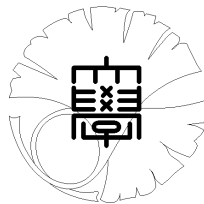


数理科学実践研究レター 2018-3 July 05, 2018

局所最適な信号制御とその大域化

by

片岡武典、松澤陽介



UNIVERSITY OF TOKYO

GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES

KOMABA, TOKYO, JAPAN

局所最適な信号制御とその大域化

片岡武典¹ (東京大学大学院数理科学研究科)

Takenori Kataoka (Graduate School of Mathematical Sciences, the University of Tokyo)

松澤陽介² (東京大学大学院数理科学研究科)

Yohsuke Matsuzawa (Graduate School of Mathematical Sciences, the University of Tokyo)

概要

本稿では道路網を車両が効率的に通過するための信号制御について論じる。そのために、車両の流入量などの与えられているデータと、信号制御の要素であるサイクル、スプリット、オフセットを変数とする関数として、遅れ時間を定式化することを目指す。まず最も基本的な状況である単一交差点の場合に遅れ時間を定式化し、その結果を拡張することで、一般の複数交差点の場合も考察する。

1 はじめに

交通量の多い道路網においていかに車両を効率よく進行させるかは社会にとって重要な問題である。本稿では効率的な信号制御の枠組みについて論じる。

信号制御の主要な要素は、サイクル、スプリット、オフセットの3つである。サイクルとはこの道路網に含まれる信号の周期のことであり、本検討では、全ての信号が同じ周期を持つと仮定した。スプリットとは各信号毎に定めるもので、一周期のうち方向別の青時間の長さもしくは比率のことである。オフセットは、基準の信号に対する他の信号の青の表示開始時刻のズレを表す。例として2つの信号がすぐ近くに隣りあっているとき、それらの信号を全く同じように制御する、すなわちスプリットを一致させオフセットを0にすると効率が良いことは容易に想像でき、実社会でもしばしば遭遇する制御方法である。

本稿での基本的な戦略は、それら3つの要素を変数として遅れ時間を定式化し、それを最小化するというものである。ここで遅れ時間というのは、それぞれの車両にとって「実際の所要時間」と「信号に全く邪魔されなかった場合の所要時間」との差のことを指す。

第2節では、オフセットを考える必要のない単一交差点の場合を考察する。そして第3節で一般の交通網の場合の定式化を試みる。

ここで本稿で考察するモデルの特徴を説明しておく。標語的に言えば本稿では理想的なモデルを考察するが、より具体的には次のとおりである。現実世界の車両の台数はもちろん離散的な量であるが、本稿では連続量であるとみなす。また歩行者が横断歩道を渡る際の待ち時間や、右折時の対向直進車の待ち時間等は無視する。さらにこの道路網はサイクルを周期として全て周期的に振る舞い、渋滞は起こらないとする。

謝辞

本研究に度々有益なコメントをくださった、日産自動車の貴志泰久氏、東京大学大学院数理科学研究科の黄欣馳氏、高橋和音氏、吉田純氏、金井雅彦氏、間瀬崇史氏、東京大学大学院理学系研究科の渡邊真隆氏、庄田宗人氏に感謝いたします。本研究は数物フロンティア・リーディング大学院 (FMSP) の助成を受けたものです。

2 単一交差点の場合

本節では道路網に交差点が一つしかない場合を考察する。簡単化のためにその交差点は十字路であるとし、さらに黄色信号の時間はないとして信号は「東西青」→「全赤」→「南北青」→「全赤」→

¹tkataoka@ms.u-tokyo.ac.jp

²myohsuke@ms.u-tokyo.ac.jp

…を繰り返すとする．第 2.1 節および第 2.2 節では一方向だけの場合を考察し，第 2.3 節ではその考察を足し合わせて交差点全体での遅れ時間を定式化する．

2.1 設定 (一方向)

まずは一つの方向，例えば西から入ってくる車両について考察する．与えられている数値は次のとおりである．

- 西からの流入量 λ 台/秒．
- 最大の流出量 (サービス) μ 台/秒．すなわち，赤信号から青信号に切り替わったときに車両は μ 台/秒の割合で交差点を発進していく．車両が交差点を通過できるように $\lambda < \mu$ と仮定する必要がある．
- 全赤時間 a 秒．
- 発進等による遅れを集めたものを b 秒とする．すなわち，現実の車両は停車及び発進の加減速に時間が必要であるから，その寄与のことである．

そして最適化すべき数値は次のとおりである．

- サイクル T 秒．
- スプリット x 秒， y 秒．信号は「東西青 x 秒」→「全赤 a 秒」→「南北青 y 秒」→「全赤 a 秒」→…を繰り返す．

明らかに $T = x + y + 2a$ でなければならない．

また上記の設定では流入量 λ は一定であるとしたが，第 3 節で複数交差点を考察する際には流入量が時刻に依存する場合も考察する必要がある．これは流入量が手前の交差点からの流出量に依って定まるからである．そこで議論の繰り返しを避けるために本節でも以降は流入量が時刻 t に依存する量 $\lambda(t)$ であるとして計算を行う (やはり $\lambda(t) < \mu$ を仮定する)．複数交差点での流入量は具体的に書くことができ，特に周期 T を持つことから，本節でも $\lambda(t)$ は T を周期に持つと仮定する．

さらに，全ての車両が一度の青信号で交差点を抜けることができるように，

$$\int_0^T \lambda(\tau) d\tau \leq \mu(x - b)$$

を課す必要がある．この条件を通過条件と呼ぼう．この式は，左辺が一サイクルで流入する車両の台数，右辺が流出できる最大の台数という意味である．平均流入量を $\bar{\lambda} = \frac{1}{T} \int_0^T \lambda(\tau) d\tau$ と定義すると，これは $\bar{\lambda}T \leq \mu(x - b)$ と同値である．

2.2 遅れ時間の定式化 (一方向)

一般性を失わず $t = 0$ で「南北青」から「全赤」に変化したとしてよい．時刻 t に交差点に進入しようとした車両の信号待ちに起因する遅れ時間を $d(t) = d(\lambda, \mu, x, y; t)$ とおくと $0 < t \leq T$ のとき

$$d(t) = \max \left\{ 0, y + 2a + b - t + \frac{1}{\mu} \int_0^t \lambda(\tau) d\tau \right\}.$$

この式の導出を行う．まず $t = +0$ (小さい正の数) のとき，交差点は赤になったばかりなのでその時刻に交差点に進入しようとした車両 (すなわち先頭車両) は $d(+0) = y + 2a + b$ 秒遅れることになる． t が少し大きくなると，その車両は信号が青になってから前の車両に続いて進行することになる．前方ですでに信号待ちしている車両は $\int_0^t \lambda(\tau) d\tau$ 台なので，先頭車両よりも $\frac{1}{\mu} \int_0^t \lambda(\tau) d\tau$

秒だけ遅れて進行する．あとは交差点に到着した時刻が先頭車両と t 秒ずれていることを合わせて $d(t) = y + 2a + b - t + \frac{1}{\mu} \int_0^t \lambda(\tau) d\tau$ が得られる．

$\lambda(t) < \mu$ と仮定していたのでこの $d(t)$ は狭義単調減少である．さらに通過条件により， $y + 2a + b - t + \frac{1}{\mu} \int_0^t \lambda(\tau) d\tau$ は $t = T - 0$ において非正である．ゆえにこの式が 0 となる時刻 $t = t_0$ がただ一つ存在する．時刻 t_0 は信号待ちの車両がいなくなった瞬間と解釈できるので， t_0 以降では遅れ時間は 0 秒となる．こうして上記の $d(t)$ の公式が得られる．

さてこの $d(t)$ を用いて一サイクルでの遅れ時間の総和は，

$$D = D(\lambda, \mu, x, y) = \int_0^T d(t) \lambda(t) dt$$

と表される．

また本節では不要だが，第 3 節で利用するために流出量についても計算しておく．簡単化のために $b = 0$ と仮定する（すなわち車両は一瞬で加減速できる）．このとき，時刻 0 から $y + 2a$ までは赤信号なので車両は流出しない．時刻 $y + 2a$ から t_0 までは最大の流出量 μ で流出する．時刻 t_0 から $T = x + y + 2a$ までは到着と同じ量 $\lambda(t)$ で流出する．

2.3 遅れ時間の定式化 (全方向)

西以外から入ってくる車両も同様に考察する．与えられている数値は次のとおりである．

- 東西南北からのそれぞれの流入量 $\lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t), \lambda_4(t)$ 台/秒．
- それぞれの最大サービス $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ 台/秒．

平均流入量 $\bar{\lambda}_i$ を第 2.1 節と同様に定める．すると最小化すべき遅れ時間の平均は，第 2.2 節の結果を用いて

$$\delta = \frac{D(\lambda_1, \mu_1, x, y) + D(\lambda_2, \mu_2, x, y) + D(\lambda_3, \mu_3, y, x) + D(\lambda_4, \mu_4, y, x)}{(\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2 + \bar{\lambda}_3 + \bar{\lambda}_4)T}.$$

ゆえにこの δ を $T = x + y + 2a$ 及び通過条件

$$\bar{\lambda}_i T \leq \mu_i(x - b), \bar{\lambda}_j T \leq \mu_j(y - b)$$

($i = 1, 2; j = 3, 4$) の下で動かして最小化すればよい．この式は $b = 0$ とすることで参考文献 [1] の定式化と一致する．

2.4 例

本節の結果の妥当性を検証するため，具体例を与える．全赤時間を $a = 5$ とし，加減速によるロス は簡単化のために $b = 0$ とする．またサイクルは最初に $T = 120$ と決めておくものとする．サービスは全方向を等しく $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = 0.5$ とする．流入量は一定で $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.2, \lambda_3 = \lambda_4 = 0.1$ とする（東西方向に南北方向よりも多くの車両が通行している）．

このとき，通過条件のもとで δ を最小にする x, y は，およそ $x = 85, y = 25$ となる．これは妥当な結果であると思われる．

3 複数交差点の場合

交差点が複数ある道路網を考察する．簡単のために東西南北に走る格子状とし，各信号は第 2 節のように赤と青を繰り返すとする．

3.1 設定

信号交差点の個数を N とし、名前を $J_1, \dots, J_N$ とおく．与えられている数値は次のとおりである．

- 系の外につながる道路での流入量たち．これは時刻 t に依らずに一定であると仮定する．
- 各経路を採用する車両数．
- 各信号 J_i 及び各方向の最大サービス (詳しくは後述)．
- 隣り合う交差点 J_i と J_j 間を移動するための所要時間 v_{ij} 秒．
- 全赤時間は全ての信号共通で a 秒．
- 発進等による遅れを集めたもの (第2節では b で表していた) は簡単のために 0 秒とする．

そして最適化すべき数値は次のとおりである．

- サイクル T 秒．
- 信号 J_i 毎のスプリット x_i, y_i 秒．
- 信号 J_i 毎のオフセット u_i ． u_i は T を法として定まるものである．また例えば $u_1 = 0$ としても一般性を失わない．

3.2 各経路に対する遅れ時間

道路網を通過する車両には多くの始点と終点があり，さらに同じ始終点に対しても複数の経路がありうる．ここでは一つの経路 R を選んだときの遅れ時間を計算する．

経路 R では交差点 J_{i_1} から J_{i_s} を通過するとする．経路 R を採用する車両の量 λ_1^R 台/秒は与えられている．第2.2節で考察したように，交差点 J_{i_1} での遅れ時間は

$$D(\lambda_1^R, \mu_1^R, x_{i_1}, y_{i_1})$$

で与えられる．ここでこの経路では交差点 J_{i_1} に東西から進入するとしていて，南北からの場合は x_{i_1} と y_{i_1} をひっくり返す必要がある．また μ_1^R は最大サービスであるが，これは交差点 J_{i_1} のみから決まるものではなく，今考えている経路 R に依るものである．というのも，交差点 J_{i_1} に進入する経路は他にも数多くあり，それらの相互関係を全て考慮するのは複雑になりすぎる．そこで本来のこの交差点での最大サービスを，車両の台数 (今の場合 λ_1^R) に比例して経路 R に分配した値を μ_1^R としている．

次に交差点 J_{i_2} について考える．第2.2節で考察したように， J_{i_1} から流出して J_{i_2} に向かう車両の量が計算できている．そこでその量を交差点間の所要時間 v_{i_1, i_2} 及びスプリット u_{i_1}, u_{i_2} でずらすことにより， J_{i_2} への流入量 $\lambda_2^R(t)$ が得られる．これで再び第2.2節の式を用いて，交差点 J_{i_2} での遅れ時間を

$$D(\lambda_2^R, \mu_2^R, x_{i_2}, y_{i_2})$$

のように求めることができる．

以下同様にして交差点 $J_{i_3}, \dots, J_{i_s}$ での遅れ時間を計算し，最終的にそれらの和を取ることでこの経路 R の遅れ時間

$$D^R = D^R((x_i)_i, (y_i)_i, (u_i)_i) = D(\lambda_1^R, \mu_1^R, x_{i_1}, y_{i_1}) + \dots + D(\lambda_s^R, \mu_s^R, x_{i_s}, y_{i_s})$$

が得られる (x と y は適切にひっくり返す)．

最後に，全ての経路に渡って平均を取ることで，最小化すべき遅れ時間は

$$\delta = \frac{\sum_R D^R((x_i)_i, (y_i)_i, (u_i)_i)}{(\sum_R \lambda_1^R) T}$$

と定式化される．制約条件は， $x_i + y_i + 2a = T$ と通過条件たちである．

4 おわりに

第2節で行った単一交差点の場合の信号制御は、第2.4節で見た通り、実際にデータが与えられれば計算が可能であり、妥当な結果が得られる。一方で複数交差点の場合の第3節の定式化は精密だが、流入量 λ_*^R たちの具体的な計算があまりにも煩雑なため解析するのは現実的ではない。そこである程度精密性を犠牲にして適切な近似を行うべきであろう。例えばまず各交差点で第2節で導入した方法によりスプリットを決定し、そのあとで大域的な相互作用を汲み入れてオフセットを決定するという二段構えの方策が考えられる。この方針での研究はこれからの課題である。

参考文献

- [1] 李明哲, 張玉超, 交差点における交通信号の最適サイクル長と切り替え時間へのアプローチ, 日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌, Vol. 58, pp. 148–165, 2015.