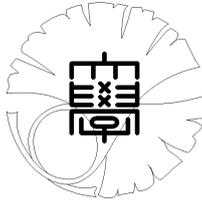


数理科学実践研究レター 2024-5 October 23, 2024

サッカー試合でのパフォーマンスのモデル化とその検証

by

板東 克之



UNIVERSITY OF TOKYO

GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES

KOMABA, TOKYO, JAPAN

サッカー試合でのパフォーマンスのモデル化とその検証

板東克之¹ (東京大学大学院数理科学研究科)

Katsuyuki Bando (Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo)

概要

本研究では、高校のサッカーの試合での選手のパフォーマンスを線型微分方程式としてモデル化した。その上で、モデルと実際のパフォーマンスのデータとの整合性を、因子分析などいくつかの方法で検証した。

1 はじめに

サッカーの試合でのパフォーマンスに、持久力などの基礎能力がどのように影響するかは、サッカー競技の指導者にとって重要な問題である。本論文では、高校のサッカーの試合でのパフォーマンスをモデル化し、実際のパフォーマンスのデータとの整合性を検証する。

今回、「サッカーの試合でのパフォーマンス」を測る具体的な指標として、「スプリント回数」を採用する。スプリントとは、時速 24km 以上で 1 秒以上走ることと定義する。1 試合でスプリントを行った回数を「スプリント回数」と定める。

まず、§2 において、サッカーの試合での 1 選手のスタミナを、単純な 1 階線型微分方程式に従うようにモデル化し、それによってスプリント回数を様々なパラメータを用いて表す。

次に、§3 において、作成したモデルが実際のデータと整合的であるかどうかを 2 つの方法で検証する。検証方法の 1 つは、§2 で得られたモデルによって得られた、スプリント回数、総走行距離、試合時間の間の線型関係が、実際のデータでも成り立っているかどうかを、適切な仮定の下検証する。2 つ目の検証方法として、実際のデータのいくつかの要素を抽出し、因子分析を行う。3 つの因子を仮定して因子分析を行い、モデルに登場するパラメータが各因子の適切な解釈を与えることを確認する。

2 試合中の走行モデル

本節では、サッカーの試合での走行モデルを構成し、その結果を述べる。

2.1 仮定

次のような仮定をおく。

- 試合中の選手の行動は、
 - 停止～低強度走行
 - 中強度走行
 - スプリント

の 3 つのみである。

- 選手は試合中、時間 t によって変化するスタミナ

$$S: [0, T] \rightarrow [0, 1]$$

というパラメータをもつ。ただし、 T を試合時間とし、 $S(0) = 1$ とする。また、時間 t や試合時間 T によらないが選手にはよる以下のパラメータをもつ。

- 積極性 $a \in [0, 1]$

¹kbando@ms.u-tokyo.ac.jp

- スプリント 1 回で消費するスタミナ D_{sp}
 - 中強度走行で単位時間あたりに消費するスタミナ d_m
 - 停止～低強度走行で単位時間あたりに回復するスタミナ r
 - 停止～低強度走行の速度 v_l
 - 中強度走行の速度 v_m
- スプリントにかかる時間は 0 とする.
 - すべての選手は無限小時間の間に, $1 - aS(t)$ の割合で停止～低強度走行, $aS(t)$ の割合で中強度走行をすることを繰り返す.
 - すべての選手は単位時間あたり $aN_{sp}S(t)$ 回のスプリントを行う.

2.2 数理モデルの結果

前節の仮定により, 次の微分方程式が得られる:

$$S'(t) = -d_m \cdot aS(t) + r \cdot (1 - aS(t)) - N_{sp}D_{sp}aS(t).$$

これを解くと, $M = a(d_m + r + N_{sp})$ として,

$$S(t) = \left(1 - \frac{r}{M}\right) e^{-Mt} + \frac{r}{M}$$

となる. これより, 1 試合のスプリント回数 Sprint は,

$$\begin{aligned} \text{Sprint} &= \int_0^T aN_{sp}S(t)dt \\ &= aN_{sp} \left(\frac{r}{T} + \left(1 - \frac{r}{M}\right) \frac{1}{M}(1 - e^{-MT}) \right) \end{aligned} \quad (1)$$

となり, 1 試合の総走行距離は,

$$\begin{aligned} \text{Distance} &= \int_0^T ((1 - aS(t))v_l + aS(t)v_m) dt \\ &= v_l T + a(v_m - v_l) \left(\frac{r}{T} + \left(1 - \frac{r}{M}\right) \frac{1}{M}(1 - e^{-MT}) \right) \end{aligned} \quad (2)$$

となるなど, 試合中の選手のパフォーマンスに関する表示が得られる.

3 実際のデータと数理モデルとの整合性の検証

本節では, 上で述べたモデルが, 実際に得られたデータと整合的であるかについて考察する.

3.1 入手データ

今回, 高校強豪校 1 校の各選手の, 1 試合での

- 総走行距離
- 平均速度, 最高速度
- 速度を 6 区分に分け, それぞれの区分内の速度で走った時間の割合
- 平均心拍数, 最高心拍数

- 平均リカバリー回数
- スプリント回数
- ターン回数
- 加速回数

といったデータを、各選手について1試合～4試合分入手した。計測人数はのべ51人である。ただし、上記における速度の6区分は以下の通り。

$$\begin{aligned}
 \text{ゾーン 1: } & 0\text{km/h 以上 } 7\text{km/h 未満} \\
 \text{ゾーン 2: } & 7\text{km/h 以上 } 14\text{km/h 未満} \\
 \text{ゾーン 3: } & 14\text{km/h 以上 } 18\text{km/h 未満} \\
 \text{ゾーン 4: } & 18\text{km/h 以上 } 21\text{km/h 未満} \\
 \text{ゾーン 5: } & 21\text{km/h 以上 } 24\text{km/h 未満} \\
 \text{ゾーン 6: } & 24\text{km/h 以上}
 \end{aligned} \tag{3}$$

3.2 スプリント回数, 総走行距離, 試合時間の線型関係

式(1)と(2)より, スプリント回数 Sprint , 総走行距離 Distance , 試合時間 T の間には,

$$\text{Distance} = \frac{v_m - v_l}{N_{\text{sp}}} \text{Sprint} + v_l T \tag{4}$$

という線型関係があることがわかる。ここで, 一時的に v_m, v_l, N_{sp} が選手に依らず,

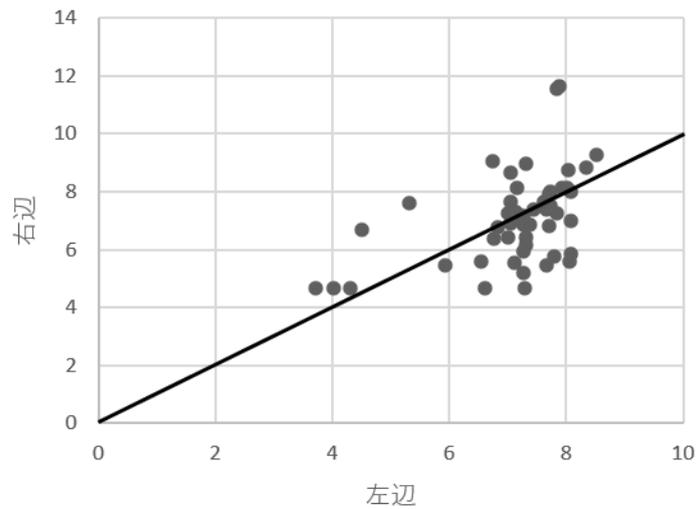
$$v_m = 4.7 \text{ [m/s]}, \quad v_l = 1.3 \text{ [m/s]}, \quad N_{\text{sp}} = 0.0075 \text{ [回/s]}$$

と仮定する。この仮定で導入した値は場当たりのものではあるが, 不適切な値ではないことが以下のようにしてわかる:

- v_m について:
 v_m は中強度走行の速度であるが, ここでは中強度走行を, (3) に述べた「速度の6区分」のゾーン3, ゾーン4にあたる14km/hから21km/hまでの走行と想定し, その範囲内に存在する4.7 m/s(= 16.92 km/h)を採用した。
- v_l について:
 v_m の停止～低強度走行の速度は, 「速度の6区分」のゾーン1(7km/h未満)を想定し, その範囲内にある1.3 m/s(= 4.68 km/h)を採用した。
- N_{sp} について:
 N_{sp} はスタミナ $S(t)$ が1で, 積極性 a も1であるときの単位時間当たりのスプリント回数を表す。入手データによると, 試合全体での単位時間当たりのスプリント回数は, 最大0.0045程度であり, これにスタミナの減りなどを考慮し0.0075とした。

以上の値を仮定し, さらに入手データに含まれるパラメータである総走行距離 Distance , スプリント回数 Sprint , 試合時間 T を代入して,² (4) の左辺と右辺の関係を見ると, 以下のようなになる。

²試合時間は, 総走行距離を平均速度で割って算出した。



悪くない精度で両辺の比は 1 に近いことが言える。

3.3 因子分析

よく知られているように、因子分析とは、多変量データの背後に潜む共通の要因 (因子) を明らかにするために行う統計的手法をいう。

今回、入手データから以下の 8 つのデータを抽出し、それらに対して因子分析を行った。

- 平均速度
- ゾーン 3 速度割合
- ゾーン 6 速度割合
- 平均心拍数
- 平均リカバリー
- 単位時間たりのスプリント回数
- 単位時間あたりのターン回数
- 単位時間あたりの加速回数

この 8 つのデータを抽出した理由は、このケースが最も解釈しやすい結果が得られたためである。因子分析は、統計ソフト R の `factanal()` 関数を、因子数 3、回転法はバリマックス回転で適用した。その結果は以下の通り：

	因子 1	因子 2	因子 3
平均速度	△	◎	△
中強度 ³ 速度割合	△	△	◎
高強度 ⁴ 速度割合	◎	×	△
平均心拍数	△	○	△
平均 Recovery	×	×	×
Sprint 回数/時間	◎	×	×
Turn 回数/時間	×	××	×
加速回数/時間	○	○	×

◎ : 0.75 以上, ○ : 0.5 以上 0.75 未満, △ : 0.25 以上 0.5 未満, × : 0 以上 0.25 未満, ×× : -0.25 以上 0 未満

当初、「速力」、「持久力」、「方向転換能力」の3つがサッカー選手の能力を構成する3つの大きな因子であると予想していたため、因子数3で因子分析を行った。上記の結果をみると、この予想は正しくなかったといえるが、その代わり、前節で述べたモデルと関連付けて解釈することが可能であった。すなわち、各因子にモデルのどのパラメータが寄与しているかを以下のように解釈することができる：

- 因子1(スプリント回数で大きい)
スタミナ $S(t)$ が1で、積極性 a も1であるときの単位時間当たりのスプリント回数 N_{sp} が寄与していると考えられる。
- 因子2(平均速度で大きい)
低強度走行速度 v_l が寄与していると考えられる。なぜならば、試合では停止～低強度走行をしている時間が最も長いから、平均速度ではその寄与が大きいと考えられるからである。
- 因子3(中強度速度割合で大きい)
積極性 a が寄与していると考えられる。なぜならば、積極性は定義より試合時間の中での中強度走行の割合に寄与しているからである。

以上のように、因子分析結果をモデルと照らし合わせて解釈ができることが分かった。

4 まとめ・今後の展望

本論文で与えたモデルでは、構成より、スタミナの減りを表すパラメータ d_m, D_{sp} が小さければスプリント回数は無敵大きくなるし、スタミナの回復 r が大きければスプリント回数は大きくなる。したがって、このモデルによって持久力と試合でのパフォーマンスの関係が説明されているといえる。また、前節、前々節で検証したように、実際の試合中の選手のデータともある程度整合的であることもいえた。

一方で、本研究の当初の目的は、フィジカルテストと試合でのパフォーマンスの関係を説明するというものであった。今回、試合中のモデルを構成することはできたが、フィジカルテストのモデルを構成はしなかったし、フィジカルテストの実際のデータを入手することもできなかった。そのため、当初の目的のためにはまだ本論文は不十分なことも多い。よって、今後の課題としては、フィジカルテストについての研究、例えば「どのようなフィジカルテストで持久力を測ることができるか」などが挙げられる。

また、今回のモデルでは a という「より強い強度の運動をする傾向」を表すパラメータを導入し、仮に「積極性」と名付けたが、このパラメータが実際にはどのような能力と関係するのかが分かっていない。「積極性」とは名付けたものの、心因的なものだけではないことが予想される。したがって、こういったフィジカルテストによって a を測ることができるかについても今後研究が必要であると考えられる。

さらに、今回のモデルは、入手データの不足などの理由により、試合の状況や選手のポジションなどを考慮していないモデルである。その点からみても、実情を表すにはこのモデルでは不十分な可能性がある。今後より良いモデルを考えることも必要であるとえられる。

謝辞

本研究に際し課題の提供をしていただいたアビームコンサルティング株式会社に感謝いたします。また、アビームコンサルティング株式会社の武貞征孝様、秋元翔真様、宮田裕生様、および東京大学大学

³14km/h 以上 18km/h 未満

⁴24km/h 以上

院数理科学研究科の間瀬崇史先生, 田中雄一郎先生, 齊藤宣一先生, 同じサッカー班として課題に取り組んだ吉岡玲音様には, 議論を通じて様々なアドバイスをいただきました. ここに感謝の意を表します. 本研究は数物フロンティア国際卓越大学院の助成を受けております.