

「図形の重心」

1 重心を探す

- ケント紙に三角形を描き、頂点と対辺の中点を結ぶ線分を描く。三角形を鋏(はさみ)で切り取る。
- 凸(とつ)な図形(多少は凹(へこ)んでいても良い)を自由に描き、鋏で切り取る。
- 5円玉を錘(おもり)として画鋏(がびょう)の先からつるす。
- 三角形の辺の近くにいくつか画鋏で穴を開け、画鋏を持って錘と三角形をぶら下げてみる。

「3つの中線の交点を通りますか？」

- 凸な図形の縁の近くにいくつか画鋏で穴を開ける。そのうちの2つを使って錘と図形をぶら下げ、図形上に直線を2つ定める。

「他の穴を使って錘と図形をぶら下げるとどうなりましたか？」

- 錘をつけた糸が常に通る点が重心である。

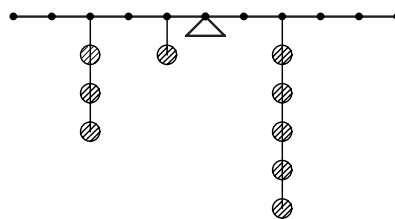
「鉛筆の上に重心があるように図形を置くと左右がつりあいますか？」

なぜ重心が定まるのか考えよう。

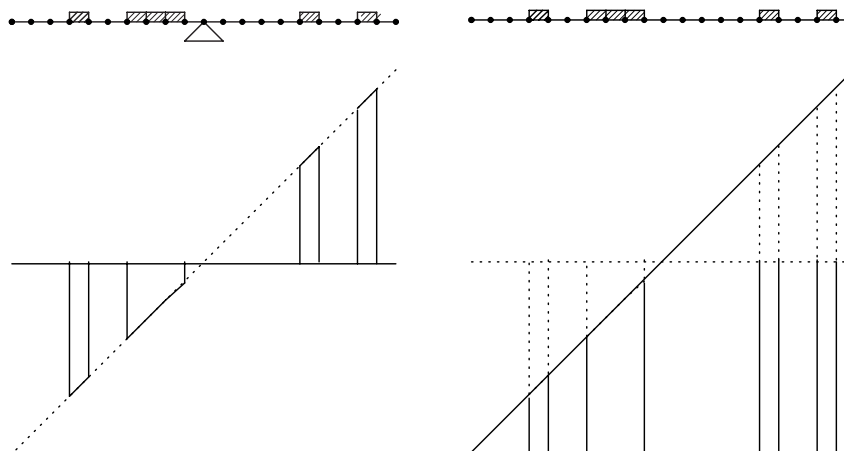
3つの左右が釣り合う直線を描くとき、それらが一点で交わるのはなぜだろうか。

2 天秤、シーソーの釣り合い

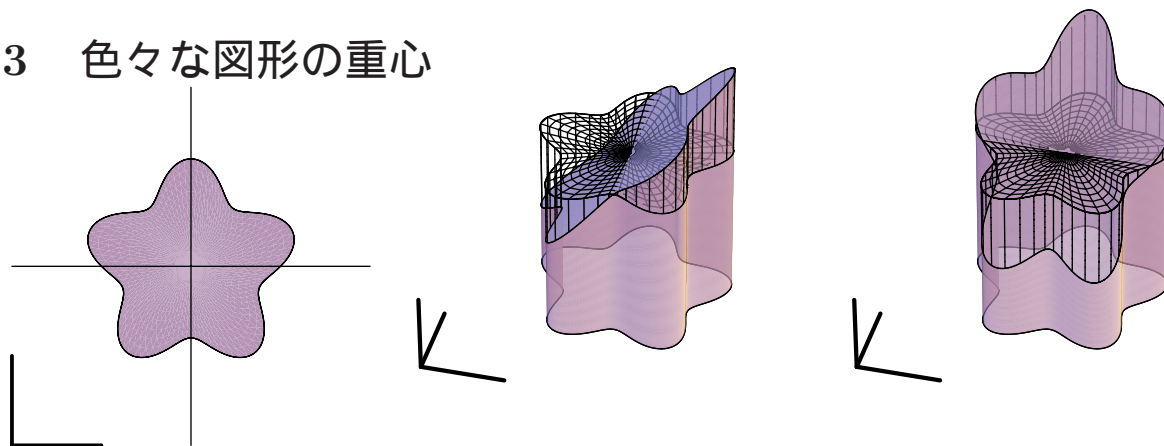
「右は釣り合っていますか？」



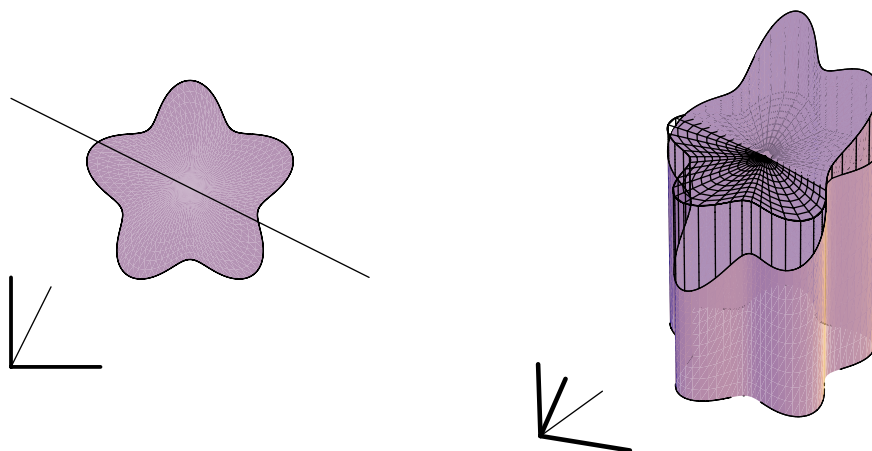
「板を載せたときの釣り合いと重心の求め方」



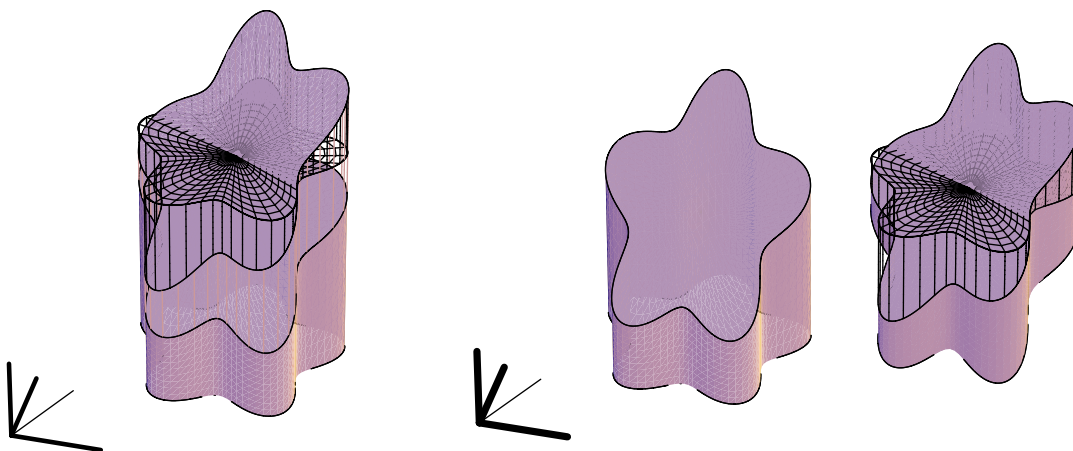
3 色々な図形の重心



x 軸方向について、釣り合う直線は体積 V_x を面積 S で割った平均の高さと同じ x 成分 $\frac{V_x}{S}$ を持つ直線 $x = \frac{V_x}{S}$ である。 y 軸方向についても同じで、 $y = \frac{V_y}{S}$ である。



方向 (c, s) ($c^2 + s^2 = 1$) について、釣り合う直線は体積 $V_{c,s}$ を面積 S で割った平均の高さ $h = \frac{V_{c,s}}{S}$ について $cx + sy = h$ で表される直線である。



図形 $V_{(c,s)}$ の (x, y) 上の部分は長さ $cx + sy$ の線分だが、これは cV_x の長さ cx の部分と sV_y の長さ sy の部分の和である。従って、(カバリエリの原理により) $V_{(c,s)} = cV_x + sV_y$ となる。従って、平均の高さ $h = \frac{V_{c,s}}{S} = c\frac{V_x}{S} + s\frac{V_y}{S}$ となる。直線 $cx + sy = c\frac{V_x}{S} + s\frac{V_y}{S}$ は、 $(x, y) = (\frac{V_x}{S}, \frac{V_y}{S})$ を通る。