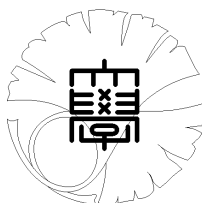


数理科学実践研究レター 2026–8 August 07, 2026

パーシステントホモロジーを用いた流動様式の分類

by

和久田 葵



UNIVERSITY OF TOKYO

GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES

KOMABA, TOKYO, JAPAN

パーシステントホモロジーを用いた流動様式の分類

和久田 葵¹ (東京大学大学院数理科学研究科)

Aoi Wakuda (Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo)

概要

業務用および家庭用エアコンに用いられる冷凍機は、冷媒の相変化を利用した冷凍サイクルによって運転されている。特に蒸発器管内では、冷媒が液相から気相へと変化する過程で多様な流動様式が現れ、それらが熱伝達率に大きな影響を与えることが知られている。しかし、流動様式の変化は複雑であり、その定量的な特徴付けや分類は容易ではない。本研究では、蒸発器管内流れにおける各流動様式に対してパーシステントホモロジーを適用し、トポロジカルな特徴量を用いた流動様式の特徴付けと分類を試みた。

1 はじめに

業務用および家庭用エアコンに用いられる冷凍機は、冷媒の相変化を利用した冷凍サイクルによって運転されている。冷凍サイクルにおいては、圧縮機、凝縮器、膨張弁、蒸発器からなる冷媒回路を冷媒が循環し、各工程における熱や仕事のやり取りによって冷却が行われる。特に蒸発器管内では、冷媒が外界から吸熱しながら液相から気相へと変化する過程で多様な流動様式が現れる。蒸発器管内流れにおける流動様式は、熱伝達率と密接に関係しており、冷凍機のパフォーマンスや設計において重要な役割を果たす。しかし、気泡流、スラグ流、環状噴霧流などの流動様式は壁面の影響を強く受けた複雑な構造を持ち、それらを定量的に特徴付け、分類することは容易ではない。従来は可視化のために撮影された画像に基づき、観察者が界面形状などの外観から流動様式を分類する議論が主であり、流動様式の違いを統一的に捉える枠組みは十分に整備されていない。

本論文では、蒸発器管内流れにおける各流動様式を、トポロジカルデータ解析の手法であるパーシステントホモロジーを用いて特徴付ける。流れの幾何的・位相的構造に着目することで、流動様式の違いを定量的に捉える新たな視点を提示することを目的とする。相変化を伴う複雑な流動現象を数理的に理解するための一つの基盤として、本研究が今後の発展につながることを期待したい。

2 パーシステントホモロジーの概要

本研究では、蒸発器管内流れに現れる流動様式を特徴付ける手法として、トポロジカルデータ解析の手法であるパーシステントホモロジーを用いる。本節では、本研究で用いるパーシステントホモロジーの考え方を簡単に説明する。パーシステントホモロジーの標準的な導入については、例えば Edelsbrunner and Harer [1] を参照されたい。

パーシステントホモロジーは、点群データなどの幾何的情報を入力として、その中に含まれる連結成分やループ、空洞といった位相的構造を抽出する手法である。入力データに対してスケールパラメータを連続的に変化させることで、位相的構造が生成（発生）し、消滅する過程を追跡し、それらをパーシステンスダイアグラム (PD) として表現する。この章では、例として二次元点群データの場合を考える。

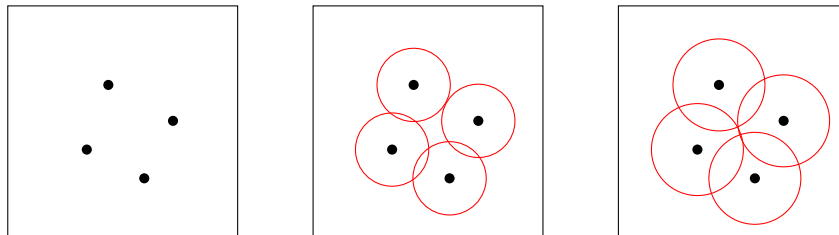


図 1: パーシステントホモロジーの概念図。左：点群データ，中・右：各点のまわりの円を膨らませることによる位相構造の変化。

¹aoichan19991226@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

各点を中心とする半径 ε の円を考える． $\varepsilon = 0$ では各点がそれぞれ連結成分を与えている． ε を徐々に増加させていくと、近接する点に対応する円が重なり、複数の連結成分が一つに併合される．このとき、連結成分の生成時刻は通常 0 と考えられ、 ε の増加によって記録されるのは主に連結成分の消滅時刻である．さらに ε が大きくなると、円の重なりによってループ構造が現れ、最終的にはそれらが埋め尽くされて消滅する．この過程において、各位相的特徴が「いつ生成され、いつ消滅したか」を (b, d) の組として記録したものがパーシステンスダイアグラムである．対応する位相的特徴の寿命は $d - b$ で与えられる．

パーシステンスダイアグラムにおいて、対角線から離れた点は長い寿命を持つ位相的特徴に対応し、データ全体の大域的な構造を反映していると解釈される．一方、対角線付近に現れる点は短寿命の特徴であり、ノイズや局所的な揺らぎに起因するものと考えられる．

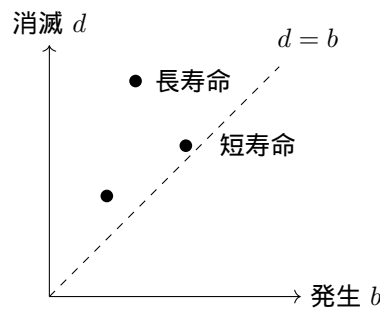


図 2: 一次ホモロジーに対応するパーシステンスダイアグラムの例．各点はループ構造の生成時刻 b と消滅時刻 d を表し、対角線 $d = b$ から離れた点ほど寿命 $d - b$ の長い位相的特徴に対応する．

蒸発器管内流れにおいては、冷媒の液体分子や気泡の分布が流動様式に応じて大きく変化する．本研究では、冷媒の液体分子位置を 3 次元点群データとみなし、その幾何的配置に対してパーシステントホモロジーを適用する．これにより、気泡流、スラグ流、噴霧流といった異なる流動様式に固有の位相的特徴を、パーシステンスダイアグラムを通じて定量的に捉えることを試みる．

3 流動様式の点群モデルと代表的なパーシステンスダイアグラム

蒸発器管内流れでは、流速や気液比などの条件に応じて、気泡流 (Bubbly)、スラグ流 (Slug)、チャーン流 (Churn)、アニュラー流 (Annular)、ウィスピーアニュラー流 (Wispy-annular)、ミスト流 (Mist) など、様々な流動様式が観察される．これらの流動様式は、二相流の熱伝達や圧力損失に大きく影響するため、適切に分類・特徴付けることが重要である．流動様式の基本的な分類については、Cheng らによる二相流の研究 [2] がある．

本研究では、実験画像から点群を直接抽出するのではなく、Cheng ら [2] に掲載されている流動様式の模式図を参考に、各流動様式に対応する概念的な 3 次元点群モデルを考える．ここで「模式図を参考にする」とは、模式図に描かれた気液界面や液相領域の配置をもとに、液体冷媒が多く存在すると考えられる領域に点を配置する、という意味である．したがって、本稿で扱うパーシステンスダイアグラムは実験画像から直接計算したものではなく、Cheng らの 6 種類の流動様式に対して、どのような位相的特徴が現れるかを整理するためのモデルである．

表 1: 本稿で用いる各流動様式の点群モデルの概要

Flow pattern	点群モデルの概要
Bubbly	液相中に多数の小さな気泡が分散しているモデル．液体 HFC の分子間距離を r_0 , 気泡の平均半径を r_1 とおく．
Slug	管内に大きな楕円体状の気泡が並ぶモデル．楕円体状気泡の最短半径を r_2 とおく．
Churn	Slug の楕円体状気泡が崩れ，気液界面が不規則になったモデル． r_2 程度の空洞に加えて，崩れに由来する点の広がりが見れる．
Annular	管壁付近に液膜が形成され，中心部に気相の円柱状領域が存在するモデル．内側の円柱の半径を r_4 とおく．
Wispy-annular	Annular の液膜に加えて，中心部にもミスト状の液体 HFC が存在するモデル．ミスト中の HFC 分子間距離を r_3 とおく．
Mist	気相中にミスト状の液体 HFC が分散しているモデル．主な長さスケールは r_3 であり，大域的な液膜構造は見れない．

図 3 は，Cheng らの模式図をもとに，液相が多く存在すると考えられる領域を簡略化して表した図である．黒い点は液体 HFC 分子または液滴を表し，白い領域は気相または気泡を表す．本図は流動様式の幾何的特徴を示すための概念図であり，実験画像から抽出した点群そのものではない．

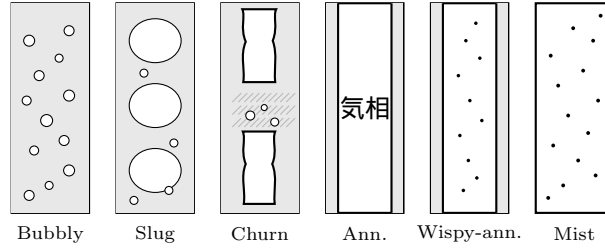


図 3: Cheng らの流動様式の模式図をもとにした点群モデルの簡略図．液相が多い部分を点群として扱う．

本節では，各流動様式に対して得られると期待されるパーシステンスダイアグラム $PD_\ell (\ell = 0, 1, 2)$ の代表的な点を表 2 にまとめる．その際に現れる定数 r_i は，フィルトレーション半径に関する代表的な長さスケールを表している．

具体的には， $r_0 \approx 4 \times 10^{-10} \text{ m}$ は液体冷媒 (HFC) の分子間距離のオーダーに対応する．また $r_1 \approx 10^{-4} - 10^{-3} \text{ m}$ は蒸発器管半径の約 $1/100$ から $1/10$ 程度のスケールを表す．さらに $r_2, r_4 \approx 10^{-3} - 10^{-2} \text{ m}$ は蒸発器管半径の約 $1/10$ から $1/2$ 程度のより大きな流動構造のスケールに対応する．最後に $r_3 \approx 3 \times 10^{-10} - 3 \times 10^{-7} \text{ m}$ はミスト流における気相中の HFC 分子間距離のオーダーを表す．参考として，家庭用エアコンに用いられる蒸発器管の半径はおよそ $4 - 10 \text{ mm}$ ，業務用では $10 - 25 \text{ mm}$ 程度である．

表 2: 各流動様式に対する PD_ℓ の代表的な点

Flow pattern	PD_0	PD_1	PD_2
Bubbly	$(0, r_0)$	—	$(r_0, r_0), (r_0, r_1)$
Slug	$(0, r_0)$	—	$(r_0, r_0), (r_0, r_2)$
Churn	$(0, r_0)$	—	$(r_0, r_0), (r_0, r_2)$ とその周辺の点
Annular	$(0, r_0)$	(r_0, r_4)	(r_0, r_0)
Wispy-annular	$(0, r_0), (0, r_3)$	(r_0, r_4)	$(r_0, r_0), (r_3, r_3)$
Mist	$(0, r_3)$	—	(r_3, r_3)

表 2 から, Bubbly では気泡の平均半径 r_1 に対応する二次ホモロジーの点 (r_0, r_1) が現れる. Slug では, 気泡が楕円体状に大きくなるため, その最短半径 r_2 に対応する二次ホモロジーの点 (r_0, r_2) が現れる. Churn では Slug と同じく r_2 程度の空洞に対応する点が現れるが, 気泡の形が崩れているため, 対角線付近にも点が広がると考えられる. この点の広がりが Slug と Churn の違いを表す. Annular では, 管壁に沿う液膜と中心の気相円柱により, 一次ホモロジーの大域的特徴 (r_0, r_4) が現れる. Wispy-annular では Annular の特徴に加えて, 中心部のミスト状液体に由来する r_3 スケールの特徴が現れる. Mist では大域的な液膜構造は消え, 主にミスト状の液体 HFC の分子間距離 r_3 に由来する短寿命の特徴が現れる.

4 結論と今後の課題

本研究では, 蒸発器管内流れに現れる 6 つの流動様式に対してパーシステントホモロジーを適用する枠組みを考え, 0,1,2 次ホモロジーのパーシステンスダイアグラムを用いた特徴付けと分類を試みた. 前節で示した結果より, Annular では液膜に由来する一次ホモロジーの大域的特徴が, Bubbly, Slug, Churn では気泡または気相領域に由来する二次ホモロジーの特徴が, Mist では微細な液滴に由来する短寿命の特徴が現れることが期待される. このように, パーシステンスダイアグラムは, 流動様式の幾何的・位相的違いを定量的に記述するための有効な指標になり得る.

一方で, 本稿で用いた代表点の情報だけでは, すべての流動様式を完全に識別できるわけではない. 特に Slug と Churn は, 表 2 に示した代表的な長さスケールだけを見ると同じ特徴を持つため, 両者を区別するには, パーシステンスダイアグラムの点の多重度, 分布の広がり, あるいは時間発展に伴う変動を含めた解析が必要である. したがって, 本研究は流動様式分類に向けた概念的な第一歩と位置付けられる.

今後の課題としては, まず実際の可視化画像または数値流体計算から液相・気相の点群データを抽出し, 本稿で述べた概念的な特徴が実データにおいても現れるかを検証することが挙げられる. また, 本稿では各点のまわりにユークリッド球を置いてフィルトレーションを構成したが, 流れの主方向や管壁の影響を反映するために, 球の代わりに管軸方向へ伸びた楕円体や, 壁面方向と管軸方向で異なる重みを持つ近傍を用いることも考えられる. このような異方的なフィルトレーションを用いた場合に, パーシステンスダイアグラムがどのように変化するかを調べることも今後の課題である. さらに, 各流動様式のパーシステンスダイアグラムと熱伝達率との関係を明らかにすることも重要である.

5 謝辞

本研究は WINGS-FMSP の助成を受けて行われました. また, 研究の過程で, 課題および実務の立場からの知見を提供していただいたダイキン工業株式会社の高根沢悟様, 木保康介様, 鎌田正史様, 布川賢一様, また, 数学的なアドバイスを提供していただいた東京大学大学院数理科学研究科の儀我美一先生, 間瀬崇史先生, 許本源先生, 坪内俊太郎先生に, この場を借りて感謝申し上げます.

参考文献

- [1] H. Edelsbrunner and J. Harer, Computational Topology: An Introduction, American Mathematical Society, 2010.
- [2] L. Cheng, G. Ribatski, and J. R. Thome, Two-Phase Flow Patterns and Flow-Pattern Maps: Fundamentals and Applications, Applied Mechanics Reviews, Vol.61, No.5, 050802, 2008.