

## 連分数近似とひまわりの種 (資料)

高校生のための現代数学講座

### 1. 連分数近似を目で見る

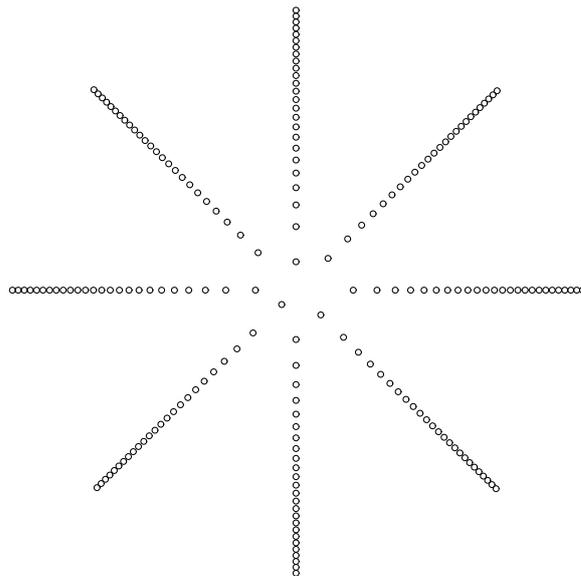
円の面積に比例した点の個数をプロットする。ただし出現角度が一定の間隔で現れるとする。出現角度の間隔が  $2\alpha\pi$  のとき ( $0 < \alpha < 1$ )

$$p_n = \sqrt{n}(\cos(2\alpha\pi n), \sin \alpha(2\alpha\pi n))$$

としてプロットしたものは次のようになる。

- (1) 渦巻きを数えてみよう。
- (2) 渦巻きを分母にした分数で  $\alpha$  を近似してみよう。

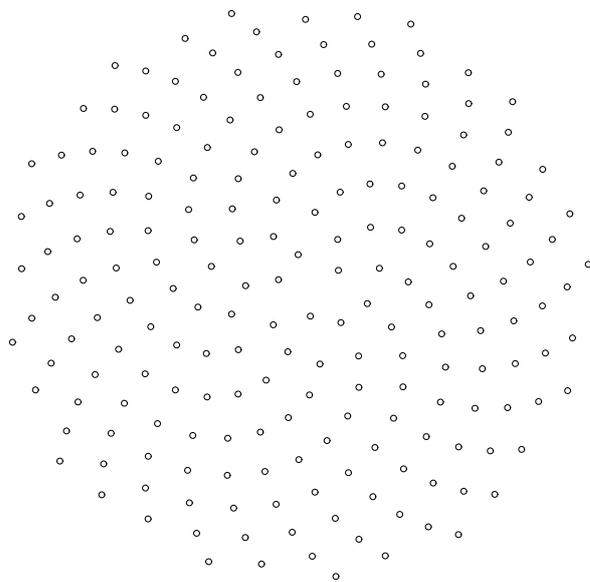
$$a = \frac{5}{8}$$



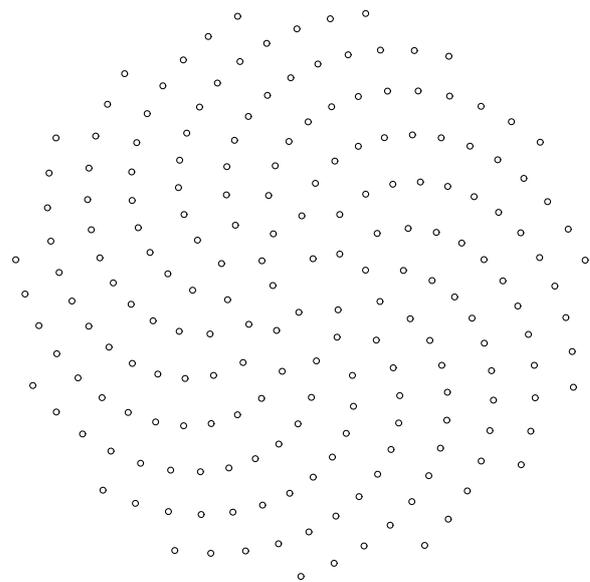
---

Date: 7月18日.

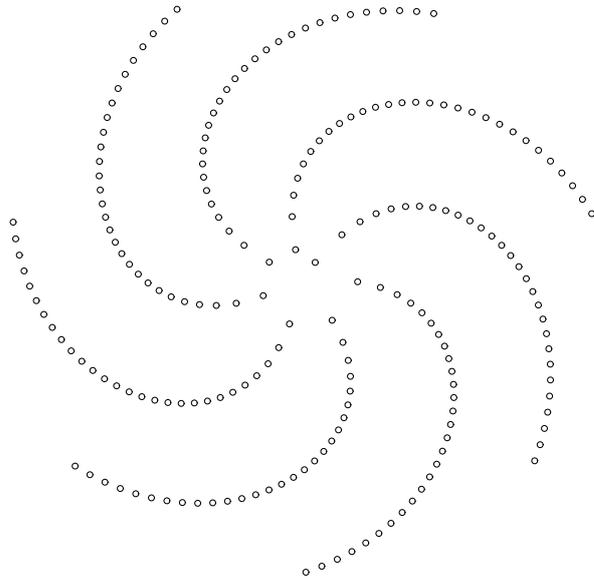
$$a = \sqrt{2}$$



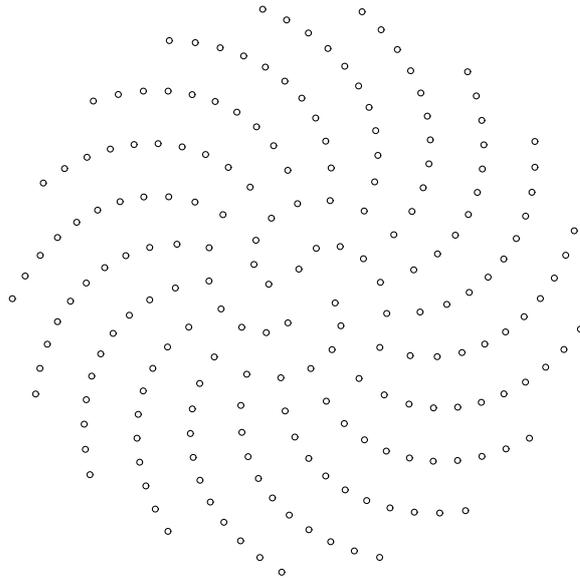
$$a = \sqrt{3}$$



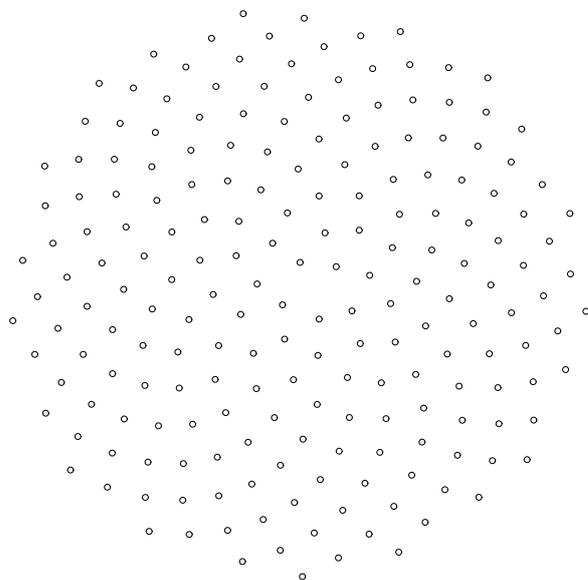
$$a = \pi$$



$$a = \sqrt{5}$$



$$a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$



## 2. ひまわりのとった戦略をシミュレーションする

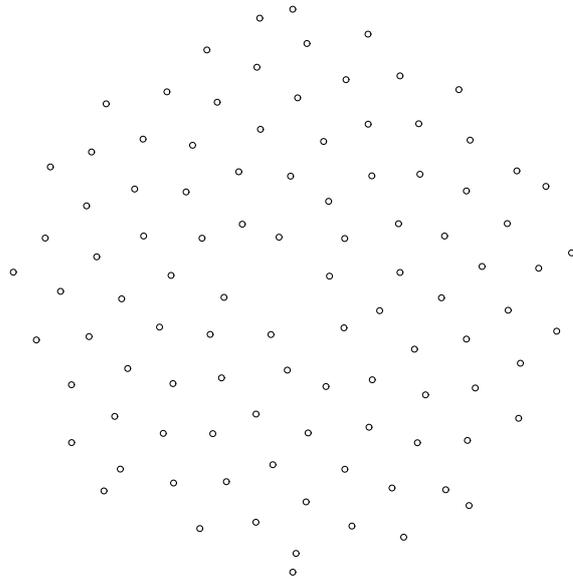
影響が最小になる角度に芽をつける。中心の大きさを 2.0, 成長の速度 1.3 とする。  $k$ -時間後の  $j$  番目の種の半径

$$r_{j,k} = \text{成長の速度} \times \sqrt{k - j + \text{中心の大きさ}}$$

$j$  番目の種から偏角  $\theta$  の点を受ける影響力は偏角を  $p_j$  として

$$|(\cos \theta, \sin \theta) - r_{j,k}(\cos p_j, \sin p_j)|^{-2(\text{影響力})}$$

とする。ただし影響力 = 0.8(これが大きいと遠くの影響は小さくなる)。そして影響力の和が一番小さい偏角の点に芽をつけるシミュレーション



隣同士の偏角の差を  $2\pi = 360^\circ$  で割ったもの。これがある一定の値に近づいていく。(黄金比の近似値の逆数 =  $0.6180339880 = 1 - 0.3819660120$ )

偏角差/ $2\pi$  の最後の方を書き出してみると、

0.5000000000

-0.7280000000

0.4670000000

0.3700000000

-0.5900000000

0.3610000000

-0.5670000000

0.3610000000

以下だんだん一定の値に近づいていく。

0.3870000000

0.3880000000

-0.6130000000

0.3870000000

-0.6120000000

0.3870000000

0.3870000000

-0.6120000000

0.3870000000

-0.6130000000