

1次元確率的相互作用系の数理

笹本 智弘

概要

外界と物質やエネルギーのやりとりをすることにより巨視的な流れが存在する非平衡系は、多様な興味深い現象を示すが、その解析は一般に難しい。定式化にも色々あるが、その一つは系の時間発展を確率過程として表すものである。一般に系の構成要素の間には相互作用があり、確率的相互作用系と呼ばれる。これまで既に過程の構成や基本性質以外にも、流体力学極限や大偏差の性質など、多くの研究の積み重ねがあるが、揺らぎの時間に依存する性質の解析などは難しい問題であり、あまり進んでいない。

しかし、1次元のいくつかの特別な確率的相互作用系に対しては、可積分系に関する代数的な構造が存在し、それをを用いることで系の詳細な性質を調べることが可能となっている。特に非対称排他過程 (ASEP) と呼ばれる系は、10年前にランダム行列理論との関係が見出されから、その研究は大きく進展している。これらの系は KPZ スケーリングと呼ばれる特徴的な揺らぎの性質を示すが、2010年にはその揺らぎの性質が液晶対流で明確に確認されるなど、現実の系との対応も見出された。

本講義では、1次元の確率的相互作用系、特に ASEP の性質について詳しく述べる。まず初日後半にモデルの定式化を行った後、2日目は KPZ スケーリングについて述べる。その後ランダム行列理論について解説した後、それをを用いて非対称排他過程のカレントの揺らぎを調べる方法について説明する。最終日は最近の進展である KPZ 方程式の解析について述べる予定である。

1. 講義の概略の説明, 定式化
2. 界面成長・KPZ スケーリング, ランダム行列理論 I
3. ランダム行列理論 II
4. カレント揺らぎ
5. KPZ 方程式