥井 晴香 (OKUI Haruka)

理学系研究科 地球惑星科学専攻 修士課程 1年
研究概要

成層圏・中間圏・下部熱圏を含む中層大気では、大気重力波(以下、単に重力波)やプラネタリー波などの大気波動が与える運動量が、大循環の様相を放射で決まる温度・風速場とは大きく異なるものとして維持する。成層圏突然昇温(SSW)は、冬半球におけるプラネタリー波強制的強化により、冬季極域成層圏の気温が数日で数十K程度も上昇する現象である(e.g., Matsuno, 1971)。2006年には、SSW時に下降した気温極大=成層圏界面がその後消滅し、高高度(約80km)で再形成(elevated stratopause; ES)されて通常の成層圏界面高度まで下降する過程が初めて観測された(Siskind et al., 2007)。Tomikawa et al.(2012)は重力波強制によりESが形成され下降することを示したが、初期形成においては東西波数1のプラネタリー波も重要との指摘もある(e.g., Limpasuvan et al., 2012)。また、SSWに伴う温度・風速偏差は夏半球にも及び、これは南北両半球間結合(interhemispheric coupling; IHC)と呼ばれているが(e.g., Kőrnic and Becker, 2010)、重力波を含む定量的研究によるメカニズムの解明はなされていない。そこで、本研究では、下部熱圏までを含む重力波解像大気大循環モデルJAGUAR(Japanese Atmospheric General circulation model for Upper Atmosphere Research)による2018/19年SSWイベントの再現実験出力結果を用いて、これらの現象の定量的解析を行っている。

これまでの結果から、本イベントでは2019年1月1日の大昇温後に形成されたESに先駆け、2018年12月28日頃、上部中間圏に明瞭な温度極大が生じていたことが初めてわかった。そこで、この温度極大を2重成層圏界面(double stratopause; DS)と呼ぶこととし、DS及びこれに引き続くESの形成に着目して、これらに果たす波強制的役割を詳しく解析した。

まず、DSの成因について述べる。DS形成の7日ほど前から30°N付近の高高度に西風が存在し、その上下に正と負の重力波強制がみられた。正の重力波強制の高緯度側には、負の渦位勾配が生じており、これを解消するように正負のプラネタリー波強制がみられた。このことから、①まず

重力波強制に伴い極側に弱い温度極大が形成され、②これによって平均場が不安定化し、③プラネタリー波が放射されることで温度極大が強化されるという3つのプロセスにより、DSが形成されたと考えられる。

次に、ESの形成について述べる。ESが形成された1月10日頃、極域上部中間圏では重力波強制が強負となり、極域中間圏では西風が再形成されていた。したがって、Tomikawa et al.(2012)が示したように、西風による重力波フィルタリングに起因する負の重力波強制がES形成に重要と考えられる。そこで、この西風回復のメカニズムについて考察した。まず、大昇温前に成層圏でみられる負のプラネタリー波強制に伴い、赤道域中・上部成層圏で温度が低下し、成層圏界面付近の東風が強化された。この東風の下では負の重力波強制、東風の強風軸では負の総観規模波強制がみられ、高緯度側の20°N付近で昇温が発生した。1月6日頃、昇温域の高緯度側の40°N、高度55km付近に軸を持つ西風ジェットが形成され、この上方の60°Nより低緯度側では強い負の重力波強制がみられた。1月8日頃には、極域成層圏・中間圏でSSWに伴う東風の強化が起き、東風上方の60°Nより高緯度側で重力波強制が強い正値となった。低緯度側で負、高緯度側で正の重力波強制に挟まれた60°N付近では、高度50~90kmで顕著な昇温が起きた。これらから、①SSWに伴う低緯度気温変化と赤道付近の東風強化によって熱帯において波強制が負となり、②これが駆動する子午面循環の下降流に伴い20°N付近の温度上昇が起こると同時に、温度風の関係を満たすように成層圏西風ジェットが中緯度に形成され、③この西風と極域のSSWに伴う東風の上方に存在する正負の重力波強制が60°Nで強い下降流を駆動し極域での負の極向き温度勾配を強化することで、極域中間圏の西風の再形成が起きたと考えられる。西風及びESの形成高度はDSの高度より低く、DSに伴う温度極大の存在する高度では温度の緯度勾配が大きな負値にならないことが、これら高度を規定したと推測される。

今後の展望としては、以上の北半球のSSW応答メカニズムの検証のほか、IHCの力学機構の解明を目指す。なお、高解像度モデルへのデータ同化研究にも携わることを予定している。

発表論文

1. H. Okui and K. Sato: “Characteristics and sources of gravity waves in the summer stratosphere based on long-term and high-resolution radiosonde observations”, *SOLA*, accepted.

口頭発表

1. 高解像度ラジオゾンデデータを用いた日本の夏における大気重力波発生源の研究, 日本気象学会 2019 年度春季大会, 国立オリンピック記念青少年総合センター, 2019 年 5 月.
2. 高解像度ラジオゾンデデータを用いた日本の夏における大気重力波発生源の研究, 日本地球惑星科学連合大会, 幕張メッセ, 2019 年 5 月.
3. 高解像度大気大循環モデルを用いた 2019 年成層圏突然昇温イベントの事例解析, 日本気象学会 2019 年度秋季大会, 福岡国際会議場, 2019 年 10 月.
4. 成層圏突然昇温に伴う 2 重成層圏界面と高高度成層圏界面の形成, 南極昭和基地大型大気レーダー計画 (PANSY) 研究集会, 国立極地研究所, 2020 年 3 月.

WINGS-FMSP の活動への参加

1. WINGS-FMSP 副指導教員の研究室セミナーでの研究発表, 2020 年 2 月.