



## 河東泰之

### 作用素環と数理論物理学の研究

私の研究内容は、作用素環論を用いて、理論物理学に現れる数学的構造を研究することです。作用素というのは、だいたいサイズが無限大の行列のことで、物理学では演算子と呼ばれています。それがたくさん集まったある種の集合が作用素環です。この理論を創始したのはフォン・ノイマンで、1930年代のことです。フォン・ノイマンは、現在のコンピュータの理論的基礎を築いたり、ゲーム理論を創始したり、「量子力学の数学的基礎」という基本的な名著を書いたり、あらゆる方面で活躍した20世紀最大の科学者の一人ですが、彼の純粋数学における最大の業績が、作用素環論を創始したことと言えるでしょう。その中心部分はマレーとの共同研究でした。

フォン・ノイマンのこの研究の動機の一つは、上で挙げた著書「量子力学の数学的基礎」にもあるような物理学との関係でした。その後、物理学と関係した研究と純粋に数学的な側面の研究の両方が入り混じって発展してきました。私は最初純粋に数学的な構造を研究していましたが、10年ほど前からだんだんと、物理学と関係する話題に重点を移してきました。

物質の質量や位置は普通は、数（あるいは数の組であるベクトル）と考えられますが、これらをはじめとする物理量を数ではなく作用素と考える、というのが量子力学の基本的な考えです。そして、普通の数で足したり掛けたりするように、作用素を足したり掛けたりできるような枠組みが作用素環です。時空領域ごとに、そこで観測可能な物理量を表す作用素たちから作られる作用素環を考えることにより、作用素環の族ができます。このような作用素環の族を数学的に考えようという理論が50年ほど前から考えられてきました。数学理論としては、ある種の条件を満たす作用素環の族を構成する、分類する、それらの種々の性質の間関係を調べる、といったことが問題になります。時空とその対称性を指定することによりこの種の問題が考えられますが、2次元時空（1次元の空間と1次元の時間）の上で高い対称性を考えた場合が、共形場理論と呼ばれ、最近20年間ほど、数学、物理学の両方から盛んに研究されてきました。この構造は、現代数学の非常に幅広い範囲の話題と関係しており、また物理学の超弦理論にも自然に現れるからです。これが私の研究テーマです。

これまでの私の成果は、上のような作用素環の族の表現論、分類理論、新しい例の構成、他の数学的手法との関連の解明などです。（他の数学的手法としては、頂点作用素代数、量子群などが有名です。これらはまったく別の目的のために開発された数学理論ですが、さまざまな深い関係があります。）特に、「中心電荷が1未満」という条件の下で、イタリアのLongoとともに、数十年の研究の歴史で初めての分類理論を完成し、これまで知られていなかった構成法を発見したことが最大の結果です。作用素環論を用いて物理学との関係を追及する他の手法として、Connesの非可換幾何学が有名ですが、最近はこの話題との新しい関係についても研究しています。

Jonesはこの種の作用素環論と、それまでまったく無関係と思われていた結び目の理論の驚異的な関係を1980年代に発見し、新たな一大分野を切り開きました。彼の発見した新しい多項式はJones多項式と呼ばれています。これは無限次元の空間と3次元の幾何学とを結びつける理論です。私はこの手法も道具として使っており、たとえば無限次元空間の行列を扱っているにもかかわらず、図のような絵を使った計算が次々論文に現れます。

$$\sum_{\substack{a,b,c,d, \\ \mu,\nu,\rho,\tau,i,j}} \frac{d_c \sqrt{d_\nu d_\rho}}{w^2 \sqrt{d_a d_d}}$$

Figure 1: 計算の一部