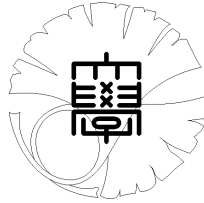


数理科学実践研究レター 2026-1 June 22, 2026

ファンに注目したプロフェッショナルスポーツチームの
価値算定モデル

by

安立 史弥



UNIVERSITY OF TOKYO

GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES

KOMABA, TOKYO, JAPAN

ファンに注目したプロフェッショナルスポーツチームの 価値算定モデル

安立史弥¹ (東京大学大学院新領域創成科学研究科)

Fumiya Adachi (Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo)

概要

スポーツをビジネスや地域社会活性化に利用することが期待されている。そのためにはスポーツの価値を定量的に表し、自治体や投資者に対して示すことが求められる。本研究においてはプロフェッショナルスポーツチームの価値を示すための数理モデルを提案した。提案モデルはファン集団モデルとチーム運営モデルから構成され、2つのモデルが相互作用しながら時間発展する。提案モデルの計算結果から、チームの価値を増大させるためにはチームのパフォーマンスレベルのための投資とファン獲得のための投資を両方適切に行う必要があることが示された。

1 はじめに

プロフェッショナルスポーツチームの価値は広範囲に渡ると考えられている。これには興行収入という直接的なものはもちろん、地方経済の活性化のような経済的価値や地域の連帯感の醸成という社会的価値も含まれる。しかし、これらの価値は存在すると考えられていたものの、定量的に示されることは少なかった。今後、スポーツを利用し地域社会の活性化やビジネス創出を広げていくためには、自治体や投資者へスポーツの価値を定量的に示すことが求められる。

[1] は 20 年以上に及ぶスポーツの価値に関する研究をまとめたレビューになっている。この中には様々な視点から定量的にスポーツの価値を示しているものが複数あるが、それらのほぼ全てはデータに基づく統計的な解析を行ったものである。[2] ではスポーツの価値を算定する具体的な手法を検討しているが、この多くはアンケートに基づく。以上のように、数理モデルを使ってスポーツの価値を評価する試みは非常に少ない。そこで本論文では、スポーツチームがもたらす多様な価値の中でも、持続可能なチーム経営の基盤となる「チームの経済的価値」に焦点を当てる。具体的には、運営視点からの最適な投資戦略を検討するために、プロフェッショナルスポーツチームの価値を定量的に示すための数理モデルを提案する。提案モデルは、プロフェッショナルスポーツチームの価値の源泉であると考えられるファンに注目したものである。

2 プロフェッショナルスポーツチームの価値算定モデル

本節では、プロフェッショナルスポーツチームのファンの動態と、チームの運営のそれぞれをモデル化する。これらのモデルの相互作用の結果としてチームの価値が決まると考える。

2.1 ファンモデル

ファンコミュニティは以下の5つの集団から構成されると考える：

- 1) 頻繁に試合を観戦する人々
- 2) まれに試合を観戦する人々
- 3) 観戦経験はあるが興味を失い観戦習慣が無い人々
- 4) チームを認知しているが観戦経験が無い人々
- 5) チームを認知していない人々。

¹adachi-fumiya0215@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

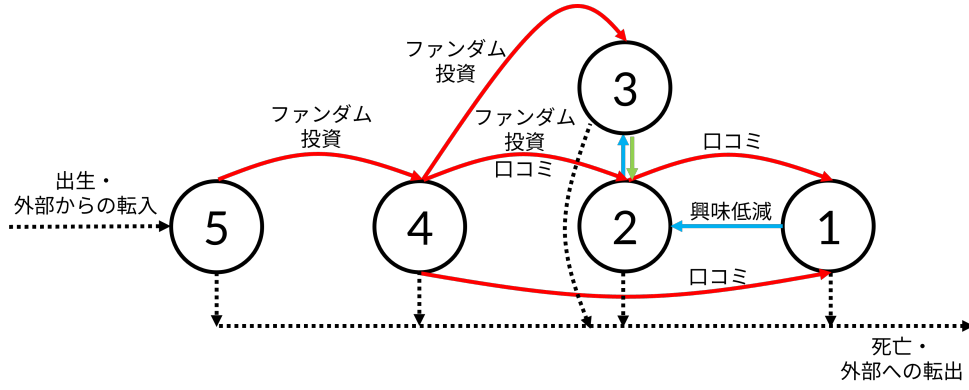


図 1: ファンコミュニティを構成する 5 集団間の推移の概念図.

集団に付けられた番号が小さいほどファンの度合いが強くなっている。これらの集団の間で図 1 で示される推移を考える。ファンダム投資は運営側がファン獲得のために行う投資を指し、その結果ファンの度合いが上がることを示す。ファンダム投資には広告への投資や観戦チケットの配布などが含まれる。口コミは、最もファンの度合いが高い集団 1 の人々との接触によってファンの度合いが上がる効果を示す。インターネットやソーシャルメディアにおける口コミや、集団 1 の人々による直接的な勧誘などが含まれる。集団 1 から集団 2 へは興味が低減することによって推移し、集団 2 と集団 3 の間では興味の喪失・再獲得によって推移する。興味の変化はチームの状態や観戦チケットの価格、チームの広告への露出度などに影響される。結婚や育児といった環境の変化によってチームとの関わり方が変化することも考えられるが、これらも同様の依存性を持つと考え、興味の変化による推移に含まれるとする。また、すべての集団において、一定割合の人が死亡や外部への転出によって、ファンコミュニティの外部へと離脱する。これに対して、出生や外部からの転入によるファンコミュニティへの新規流入も考慮する。この新しく流入する人々はチームの認知や観戦経験が無いのが自然であるため、集団 5 に属するものとする。本モデルにおいては簡単のためにファンコミュニティの全人口は保存すると仮定し、外部へ流出した人数と同数がファンコミュニティへと新しく流入するものとする。これら全ての推移を微分方程式で表したのが以下である：

$$\frac{dN_1}{dt} = \alpha_{4 \rightarrow 1} N_4 N_1 + \alpha_{2 \rightarrow 1} N_2 N_1 - \beta_{1 \rightarrow 2} N_1 - \delta N_1 \tag{1}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \gamma_{4 \rightarrow 2} N_4 + \alpha_{4 \rightarrow 2} N_4 N_1 + \beta_{1 \rightarrow 2} N_1 + \epsilon_{3 \rightarrow 2} N_3 - \alpha_{2 \rightarrow 1} N_2 N_1 - \beta_{2 \rightarrow 3} N_2 - \delta N_2 \tag{2}$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \gamma_{4 \rightarrow 3} N_4 + \beta_{2 \rightarrow 3} N_2 - \epsilon_{3 \rightarrow 2} N_3 - \delta N_3 \tag{3}$$

$$\frac{dN_4}{dt} = \gamma_{5 \rightarrow 4} N_5 - \gamma_{4 \rightarrow 2} N_4 - \gamma_{4 \rightarrow 3} N_4 - \alpha_{4 \rightarrow 1} N_4 N_1 - \alpha_{4 \rightarrow 2} N_4 N_1 - \delta N_4 \tag{4}$$

$$\frac{dN_5}{dt} = \delta(N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5) - \delta N_5 - \gamma_{5 \rightarrow 4} N_5. \tag{5}$$

ここで $N_i (i = 1, \dots, 5)$ は集団 i の人口を表し、 $\alpha_{i \rightarrow j}$ は口コミによる効果、 $\beta_{i \rightarrow j}$ は興味の低減、 $\gamma_{i \rightarrow j}$ はファンダム投資による効果、 δ は集団 5 への流出、 $\epsilon_{i \rightarrow j}$ は興味の再獲得にそれぞれ対応した係数である。これらの定数は後述するチーム運営モデルに応じて値が変わる。また、口コミに対応する項が感染症の SIR モデル [3] に類似しているのが特徴である。

2.2 チーム運営モデル

プロフェッショナルスポーツチームの瞬間的な価値 V_T を以下で定める：

$$V_T = (p - c)(a_1 N_1 + a_2 N_2) + (s_1 N_1 + s_2 N_2 + s_3 N_3 + s_4 N_4) - f - b. \tag{6}$$

ここで、 p はチケット価格、 c は興行の限界費用、 a_i は集団 i に所属する人の単位期間あたりの観戦回数 ($a_1 > a_2$)、 s_i はスポンサー収入係数 ($s_1 > \dots > s_4$)、 f はパフォーマンス投資、 b はファンダム投資である。したがって、第一項は興行収入、第二項はスポンサー収入を表す。ファンダム投資は 2.1 節で述べたものである。パフォーマンス投資は、2.3 節で後述するチームパフォーマンス向上のための投資である。運営陣は一定時間が経つごとに、 p, f, b を変化させ運営の最適化を図ることとする。具体的な最適化方法は 2.5 節で後述する。以下では p, f, b を運営パラメータと呼ぶ。

2.3 チームパフォーマンスモデル

チームパフォーマンスレベル W という量を考える。これは、チームの試合における活躍度合いからホームスタジアムの快適さまで、ファンが感じるチームの状態をすべて含むとする。チームパフォーマンスレベル W は以下の方程式に従って時間発展する：

$$\frac{dW}{dt} = \eta_f \frac{f}{K_f + f} (W_{\max} - W) - \eta_d W. \quad (7)$$

ここで、 $\eta_f, K_f, \eta_d, W_{\max}$ は定数であり、特に W_{\max} はチームパフォーマンスレベル W の上限を表す。また、 f は 2.2 節で述べたパフォーマンス投資である。式 (7) において、第一項はパフォーマンス投資によるパフォーマンスレベルの成長、第二項はパフォーマンスレベルの自然減を表す。

2.4 モデル間の相互作用

2.2 節で述べたように一定期間ごとに運営は運営パラメータ p, f, b を変化させる。この変化とパフォーマンスレベル W の変化を受けてファンモデル (1-5) の各係数も変化する。口コミ効果 $\alpha_{i \rightarrow j}$ 、興味の低減 $\beta_{i \rightarrow j}$ 、興味の再獲得 $\epsilon_{3 \rightarrow 2}$ について具体的な各係数の依存性は以下である：

$$\alpha_{i \rightarrow j} = \alpha_{0, i \rightarrow j} \exp(k_{W, \alpha, i \rightarrow j} \cdot W - k_{p, \alpha, i \rightarrow j} \cdot p) \quad (8)$$

$$\beta_{i \rightarrow j} = \beta_{0, i \rightarrow j} \exp(-k_{W, \beta, i \rightarrow j} \cdot W + k_{p, \beta, i \rightarrow j} \cdot p) \quad (9)$$

$$\epsilon_{3 \rightarrow 2} = \epsilon_0 \exp(k_{W, \epsilon} \cdot W - k_{p, \epsilon} \cdot p) \left(1 + k_{b, \epsilon} \frac{b}{K_{b, \epsilon} + b} \right). \quad (10)$$

ここで $\alpha_{0, i \rightarrow j}, k_{W, \alpha, i \rightarrow j}, k_{p, \alpha, i \rightarrow j}, \beta_{0, i \rightarrow j}, k_{W, \beta, i \rightarrow j}, k_{p, \beta, i \rightarrow j}, \epsilon_0, k_{W, \epsilon}, k_{p, \epsilon}, k_{b, \epsilon}, K_{b, \epsilon}$ は定数である。したがって、チームパフォーマンスレベルが高いほど、また、チケット価格が低いほど口コミ効果と興味の再獲得は起こりやすい。興味の低減はその逆である。また、興味の再獲得はファンダム投資が多いほど起こりやすい。ファンダム投資による効果の中で $\gamma_{5 \rightarrow 4}$ は以下のように変化する：

$$\gamma_{5 \rightarrow 4} = \gamma_{0, 5 \rightarrow 4} + \gamma_{1, 5 \rightarrow 4} \frac{b}{K_{b, \gamma, 5 \rightarrow 4} + b}. \quad (11)$$

ここで、 $\gamma_{0, 5 \rightarrow 4}, \gamma_{1, 5 \rightarrow 4}, K_{b, \gamma, 5 \rightarrow 4}$ は定数である。 $\gamma_{0, 5 \rightarrow 4}$ はファンダム投資を行わずともチームが活動するだけで得られる自然な効果を表す。第二項はファンダム投資をすることで得られる追加の効果であり、その上限は $\gamma_{1, 5 \rightarrow 4}$ である。集団 4 に対するファンダム投資の効果は 2 つが考えられる。すなわち、観戦の結果ファンとして定着し定期的な観戦習慣を得る人々と、観戦したものの体験が良いものではなくその後観戦しない人々が存在する。これを踏まえて $\gamma_{4 \rightarrow 2}, \gamma_{4 \rightarrow 3}$ を以下のように定める：

$$\gamma_{4 \rightarrow 2} = \gamma_{4 \rightarrow} \cdot P_{\text{good}} \quad (12)$$

$$\gamma_{4 \rightarrow 3} = \gamma_{4 \rightarrow} \cdot (1 - P_{\text{good}}) \quad (13)$$

$$\gamma_{4 \rightarrow} = \gamma_{0, 4} + \gamma_{1, 4} \frac{b}{K_{b, \gamma, 4} + b} \quad (14)$$

$$P_{\text{good}} = \frac{1}{1 + \exp(k_{p, \gamma} \cdot p - k_{W, \gamma} \cdot W)}. \quad (15)$$

ここで、 $\gamma_{0,4}, \gamma_{1,4}, K_{b,\gamma,4}, k_{p,\gamma}, k_{W,\gamma}$ は定数である。 $\gamma_{4\rightarrow}$ はファンダム投資によって集団 4 に発生する観戦喚起率を表し、 P_{good} はその観戦経験が良いものである割合である。観戦喚起率 $\gamma_{4\rightarrow}$ はファンダム投資 b が多いほど大きい。観戦経験が良いものである割合 P_{good} はチケット価格 p が低く、チームパフォーマンスレベル W が高いほど大きい。

2.5 運営の最適化

プロフェッショナルスポーツチームの運営陣は一定期間が経つごとに運営パラメータ p, f, b を変化させ、運営の最適化を行う。時刻 t_0 での最適化の際には以下の量を最大化する：

$$J(p, f, b) = \int_{t_0}^{t_0+T} e^{-\rho(t-t_0)} V_T(t) dt. \quad (16)$$

ここで ρ, T は定数である。 J はチームの瞬間的な価値 V_T を将来に渡って積算したものである。しかし、将来の価値は現在の価値よりも不確実性が高く、また、現在の運営が立ち行かなくなることは避ける必要があるため、将来の価値については割り引いて和を取る。 ρ は将来の価値の割引率を表す定数である。将来の価値の割引のため、実用上は T を十分大きくとれば最適化の結果には影響しないと考えられる。また、簡単のため、最適化を行う際には運営パラメータ p, f, b は時間によらない定数とする。具体的な最適化の計算はモデル予測制御の枠組みになっている。ある時刻において将来の期間 T の常微分方程式 (1-5, 7) を数値的に解いて J を評価し、非線形最適化手法である逐次二次計画法を用いて J を最大化する運営パラメータを決定する。得られたパラメータを一定期間適用して状態を更新した後、再度最適化を行うという手法を取った。

3 具体的な計算例

3.1 計算手順

2 節で述べたモデルを利用した具体的な計算手順は以下のとおりである：

- 1) 各集団の人口、パフォーマンスレベルの初期状態を設定する
- 2) 最適化によって運営パラメータの初期値を決定する
- 3) 一定期間 Δt だけファンモデル (1-5) とパフォーマンスレベルモデル (7) を時間発展させる
 - この間、運営パラメータ p, f, b は変化しない
- 4) 運営の最適化を行い、運営パラメータを更新する
- 5) 3) に戻る。

以下では、このモデルを用いた具体的な計算例を示す。計算に使用したパラメータは以下のとおりである:

$$\begin{aligned}
 \delta &= 0.005, & \alpha_{0,4 \rightarrow 2} &= 1.0 \times 10^{-7}, & \alpha_{0,4 \rightarrow 1} &= 0.5 \times 10^{-7}, & \alpha_{0,2 \rightarrow 1} &= 2.0 \times 10^{-7}, \\
 k_{W,\alpha,i \rightarrow j} &= 0.03, & k_{p,\alpha,i \rightarrow j} &= 0.0004 & (\text{全ての } \alpha \text{ 項で共通}), \\
 \beta_{0,1 \rightarrow 2} &= 0.12, & \beta_{0,2 \rightarrow 3} &= 0.10, \\
 k_{W,\beta,i \rightarrow j} &= 0.025, & k_{p,\beta,i \rightarrow j} &= 0.0003 & (\text{全ての } \beta \text{ 項で共通}), \\
 \epsilon_0 &= 0.01, & k_{W,\epsilon} &= 0.02, & k_{p,\epsilon} &= 0.0003, & k_{b,\epsilon} &= 0.5, & K_{b,\epsilon} &= 8.0 \times 10^7, \\
 \gamma_{0,5 \rightarrow 4} &= 0.005, & \gamma_{1,5 \rightarrow 4} &= 0.01, & K_{b,\gamma,5 \rightarrow 4} &= 8.0 \times 10^7, & & & & (17) \\
 \gamma_{0,4} &= 0.02, & \gamma_{1,4} &= 0.05, & K_{b,\gamma,4} &= 8.0 \times 10^7, & k_{p,\gamma} &= 0.0005, & k_{W,\gamma} &= 0.04, \\
 c &= 1500, & a_1 &= 18, & a_2 &= 3, & s_1 &= 10, & s_2 &= 2, & s_3 &= 0.5, & s_4 &= 0.2, \\
 \eta_f &= 0.5, & K_f &= 1.5 \times 10^8, & W_{\max} &= 100, & \eta_d &= 0.08, & \rho &= 0.04, \\
 W(t=0) &= 50, & N_1(t=0) &= 10000, & N_2(t=0) &= 20000, & N_3(t=0) &= 50000, \\
 N_4(t=0) &= 200000, & N_5(t=0) &= 720000, & \Delta t &= 1, & T &= 50.
 \end{aligned}$$

3.2 完全な最適化と $b = 0$ での最適化

運営パラメータ p, b, f のすべてを最適化した場合（完全な最適化）と、ファンダム投資を $b = 0$ に固定し p, f のみ最適化した場合の計算を行った。図 2 に結果の比較を示す。完全な最適化の場合には時刻 $16 \leq t \leq 17$ の間で投資額が大きく変化しており不自然ではあるが、この振動が起こるのは短い時間であり、得られた結果の定性的な解析には影響しないと考えられる。完全な最適化の場合は観戦習慣がある集団 1, 2 の人口が大きく増大し、観戦経験が無い集団 4, 5 の人口は大きく減少していることがわかる。これに対応してスポーツチームの価値 V_T も大きく増大している。運営パラメータの変化をみると、完全な最適化の場合ではパフォーマンス投資、ファンダム投資の両方が一定程度の額行われており、ファンの獲得・定着のために投資が行われている。投資比率 f/b の変化を見ると、計算初期は投資比率が小さくファンダム投資を手厚く行い、時間の経過とともにパフォーマンス投資の割合を増やしており、動的に投資のバランスを変化させていることが分かる。そして、その投資の結果としてファン人口 N_1, N_2 が増加するのに応じて、チケット価格を増加させることでチームの価値 V_T の増大を図っている。特に、比較的大きな投資額のために、計算の初期においてはチームの価値 V_T は負の値を取るが、その後ファン人口 N_1, N_2 が増加するにしたがって増大する。

一方で $b = 0$ に固定した場合は集団 1 の人口は減少しており、集団 2 の人口の増加の程度も完全な最適化の場合よりも小さい。また、チームの価値 V_T もあまり変化していない。すなわち、チームの価値の成長に失敗している。 $b = 0$ に固定した場合はファンダム投資が行われなため、ファンの獲得があまり見込まれない。そして、ファンの獲得が見込まれないためにパフォーマンス投資を通して得られるリターンも少ないと考えられ、パフォーマンス投資 f も少なくなる。こうした状況の中でチームの価値 V_T を最大化するために、運営はチケット価格 p を高く設定し、興行から価値を創り出そうとする状況が見られる。以上を踏まえると、チームの価値の成長のためには 2 つの投資の両方を適切に行う必要があると考えられる。

3.3 2 つの投資額の比がチームの価値の成長に与える影響

3.2 節で得られた結果から、チームの価値の成長には 2 つの投資の両方を適切に行う必要があると考えられる。さらなる検証のため、2 つの投資額の比 $r = f/b$ を固定して運営パラメータを最適化した場合の計算を行った。運営が変化させるのはチケット価格 p と 2 つの投資額の和 $f + b$ である。2 つの投資額の比 r と時刻 $t = 80$ におけるチームの価値 V_T との関係を図 3 に示す。投資額の比 r がある値の範囲にあるときだけ、チームの価値は大きく成長することができる。また、3.2

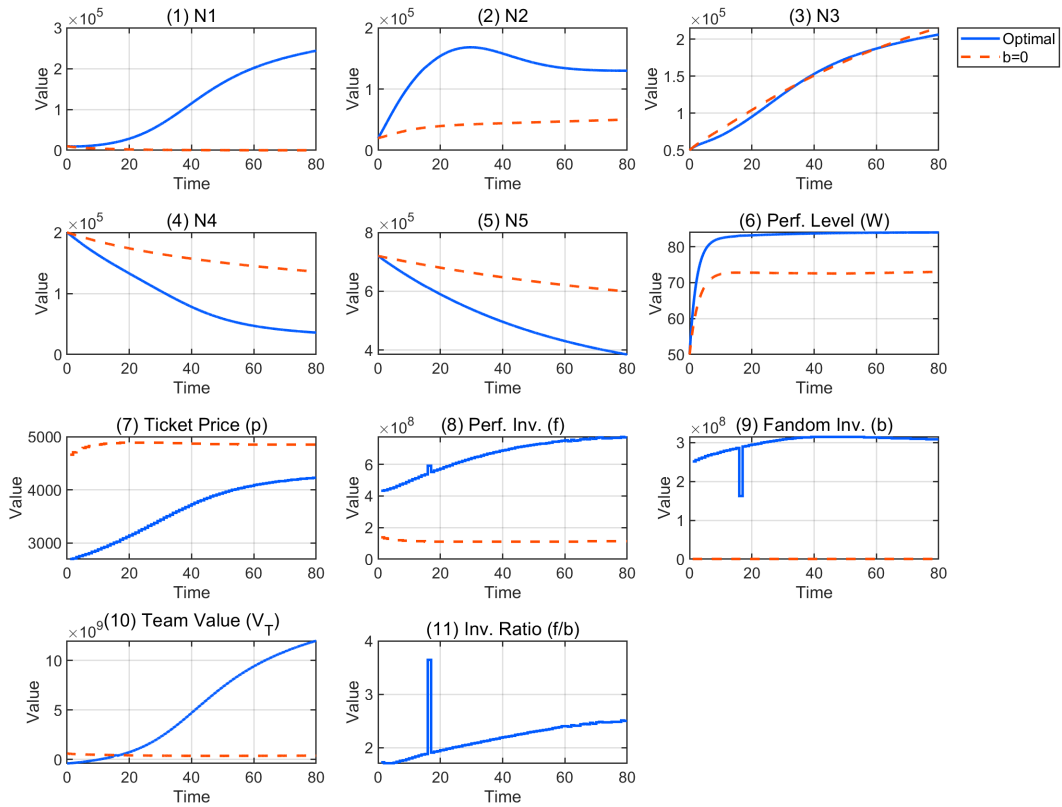


図 2: 完全な最適化の場合（青実線）と $b = 0$ に固定した場合（赤破線）の計算結果. (1-5) 集団 1 から集団 5 の人口, (6) パフォーマンスレベル W , (7) チケット価格, (8) パフォーマンス投資 f , (9) ファンダム投資 b , (10) チームの瞬間的価値 V_T , (11) 2つの投資額の比 f/b (完全な最適化の場合のみ表示) .

節の完全な最適化の場合の投資比 r が取る値の範囲を斜線部に示した. ただし, この斜線部の領域には投資額が大きく変動する時刻 $16 \leq t \leq 17$ の値は含まれない. 斜線部の領域において, 2つの投資額の比 r の最小値と最大値はそれぞれ初期時刻 $t = 0$ と最後の時刻 $t = 80$ の際に得られる. これは, 始めにファンダム投資を多く行ってファンの積極的な獲得を行い, 次第にパフォーマンス投資を増やしてファンの定着を図るといった戦略を表している. また, 完全な最適化の場合における2つの投資額の比が取る値の範囲は, 2つの投資額の比を固定した場合にチームの価値が大きく成長する投資額の比の範囲に含まれている. いずれの場合もチームの価値を成長させるためには2つの投資をそれぞれ適切な割合で行う必要があることが分かる.

4 終わりに

本論文ではプロフェッショナルスポーツにおけるファン集団, チーム運営, チームのパフォーマンスレベルをそれぞれモデル化し, それらのモデルの相互作用の結果として振舞いが決まるという数理モデルを考案した. 得られた計算結果から, チーム価値を大きく成長させるためにはファンダム投資とパフォーマンス投資の両方を適切に行う必要があることが分かった. パフォーマンスを向上することが最優先であると考えられている現状の傾向に鑑みると, パフォーマンスレベルの向上だけでなく, 直接的なファン獲得の努力を怠ってはいけないことが数理モデルを用いて示されたことには一定の価値があると考えられる.

図 2 で見られる一部時間帯で投資額が振動する現象や, 図 3 で見られる r を変化させたときに V_T が振動する現象は, 運営の最適化が失敗しているためだと考えられる. モデルの改良の余地として, どのような場合でも最適化が成功するように最適化のアルゴリズムを修正することが挙げられる. ま

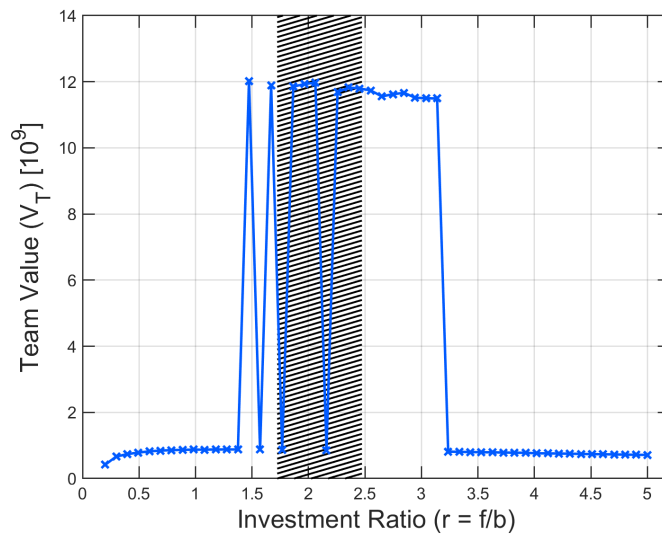


図 3: 2つの投資額の比 $r = f/b$ を固定した際の時刻 $t = 80$ におけるチームの価値 V_T . 斜線部の領域は 3.2 節の完全な最適化の場合で投資額の比 r が取る値の範囲を示す. ただし, 投資額が振動する $16 \leq t \leq 17$ の間の値は含まない.

た, 本論文の計算に利用したモデルのパラメータには明確な根拠はなく, モデルはあくまで定性的なものに留まっている. 今後は実際のデータを用いてモデルのパラメータを決定し, 現実的な数字を用いて計算をすることで, 定量的に最適な投資額を見積もることが期待される.

謝辞

本研究は東京大学数物フロンティア国際卓越大学院プログラムの一環として行われました. 本研究課題はアビームコンサルティング株式会社様に提供して頂きました. アビームコンサルティング株式会社の宮田裕生様, 宮原直之様, 秋元翔真様にはビジネスの視点から貴重なコメントを頂きました. 東京大学の間瀬崇史先生にはモデルについて数理的な視点からコメントを多数頂きました. 同じ班で課題に取り組んだ政村悠登様には研究の方針を参考にさせて頂きました. この場を借りて深い感謝を申し上げます.

参考文献

- [1] Bradbury, J. C., Coates, D., and Humphreys, B. R. (2023). The impact of professional sports franchises and venues on local economies: A comprehensive survey. *Journal of Economic Surveys*, 37(4), 1389-1431.
- [2] 株式会社日本政策投資銀行地域企画部. (2020). スポーツの価値算定モデル調査 - 地域社会の持続可能な成長をもたらす, スポーツチームの価値の可視化 -. https://www.dbj.jp/topics/investigate/2019/html/20200302_201005.html
- [3] Kermack, W. O., and McKendrick, A. G. (1927). A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 115(772), 700-721.