

氏名：戸田幸伸 (IPMU)

分野名：代数幾何

キーワード：導来圏と三角圏、安定性条件、ミラー対称性、双有理幾何、非可換代数幾何、Donaldson-Thomas 不変量。

現在の研究概要：

代数多様体上の接続層の導来圏とは、元々は層係数コホモロジーの双対性 (Serre 双対性) を一般化するために導入された概念で、その起源は純数学的です。ところが Kontsevich が 1994 年にホモロジカルミラー対称性を提唱して以降、接続層の導来圏は単なる技術的な道具としてだけではなく、超弦理論における空間を記述するのに本質的な概念であると認識されるようになりました。更に超弦理論からのアイデアに基づいて、様々な数学の分野間 (表現論、シンプレクティック幾何、双有理幾何等) の興味深い対称性が導来圏を用いて記述されるようになりました。

私自身は、これらの対称性を通じて従来までの代数幾何に応用を見出すことに興味を持って研究してきました。近年は導来圏の安定性条件から、安定対象の「数え上げ不変量」(一般化 Donaldson-Thomas 不変量) の理論を構築し、これらが安定性を変えた時にどの様に振る舞うか研究しています。これと導来圏による対称性を用いることで、例えば双有理同値な 3 次元カラビーヤウ多様体上の曲線の数え上げ理論を比較することが可能になりました。また、Donaldson-Thomas 不変量の生成関数が有理関数の展開であるという予想 (Maulik-Nekrasov-Okounkov-Pandharipande らによる有理性予想) の解決に応用があることも発見しました。

その一方、導来圏及びその上の安定性条件の理論は未だ未発達分野です。導来圏をベースとした幾何学や極小モデル理論のアナロジーを構築すること、また安定性条件の空間上の興味深い構造 (保型形式やフロベニウス構造等) を構築していくこと等も今後の課題です。

学生への要望：

まずは、学部時代に学ぶ基礎事項を全般に渡ってしっかりと身につけて下さい。その上で、代数幾何の基本事項をマスターしていたら更に望ましいです。Hartshorne の「Algebraic Geometry」が標準的な教科書です。その後は、幅広い知識を吸収することも大切ですが、自分にとって核となる研究課題を見つけ、それについて深く考え抜く能力を身に付けることが大切だと思います。そのためには、普段から自分で手を動かして問題を考える習慣を身に付けて下さい。