

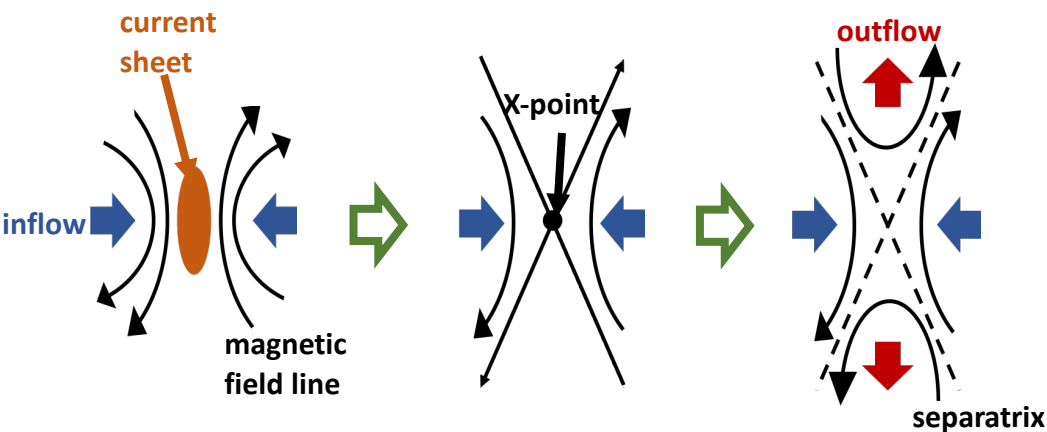
軟X線トモグラフィを用いた磁気リコネクションにおける 高エネルギー電子イメージングの開発

竹田慎次郎（東京大学大学院 工学系研究科 電気系工学専攻）

磁気リコネクション現象

プラズマ中で反平行の磁力線が接近し、つなぎ変わる現象であり、この現象を通じて磁場のエネルギーがプラズマ中粒子の運動・熱エネルギーに変換される。

天体プラズマにおける高エネルギー電子生成機構として知られているほか、急速にプラズマ加熱が行えるために核融合プラズマの加熱法としても注目されている。



電子加速・加熱機構の検証

特に、再結合磁場に垂直な方向の磁場（ガイド磁場）が存在する場合、加速された電子が形成する静電ポテンシャルがイオン加熱につながると予測されており、磁気リコネクション全体のエネルギー変換機構を考える上でも重要になる。

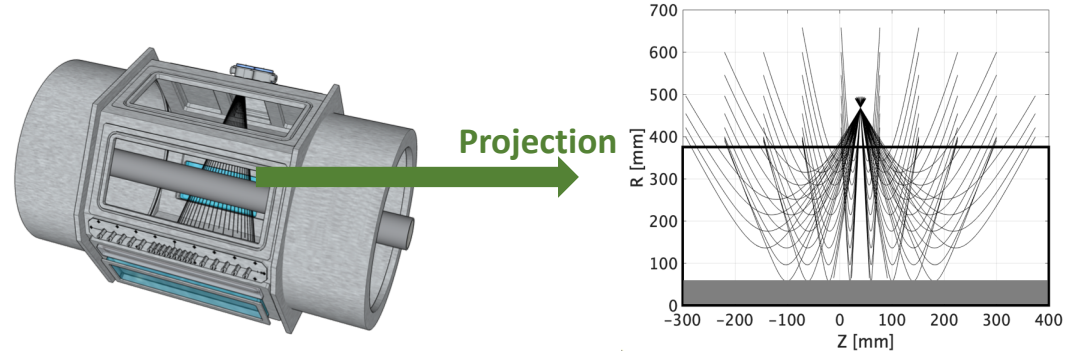
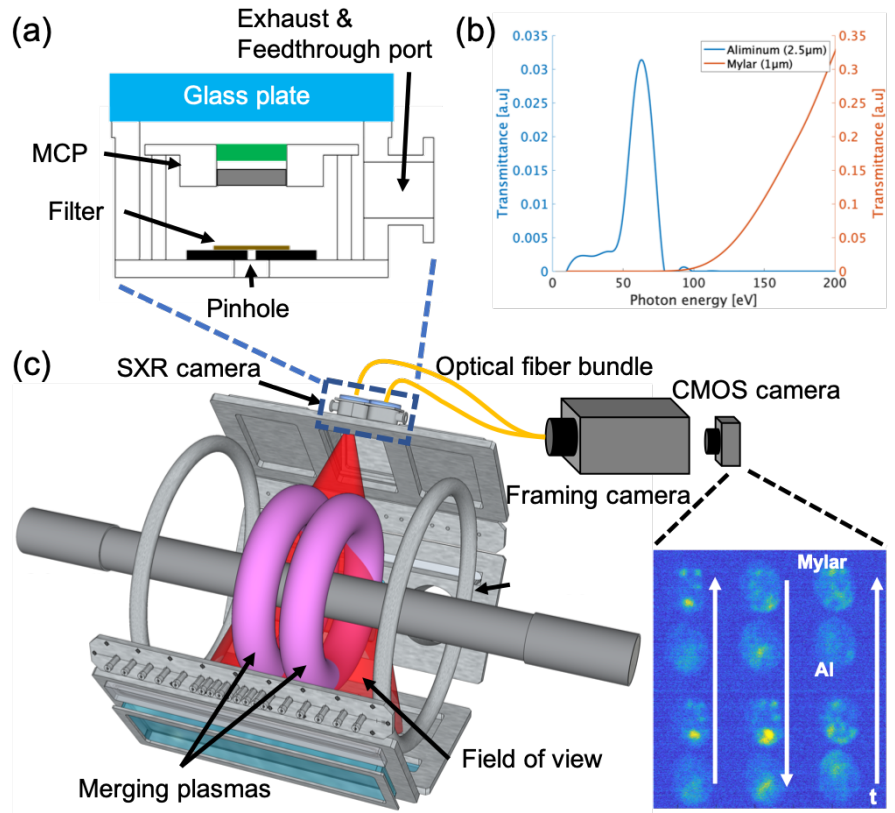
磁気リコネクション現象における高エネルギー電子生成機構については、多くの機構が理論的に提案されている。

PICシミュレーションや実験室プラズマにおける高エネルギー電子生成機構の検証も進んでいる一方で、広範囲にわたる計測や異なるエネルギー帯における同時計測はまだ例がない。そこで、本研究では2視点軟X線画像計測システムを用いて合体するプラズマ中を観測し、高エネルギー電子が放出する制動放射光分布の時間合点を計測した。

高エネルギー電子分布計測システム

2次元軟X線発光分布再構成

マイクロチャンネルプレート (MCP) を挿入した軟X線カメラ(a)を用い、フィルター(b)を通じて合体する2つのトーラスプラズマの制動放射を観測した。MCPによって変換された可視光画像は光ファイバーバンドルによって伝送され、高速度カメラによって2つの発光の時間発展が同時に取得される(c)。



プラズマ分布の軸対称性を仮定することで、3次元的に広がる各視線は単一のポロイダル断面 (R-Z平面) に投影することができる。**CE**視線上の発光強度の線積分値を**S**、局所的な発光強度を**E**とおくと、2つのベクトルの間の関係は次式で表される。

$$S = LE + e$$

ここで**L**は幾何学的重み行列、**e**は誤差ベクトルである。投影データ数の限られる計測系では**S**の次元数より**E**の次元数が大きくなるため、この式の逆問題は**L**の逆行列が定義できない悪条件問題となる。本研究ではPhillips-Tikhonov正則化及び最小GCV基準を用いて逆問題を解いた。

Phillips-Tikhonov正則化

悪条件問題である

$$\mathbf{S} = \mathbf{L}\mathbf{E} + \mathbf{e}$$

の逆問題を解くために、 $\frac{\|\mathbf{S}-\mathbf{L}\mathbf{E}\|^2}{M}$ で表される再構成誤差が一定であるという制約条件のもとで $\|\mathbf{E}\|^2$ を最小化する様な \mathbf{E} を解として選択する。ここで M は \mathbf{S} の次元数である。

この \mathbf{E} はラグランジュ関数

$$\Lambda(\mathbf{E}) = \gamma\|\mathbf{C}\mathbf{E}\|^2 + \frac{\|\mathbf{S} - \mathbf{L}\mathbf{E}\|^2}{M}$$

を \mathbf{E} について最小化すれば得られる[1]。ここで γ は未定乗数、 \mathbf{C} は正方行列である。 \mathbf{C} は正方行列なので最小化問題の解 \mathbf{E} は

$$\mathbf{E}(\gamma) = (\mathbf{L}^T\mathbf{L} + M\gamma\mathbf{C}^T\mathbf{C})^{-1}\mathbf{L}^T\mathbf{S}$$

となるが、 $\mathbf{C} = \nabla$ や $\mathbf{C} = \Delta$ を代入することで、 $\|\nabla\mathbf{E}\|^2$ や $\|\Delta\mathbf{E}\|^2$ を最小化する様な \mathbf{E} が得られる。このとき、 $\mathbf{C} = \Delta$ を選択した場合をPhillips-Tikhonov正則化と呼ぶ。

\mathbf{E} を γ の関数の形で表した様に解は正則化パラメータ γ の値によって変動するが、この値は後述する最小GCV基準によって決定する。

最小GCV基準

ここで、幾何学的重み行列 \mathbf{L} は

$$\mathbf{L} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T = \sum_{j=1}^m \sigma_j \mathbf{u}_j \mathbf{v}_j^T$$

のように3つの行列の積で表すことができる(特異値分解)。

この特異値分解を導入すると $\mathbf{E}(\gamma)$ は

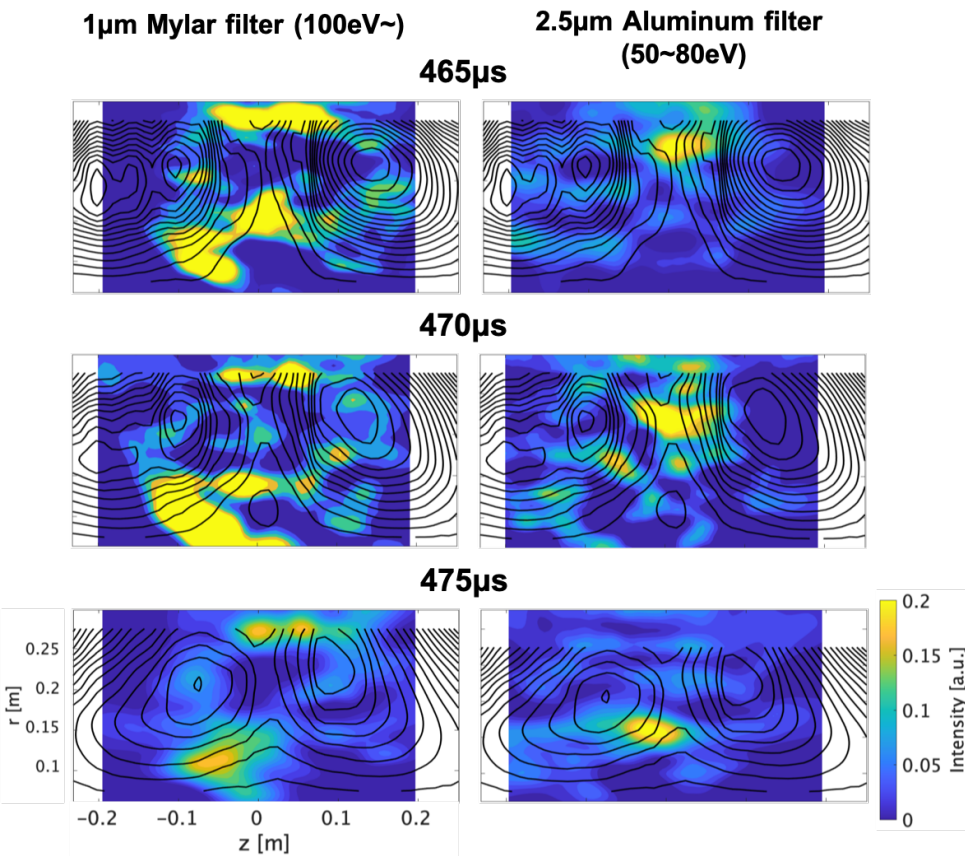
$$\mathbf{E}(\gamma) = \sum_{j=1}^m \omega_j(\gamma) \frac{(\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{S})}{\sigma_j} (\mathbf{C}^{-1}\mathbf{v}_j)$$
$$\omega_j(\gamma) = \frac{1}{1 + M\gamma/\sigma_j^2}$$

で表されるが、

$$GCV(\gamma) = \frac{\varepsilon^2(\gamma)}{\left[1 - \frac{1}{M}\sum_{j=1}^m \omega_j(\gamma)\right]^2}$$
$$\varepsilon^2(\gamma) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^m \{[1 - \omega_j(\gamma)](\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{S})\}^2$$

で表されるGCVを最小化するような γ を選択することで、統計精度とデータ欠損への強さを両立する像を求める手法が最小GCV基準[2]である。

計測結果



図中の黒線は磁気面、カラーコンターは発光強度を示しており、左右から接近する2つのトラスプラズマの間で磁気リコネクションが発生していることを表している。磁気リコネクションのX-pointや上下の下流領域における発光の時間発展が観測された。

結論

- 磁気リコネクションにおける高エネルギー電子生成機構の検証のため、異なるエネルギー範囲において高エネルギー電子分布を計測できるシステムの開発を行った。
- 撮影された発光画像から局所的な発光強度を再構成するためにPhillips-Tikhonov正則化及び最小GCV基準を用いた。
- 開発したシステムを用いて計測を行った結果、磁気リコネクションのX-pointや下流領域における軟X線発光の時間発展を取得することに成功した。

参考文献

- [1] 岩間尚文, & 大館暁. (2016). 画像再構成の数理的基礎. *プラズマ・核融合学会誌= Journal of plasma and fusion research/ プラズマ・核融合学会編集委員会 編*, 92(10), 743-762.
- [2] Terasaki, N., Iwama, N., & Hosoda, Y. (1999). Sparse-data CT image reconstruction using Tikhonov-Phillips regularization and GVC: Application to plasma images. *Systems and Computers in Japan*, 30(11), 85-93.