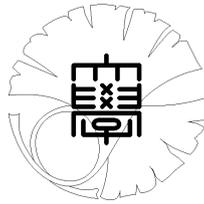


数理科学実践研究レター 2023-14 October 11, 2023

砥粒の脱落を考慮した **Grinding** 作業の数理モデルの構築
-断面負荷を用いて- 理論編

by

李 公彦、佐藤 知正、高山 義弘、西田 真幸、今野 北斗



UNIVERSITY OF TOKYO

GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES

KOMABA, TOKYO, JAPAN

砥粒の脱落を考慮した Grinding 作業の数理モデルの構築 -断面負荷を用いて- 理論編

李公彦¹ (東京大学大学院数理科学研究科)

Kimihiko Li (Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo)

佐藤知正 (東京大学大学院新領域創成科学研究科)

Tomomasa Sato (Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo)

高山義弘 (インテグレスター株式会社)

Yoshihiro Takayama (Integrestar Co.,Ltd.)

西田真幸 (三明機工株式会社)

Masaki Nishida (Sanmei Mechanical Inc.)

今野北斗 (東京大学大学院数理科学研究科)

Hokuto Konno (Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo)

概要

Grinding 作業とは、表面に“でっぱり”や“ざらざら”がある金属の加工物に対し、サンドペーパーの役割を果たす円盤砥石で、“でっぱり”を削り(研削し)、“ざらざら”を磨く(研磨する)作業である。これらは、円盤上にある無数の砥粒が工作物を削る作業で、この過程では削る側である砥粒も脱落・摩耗し続けることが特徴である。本稿では、砥石の回転軸と垂直な断面にかかる負荷という量を新たに定義し、これを用いて Grinding 作業における砥粒の脱落を数理モデルの形で与えた。

1 はじめに

Grinding 作業は、円盤砥石に接着された砥粒が、加工物をはぎとっていく加工である。これは図 1 に示す通り、切削加工と違い、加工点が無数とていいぐらい数多く存在し、作業の進行とともに、砥粒も脱落・摩耗し続ける。この作業のロボット化への要求は古くから存在するが、これの実現のためには次のように様々な困難が伴う:

- 1) 作業によって砥粒が脱落・摩耗することにより、砥石が変形し、工作物との接触位置に関し不確定要素が生じる。また、過剰な衝撃がかかると、砥粒の破砕が顕著になる“目こぼれ現象”等を引き起こすが、これらの現象を記述する数理モデルが無い。その結果、様々な初期条件の下で、総当たりに数多くの Grinding 作業を実施し、それらの初期条件をパラメータとしたテーブルを作成する必要がある。目的の作業を行なわせたい場合、それを可能にする初期条件をテーブルから逆引きして行なわせ、これによって実行できたと推測するしかなく、この作業は極めて手間がかかり非効率的である。
- 2) 職人の場合は砥石を加工物に押しつけ、生じる“火花の様子”や“振動”等の情報を頼りに砥石を操作し、工作物を滑らかに仕上げる。しかしロボットの場合、“火花の様子”や“振動”等の情報をロボットに的確にフィードバックするのは難しく、指定した形状を削りだすよう制御することが困難。
- 3) ロボットが直接制御できるのは加圧力 F 、工作物と未接触時の砥石を動かす速度 v 等であり、どの程度の距離削るのかについては直接制御できない。

本稿では、円盤砥石の回転軸と垂直な断面にかかる負荷(略して断面負荷) a という量を新たに定義し、これを用いて Grinding 作業における砥粒の脱落を数理モデルの形で与える。この結果は上記の

¹kimihiko@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

1) を解決するための候補案となる。次稿 [2] では、加圧力 F またはそのフィードバックと、断面負荷 a との関連性等についての考察を与える。これらの考察等に基づいて Grinding 作業を的確に制御・予測することより、上記の 2) と 3) も部分的に解決される可能性が出てくる。

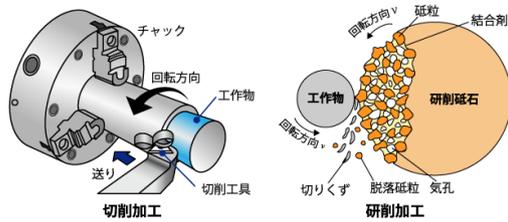


図 1: 切削加工と研削加工 (Grinding 作業) との比較 (切削イラスト提供: 三菱マテリアル)

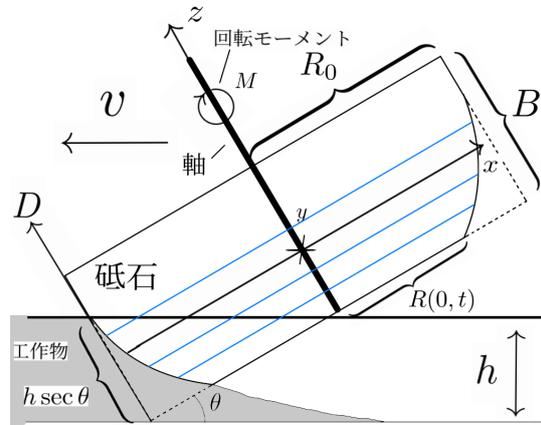


図 2: 一般的な研磨の姿勢

研磨の姿勢としては図 2 のような一般的な姿勢を考える。円盤砥石の移動速度を v 、砥石回転速さを M 、砥石初期半径を R_0 、砥石の厚さを B 、砥石と平面との角度を θ 、切り込み深さを h とする。回転軸と垂直な各断面の状況を考えるため、図 2 のように、軸方向の座標軸 D を定める ($0 \leq D \leq B$)。今後、時刻 t における座標 D の断面については、座標 (D, t) の断面と呼ぶことにする。座標 (D, t) の断面の半径を $R(D, t)$ とする。 $R(D, t)$ を変数 D, t について集めたものは、砥石の形状の変化の様子を与える。図 2 のような一般的な姿勢の場合、厚みのある円盤砥石の端で削っており、各断面の状況が一定でない。もし、座標 (D, t) の断面にかかる負荷 $a(D, t)$ を記述することができれば、これを用いて、断面 D ごとに半径 $R(D, t)$ の時刻 t に関する変化を予測することができる。その結果、砥石の複雑な形状変化を正確に記述することが可能である。

図 2 の状況で $\theta = 0, h = B$ とした場合は図 3, 4 になり、このような簡単な姿勢の場合、各断面の状況は一定で、円盤砥石は高速回転しているので、円盤砥石の消耗としては全ての面の半径が等しく小さくなっていくだけである。この場合、あえて各断面ごとに負荷 $a(D, t)$ を考える必要はないが、この状況の断面負荷 $a(D, t)$ は比較的計算しやすいので、2 節と 3 節では図 3, 4 のような簡単な姿勢について考える。4 節と 5 節では図 2 のような一般的な姿勢を考えることにする。

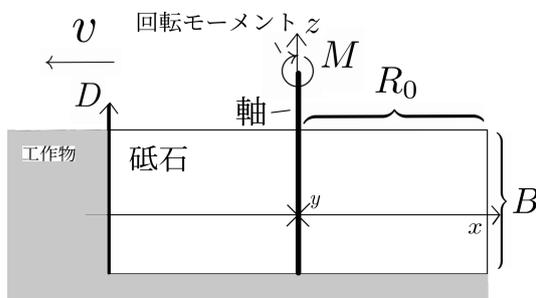


図 3: 簡単な姿勢 (横から見た場合)

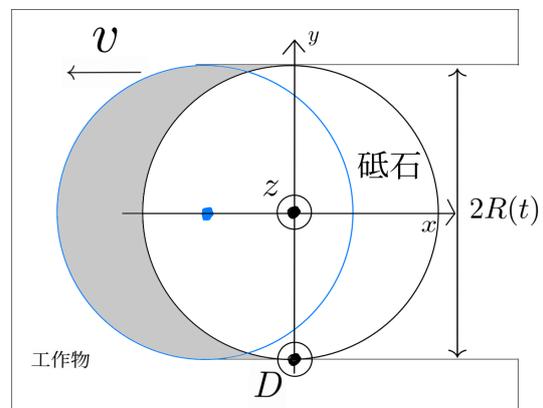


図 4: 簡単な姿勢 (上から見た場合)
砥石の半径 $R(t)$ は時刻 t に関し単調減少

断面負荷 a の着想は [1] から得た。[1] では、三次元的な設定の下、砥粒に働く力を測る指標として

「平均切りくず断面積」が挙げられているが、この概念を二次元的に各断面ごとに分解して得られる量が「断面負荷」 a である。本稿ではまず、断面負荷 a を正確に与えることを目指す。次に、断面負荷 a を用いて脱落を記述する。最後に、これらの結果を適切に、半径 $R(D, t)$ に関する微分方程式に組み込むことにより、砥粒の脱落を数理モデルの形で与える。

2 平均切りくず断面積

まずは [1] の方法に従い、図 3, 4 のような、各断面の状況が一定である簡単な姿勢で、砥粒にかかる負荷について考えてみる。この場合、平均切りくず断面積 a_m という量が、砥粒に働く力に比例すると考えられている。この姿勢は [1] で考慮された状況と微妙に異なるが、本節の議論においては支障はない。その他の設定は基本的に [1] に従う。

初期条件として、円盤砥石の移動速度を v 、砥石周速度を V 、砥石半径を R_0 、砥石の厚さを B とする。図 5 が示すように、円盤砥石の内部に、工作物の除去を担う無数の砥粒がランダムに分布され、結合剤で結合されている。便宜上砥粒の大きさは全て同じと仮定し、砥粒に関する量として、図 5 が示す通り、平均砥粒間隔を ω 、砥粒直径を d_0 とし、砥粒率 V_g を砥石全体に占める砥粒の体積百分率として定義する。砥粒に関する量の間では、[1] の式 (18) として次が成り立っている：

$$\omega = \sqrt{\frac{\pi}{6V_g}} \times d_0. \quad (1)$$

平均切りくず断面積 a_m は、一つの砥粒による切りくずの平均体積 u を、切りくず長さ (一つの切りくずを削りだす際に砥粒が描く軌跡の長さ) L' で割ることによって定義される。これらについての直感的なイメージを持たせるために、一つの砥粒による切りくずについてのかなり簡略化されたイメージを図 6 として表した。図 6 内の陰影部分の断面の面積が平均切りくず断面積 a_m である。 u は、砥石全体による単位時間当たりの除去体積 U を、単位時間に研磨に関わる砥粒の総数 N で割って得られるので、平均切りくず断面積 a_m は

$$a_m = \frac{U}{NL'} \quad (2)$$

で与えられる。

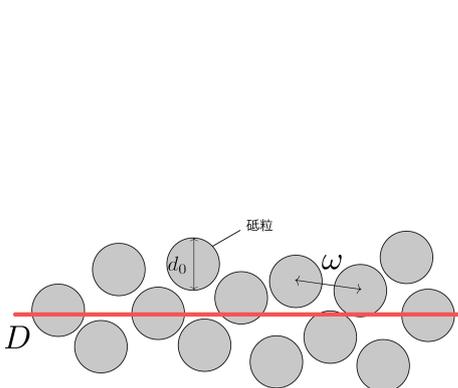


図 5: 砥石内部の砥粒分布
(とある断面 D における様子は図 8 で示した)

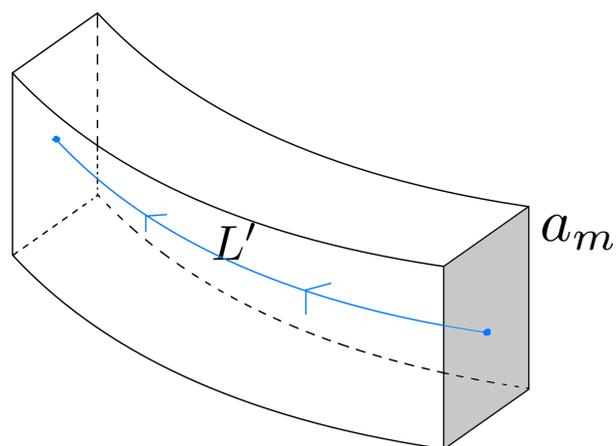


図 6: 一つの砥粒による切りくずについてのイメージ図
ここでは簡単のため砥粒を立方体とし
矢印を進行方向として動く状況を考える
図の体積が一つの砥粒による切りくずの体積 u
中央の青い線の長さが切りくず長さ L'
陰影部分の断面の面積が平均切りくず断面積 a_m

2節と3節ではまだ砥石の消耗を考慮しないので、半径 $R(t) \equiv R_0$ は一定であると考える。図3, 4からわかる通り、単位時間当たりの除去体積 U は

$$U = 2R_0Bv \tag{3}$$

である。単位時間に研磨に関わる砥石の表面積は BV より、単位時間に関与する切れ刃の総数 N は

$$N = BV/\omega^2 \tag{4}$$

である。切りくず長さ L' も初期条件によって表すことはできるが、詳細な式がすぐに必要になるわけではないので本節ではこれ以上は立ち入らない。式(1), (3)と(4)を式(2)に代入することにより、平均切りくず断面積 a_m は

$$a_m = \frac{\pi v R_0 d_0^2}{3V_g V L'} \tag{5}$$

となる。

3 断面負荷: 簡単なケース

2節の状況を引き続き考える。

本稿の主題である断面負荷 a は、2節の三次元の状況で行なわれた議論を、二次元の断面ごとに分けて議論することより得られる量である。具体的にいうと、砥石の回転軸と垂直な、とある断面において状況を考え、断面負荷 a は、一つの砥粒による切りくずの本断面による切断面の平均面積 s を、切りくず長さ L' で割ることによって定義される。これらの概念についてのかかなり簡略化されたイメージを図7として表した。図7内の赤い縦の線の長さが、陰影部分の断面における断面負荷 a に対応している。 s は、本断面による単位時間当たりの除去面積 S を、本断面において単位時間に研磨に関わる砥粒の総数 N で割って得られるので、断面負荷 a は

$$a = \frac{S}{NL'} \tag{6}$$

で与えられる。

図3では各断面の状況が一定なので、とある断面 D を固定して議論をする。図4からわかる通り、本断面による単位時間当たりの除去面積 S は

$$S = 2R_0v \tag{7}$$

である。

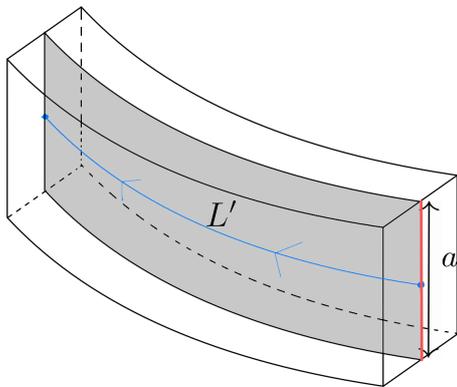


図7: 断面負荷 a についてのイメージ
図6の状況の中で、陰影部分の断面に注目
陰影部分の断面の面積が s
赤い縦の線の長さが断面負荷 a

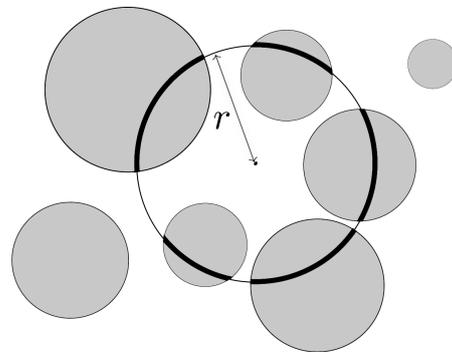


図8: 図5のとある断面 D における様子
半径 r の円周が砥粒を通過する様子を表した

砥粒に関する幾何学的な考察を行なうことにより、本断面 D において単位時間に研磨に関わる砥粒の総数 N を計算する。図 5 の三次元の空間の本断面 D による切断面を図 8 で例示した。本稿では便宜上砥粒の大きさは全て同じと仮定しているが、本断面 D が各砥粒の中心をいつも通るわけではないので、各砥粒の本断面 D による切断面の面積は一定ではないことに注意しておく。

本断面 D における砥石の円周上で、研磨に関わる部分の長さは V である。よって、本断面 D における砥石の円周上の、単位弧長の円弧が通過する砥粒の数の平均 $N'(R_0)$ が求まると、

$$N = N'(R_0)V \quad (8)$$

である。 $N'(R_0)$ は現時点では半径 R_0 に依存する可能性があることに注意しておく。また、後の節ではより一般的なケースで、砥石の半径が変化する状況を考えるので、今からより一般的に、とある r を固定し、図 8 において、任意の半径 r の円周上の、単位弧長の円弧が通過する砥粒の数の平均 $N'(r)$ について考察する。

まずは、半径 r の円周上の単位弧長の円弧が通過する砥粒の部分の「合計」弧長 $J(r)$ について考える。砥粒率 (砥石全体に占める砥粒の体積百分率) V_g は、単位弧長の円弧が通過する砥粒の部分の割合でもあることに注意すると、

$$J(r) = V_g \quad (9)$$

であることがわかる。一方、図 8 の通り、任意の半径 r の円周上の単位弧長の円弧が「一つの」砥粒を通過して得られる平均弧長を $I(r)$ として表すとすると、

$$J(r) = N'(r)I(r) \quad (10)$$

である。式 (9) と (10) より

$$N'(r) = \frac{V_g}{I(r)} \quad (11)$$

である。

$I(r)$ は微積分の計算を用いて確実に計算できる量であり、これは次の通り半径 r に依存しない:

$$I(r) = \frac{\pi d_0}{6}. \quad (12)$$

主題と離れる複雑な計算と細かい議論が必要なので、(12) の計算方法は紙数の都合上省略するが、(12) の妥当性は次のように確かめられる: $r = R_0$ とし、式 (11) と (12) を式 (8) に代入すると

$$N = \frac{6V_g V}{\pi d_0} \quad (13)$$

が得られる。式 (7) と (13) を式 (6) に代入すると、断面負荷

$$a = \frac{\pi v R_0 d_0}{3V_g V L'} \quad (14)$$

が得られる。この状況では各断面の断面負荷は一定なので、軸方向に砥粒直径 d_0 の長さ分積分したもの、つまり (14) に d_0 をかけたものは平均切りくず断面積の式 (5) と一致し、二次元に分解された情報を集めたものは、もとの三次元の情報を復元することがわかる。

4 断面負荷: 一般的なケース

本節では断面負荷に関する議論を、図9のような、各断面の状況が一定でない、一般的な研磨の姿勢において行なう。初期条件として、図9のように、円盤砥石の移動速度を v 、砥石回転速さを M 、砥石初期半径を R_0 、砥石の厚さを B とする。後で砥石の消耗を考慮するため、時刻を t とする。砥石と平面との角度 θ 、切り込み深さ h は完全に固定する (切り込み深さ h は図9のように、砥石が全く消耗されてない状態で考えた場合の深さであって、図9のように砥石が消耗した場合、実際に削れてる深さは h より小さいことに注意しておく)。回転軸と垂直な各断面の状況を考えるため、図9のように、軸方向の座標軸 D を定める ($0 \leq D \leq B$)。今後、時刻 t における座標 D の断面については、座標 (D, t) の断面と呼ぶことにする。また、後で座標 D の断面について詳しく調べるため、図9のように、座標 D の断面を基準とした xyz 軸を定める (ここにおける z 軸は前の D 軸と厳密に区別する)。前と同様、砥粒直径を d_0 、砥粒率を V_g とする。

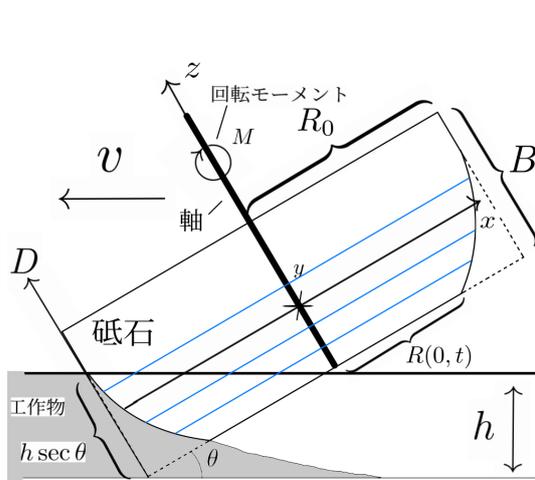


図 9: 一般的な研磨の姿勢

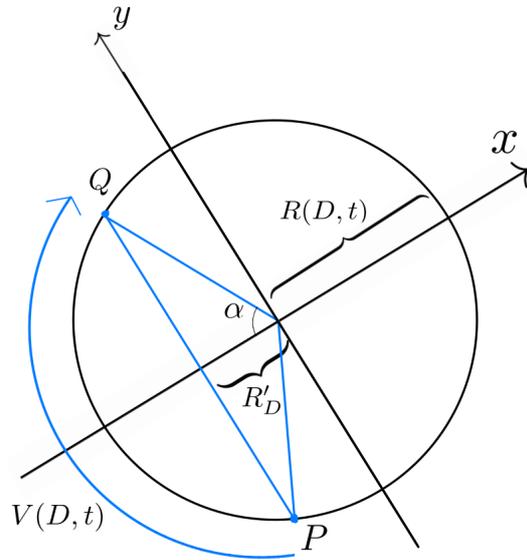


図 10: 座標 (D, t) の断面 (図 11, 12 も参照)

座標 (D, t) の断面の半径を $R(D, t)$ とする (以降の記号も同様の表記を用いる)。座標 (D, t) の断面の断面負荷 $a(D, t)$ を求めるには、(6) と同様、座標 (D, t) の断面において単位時間に研磨に関わる砥粒の総数 $N(D, t)$ 、座標 (D, t) の断面による単位時間当たりの除去面積 $S(D, t)$ 、座標 (D, t) における切りくず長さ $L'(D, t)$ を求める必要がある。座標 $(h \sec \theta \leq D \leq B)$ の断面は研磨に関与しないので、この場合 $a(D, t) = 0$ である。これ以降は座標 $(0 \leq D \leq h \sec \theta)$ の断面について考える。まずは $N(D, t)$ を求める。座標 (D, t) の断面の周速度 $V(D, t)$ は回転速さ M で与えることができる:

$$V(D, t) = 2\pi R(D, t)M. \quad (15)$$

式 (15) を (13) に代入すると、

$$N(D, t) = \frac{12V_g MR(D, t)}{d_0} \quad (16)$$

が得られる。

次に $S(D, t)$ を求める。これは図 12 の左の青い曲線 (これを $l_{D,t}^*$ と呼ぶ) が単位時間分移動する際に生じる面の面積である。曲線 $l_{D,t}^*$ は図 11 で言えば x 軸の、点 P, Q の左の部分にあたる円の外周に相当する。曲線 $l_{D,t}^*$ を、図 11 の赤い垂直な面へ射影することにより得られる曲線を $l_{D,t}$ とする (図 12 の右の青い曲線で表した)。曲線 $l_{D,t}$ の長さを $L(D, t)$ とすると、

$$S(D, t) = L(D, t)v \quad (17)$$

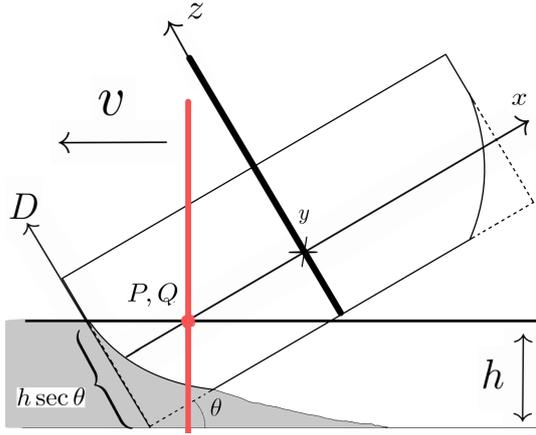


図 11: $S(D, t)$ を求めるには、赤い垂直面への射影を行なう必要がある

である。

曲線 $l_{D,t}^*$ を、変数 T による曲線の 1 変数パラメータ表示で表すことを考える (変数 T は曲線の表示を与えるパラメータであり、砥石の時刻 t とは異なることに注意)。図 10 で示す通り、座標 (D, t) の断面は円であり、

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = (R(D, t))^2 \\ z = 0 \end{cases}$$

で定まる。

記号を省略するため、

$$R'_D = R_0 - (h - D \cos \theta) \csc \theta \quad (18)$$

とする。

$\alpha(D, t)$ を

$$\alpha(D, t) = \arccos \frac{R'_D}{R(D, t)} \quad (19)$$

として定めると、曲線 $l_{D,t}^*$ は $-\alpha \leq T \leq \alpha$ 上で、

$$l_{D,t}^* : (-R(D, t) \cos T, R(D, t) \sin T, 0) \quad (20)$$

として与えられ、点 P は時刻 $T_P = -\alpha$ 、点 Q は時刻 $T_Q = \alpha$ で与えられる。

点 $(x, y, 0)$ を、図 11 の赤い垂直な面へ射影することにより得られる点は、(18) の記号を用いると

$$(x \sin^2 \theta - R'_D \cos^2 \theta, y, (x + R'_D) \sin \theta \cos \theta) \quad (21)$$

で与えられる。式 (20) を (21) に代入すると、射影変換後の曲線

$$l_{D,t} : (-R(D, t) \cos T \sin^2 \theta - R'_D \cos^2 \theta, R(D, t) \sin T, (-R(D, t) \cos T + R'_D) \sin \theta \cos \theta) \quad (22)$$

が定まる。(22) を用いて、曲線の長さ $L(D, t)$ を求めることができる:

$$\begin{aligned} L(D, t) &= \int_{-\alpha}^{\alpha} \sqrt{(R(D, t) \sin^2 \theta \sin T)^2 + (R(D, t) \cos T)^2 + (R(D, t) \sin \theta \cos \theta \sin T)^2} dT \\ &= R(D, t) \int_{-\alpha}^{\alpha} \sqrt{\sin^2 \theta \sin^2 T + \cos^2 T} dT. \end{aligned} \quad (23)$$

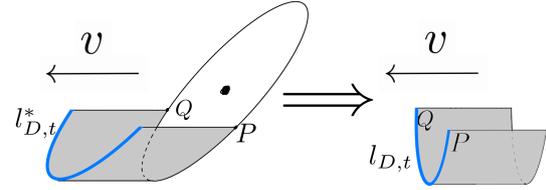


図 12: 単位時間当たりの除去面積 $S(D, t)$ についてのイメージ図
陰影部分の面積が $S(D, t)$
左半分を、図 11 の赤の断面へ
射影すると右半分になる

但し、積分範囲に現れる α は式 (19) で与えられる。式 (17) と (23) より $S(D, t)$ が求まる。最後に切りくず長さ $L'(D, t)$ を求める。これは図 13 の赤い曲線 $l'_{D,t}$ の長さである。図 12 は単位時間内で考えているのに対し、図 13 は非常に短い時間で考えているのに注意する。具体的には、曲線 $l'_{D,t}$ の変数 T に関する定義域は $-\alpha \leq T \leq \alpha$ なので、座標 (D, t) の断面の円周上の砥粒が実際に図 13 の赤い曲線を描くのにかかる、時刻 t に関する時間は $\frac{2\alpha}{2\pi} \cdot \frac{1}{M} = \frac{\alpha}{\pi M}$ 。この間の砥石の移動距離は $\frac{\alpha v}{\pi M}$ である。曲線 $l'_{D,t}$ の変数 T について考えた場合、 $b(T) = \frac{v}{2\pi M}(T + \alpha)$ とすると、 xyz 座標において、砥石の移動が寄与するベクトルは

$$(-b(T) \cos \theta, 0, b(T) \sin \theta) \quad (24)$$

で与えられる。曲線 $l'_{D,t}$ は式 (20) と (24) をベクトルとして足したものである、 $-\alpha \leq T \leq \alpha$ 上で

$$l'_{D,t} : (-R(D, t) \cos T - b(T) \cos \theta, R(D, t) \sin T, b(T) \sin \theta) \quad (25)$$

として与えられる。

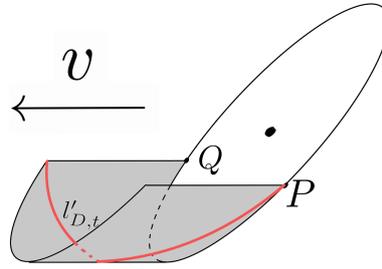


図 13: 曲線 $l'_{D,t}$ について (本操作は非常に短い時間で行なわれる)

(25) を用いて、曲線の長さ $L'(D, t)$ を求めることができる:

$$\begin{aligned} L'(D, t) &= \int_{-\alpha}^{\alpha} \sqrt{\left(R(D, t) \sin T - \frac{v}{2\pi M} \cos \theta\right)^2 + \left(R(D, t) \cos T\right)^2 + \left(\frac{v}{2\pi M} \sin \theta\right)^2} dT \\ &= \int_{-\alpha}^{\alpha} \sqrt{\left(R(D, t)\right)^2 - \frac{vR(D, t)}{\pi M} \cos \theta \sin T + \frac{v^2}{4\pi^2 M^2}} dT. \end{aligned} \quad (26)$$

但し、積分範囲に現れる α は式 (19) で与えられる。

式 (6), (16), (17), (23) と (26) より、座標 (D, t) の断面負荷 $a(D, t)$ が求まる:

$$a(D, t) = \begin{cases} \frac{d_0 v L(D, t)}{12 V_g M R(D, t) L'(D, t)} & (0 \leq D \leq h \sec \theta) \\ 0 & (h \sec \theta \leq D \leq B) \end{cases}. \quad (27)$$

5 砥粒の脱落率 $f(a)$ と、 $R(D, t)$ に関する微分方程式

断面負荷 $a(D, t)$ 等を用いれば、様々な現象を記述することが可能となる。例えば、断面負荷 $a(D, t)$ は、座標 (D, t) の断面の消耗速度と関係するはずである。座標 (D, t) の断面の断面積を $S^*(D, t)$ とする。砥石の消耗を断面 D ごとに分けて考えた場合、これは断面 D における断面積 $S^*(D, t)$ の時刻 t に関する減少に対応するので、座標 (D, t) の断面の消耗速度 $W(D, t)$ を

$$-W(D, t) = \frac{dS^*(D, t)}{dt} \quad (28)$$

として定義する。円盤砥石は高速回転しているので、図 14 の通り、座標 (D, t) の断面の時刻 t に関する変化としては円形を保ち、半径が徐々に小さくなっていくものである。 $S^*(D, t) = \pi R^2(D, t)$ であることに注意すると、式 (28) より

$$2\pi R(D, t) \cdot \frac{dR(D, t)}{dt} = -W(D, t), \quad (29)$$

であることがわかる。

前節の $S(D, t)$ は、座標 (D, t) の断面が工作物を除去する速度として考えることもできる。そこで、砥石の断面の消耗速度 $W(D, t)$ は、断面が工作物を除去する速度 $S(D, t)$ と比例し、比例係数は断面負荷 $a(D, t)$ に依存すると予想することができる。つまり、断面負荷 a を変数とする、砥粒の脱落率の関数 $f(a)$ が存在し、次の式が成り立つことを予想した:

$$W(D, t) = f(a(D, t))S(D, t). \quad (30)$$

$f(a)$ の概形の予想として描いた図 15 を参照しながら、砥粒の脱落率の関数 $f(a)$ について定性的に説明する。砥石のとある断面が同じ量の面積を除去したとする。この操作が、ある程度抑えられた断面負荷 a_0 で行なわれた場合、 $f(a_0)$ も比較的小さく、断面の消耗も抑えられる。しかし、この操作が、断面負荷 a_1 が過剰に大きく、砥粒の破砕が顕著になる“目こぼれ現象”を引き起こす状態で行なわれた場合、 $f(a_1)$ も急激に大きい値を取ることになり、断面の消耗もかなり大きくなってしまふ。

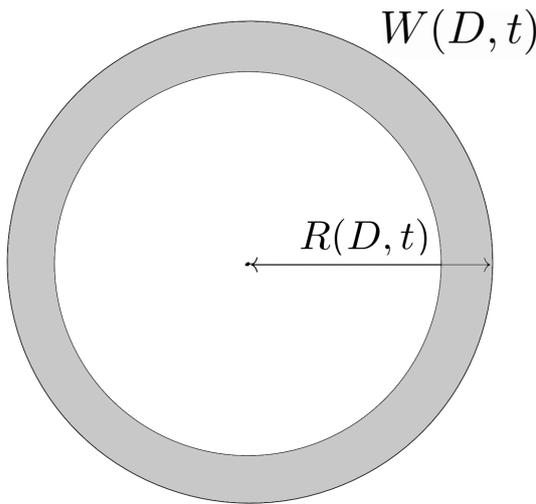


図 14: 砥石の断面の消耗についてのイメージ図
陰影部分の面積が単位時間あたりの消耗量、つまり消耗速度 $W(D, t)$

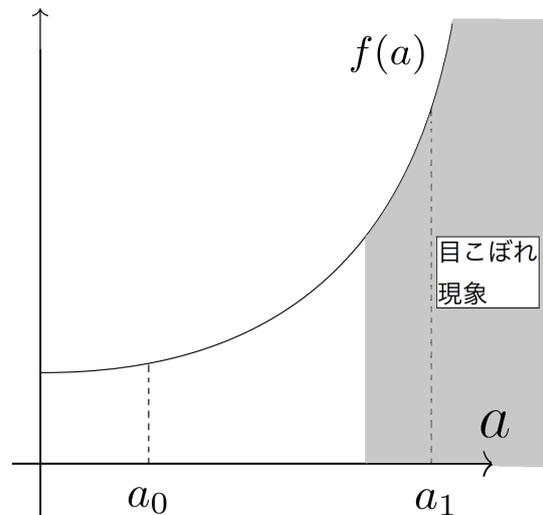


図 15: 砥粒の脱落率の関数 $f(a)$ の概形

今まで示したことを用いて、座標 (D, t) の断面の半径 $R(D, t)$ に関する微分方程式を記述することができる。式 (30) を (29) に代入すると、微分方程式

$$\begin{cases} \frac{dR(D, t)}{dt} = -\frac{f(a(D, t))S(D, t)}{2\pi R(D, t)} \\ R(D, 0) = R_0 \end{cases} \quad (31)$$

が得られる ($a(D, t)$, $S(D, t)$ 等は (17), (23), (26), (27) 等で与えた通りである)。

よって、脱落率の関数 $f(a)$ が具体的にわかれば、これを用いて消耗した砥石の形を予測できるうえ、目こぼれ現象を回避するための指標にもなる。また、砥粒が摩耗して切れ味が鈍った状況で、わざと目こぼれ現象を引き起こさせ、摩耗した砥粒を剥がすことも可能となる。脱落率の関数 $f(a)$ を求める試験法に関しては次稿 [2] で与える。

6 終わりに

5 節では純粹に数学的な議論で、砥粒の脱落を考慮した Grinding 作業の数理モデルを (31) として与えたが、このモデルが実際の研磨の状況をそのまま反映しているとは考えにくい。もっと現実に則したモデルを構成するには、例えば (30) 等をもっと精密化した形で予想を行なう必要があるが、これがもし断面負荷と関連する概念で記述することが出来た場合、本稿に近い議論でモデルを構成できる可能性がある。本稿の理論を実際の現場で応用したい場合、不明瞭な点はいくつかあるが、それらを検証する試験法等に関しては次稿 [2] で与える。

参考文献

- [1] 奥山繁樹. (2015). 若手技術者のための研削工学 (第 4 回) 研削加工の幾何学. 砥粒加工学会誌, 59(5), p278–281.
- [2] 李公彦, 佐藤知正, 高山義弘, 西田真幸, 今野北斗. (2023). 砥粒の脱落を考慮した Grinding 作業の数理モデルの構築 -断面負荷を用いて- 試験法編, 数理科学実践研究レター 2023