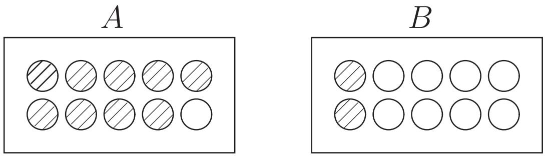
高校生のための現代数学講座　　東京大学
「確率の考え方」　　玉原国際セミナーハウス
講義 (2)　楠岡成雄　　2010 年 7 月 31 日

# 「統計的推測の考え方」

## 1　ベイズの逆確率

　問題９を考える。




　**問題９．**　ある部屋に同じ色、形のふたつの箱 $A$, $B$ がある。$A$ の箱には赤玉９個、白玉１個が入っており、$B$ の箱には赤玉２個、白玉８個が入っている。部屋には太郎と花子がいて、花子はどちらの箱が $A$ で, どちらの箱が $B$ であるかは知らない。しかし、$A$, $B$, それぞれの箱に入っている赤玉、白玉の数は知っている。
　今、太郎が花子に対して
「どちらかの箱か一つを選んで、その箱が $A$ の箱か $B$ の箱か当ててご覧。$A$ の箱だと言って当たったら２００円、$B$ の箱だと言って当たったら１００円あげるよ。」
と言ったので、右側にある箱を選んだ。太郎はさらに
「玉を１つだけ取り出してもいいよ。」
と言った。
　そこで花子が玉を１つ取り出したところ赤色であった。花子は $A$, $B$, どちらの箱と答えるべきであろうか。

　問題９に対し、$A$ を「選んだ箱が $A$ である」という事象、$B$ を「選んだ箱が $B$ である」という事象とする。また、$R$ を「取り出した玉が赤である」という事象とする。
　この時、条件付き確率は、

$$P(R|A) = \frac{9}{10}, \qquad P(R|B) = \frac{2}{10}$$

となる。また、

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$$

と考えられる。ベイズ (1671–1746) は

$$P(R \cap A) = P(R|A) \times P(A) = \frac{9}{20}, \qquad P(R \cap B) = P(R|B) \times P(B) = \frac{1}{10}$$

であるので、

$$P(R) = P(R \cap A) + P(R \cap B) = \frac{11}{20}$$

よって、

$$P(A|R) = \frac{P(R \cap A)}{P(R)} = \frac{9}{11}, \qquad P(B|R) = \frac{P(R \cap B)}{P(R)} = \frac{2}{11}$$

すなわち、花子は選んだ箱が $A$ である確率が $\frac{9}{11}$ と考えるべきと結論づけた。

## 2　ベイズの考え方への批判

ベイズの考え方はわかりやすいものであったが、確率の考え方を巡って批判が現れた。その理由は講義の中で述べる。

## 資料

### 確率統計の歴史

John Graunt (1620〜1674)

Galile, Galilei (1564〜1642)
Blaise Pascal (1623〜1662), Pierre de Fermat (1601〜1665)
Jacob Bernoulli (1654〜1705)

Abraham de Moivre (1667〜1754)
Pierre Simon Laplace (1749〜1827)
Karl Friedrichh Gauss (1777〜1855)
Simeon Denis Poisson (1781〜1840)

Thomas Bayes (1702〜1761)

Karl Pearson (1857〜1936)
William Sealy Gosset (”Student”) (1876〜1937)
Ronald Aylmer Fisher (1890〜1962)
Jerzy Neyman (1894〜1981), Egon Sharpe Pearson (1895〜1980)