氏名： 松本久義

分野名： リー群, リー環, 表現論

キーワード： 半単純リー群, Whittaker model, ユニタリ表現, generalized Verma module

現在の研究概要

私の専門は半単純リー群あるいはリー環の表現論です. 私は表現論に関することならたいていのことには興味はありますが, 具体的に現在主にやっていることは以下のようなことです.

(1) より小さな群の表現から大きな群の表現を構成する表現の誘導という基本的な構成がありますが, 半単純リー群においては特に放物型部分群からの誘導表現が重要な役割をはたします. その中で一次元表現からの誘導表現は退化系列と言われますが構造などまだ特別な場合しか分かっていません. この場合特に興味深いのは対応する複素化された一般旗多様体の幾何と退化系列の構造に関連があることでそこいらをきちんと理解したいところです.

(2) 保型形式のフーリエ展開は 基本的な概念ですがその表現論的な記述は Whittaker model というものになります. 特に無限素点では, 半単純 (あるいは簡約) リー群の話になります. どのような既約表現が (一般化された)Whittaker model をもつかというのは基本的な問題ですが,wave front set とか 随伴多様体のような表現の幾何的な不変量との関連が分かってきています.

(3) 一般化された旗多様体という重要な等質空間の族がありますが、これは球面上の coformal geometry を特別な場合とする自然な幾何的な構造を持ちます。そのような幾何 (parabolic geometry) における微分不変式を求める問題は一般化された Verma 加群と言われる半単純 Lie 環の無限次元加群の間の準同型を求めることと同等になります。(退化していない)Verma 加群の間の準同型を分類することは、Bernstein-Gelfand-Gelfand によって 1970 年前後に解決されましたが一般的には未解決です。私は極大放物型部分環の一次元表現からの誘導表現になっている場合に分類を行いました。

学生への要望

「学生への要望」というのは違和感があります. わかっているとは思いますが念の為書くと, 学校というのは皆さんが自分自身のために勉強したり研究したりするところですね. 私が答えることができるかどうかは別として, 要望を出すとしたら私ではなくて学生の方です. 以下「要望」ではなくてアドバイスを書きます.

表現論に関しては, 複素半単純リー環の基礎 (ルート系, ワイル群, 極大ウエイトなど) および コンパクトリー群の表現論 (Peter-Weyl の定理, Weyl の指標公式など) が基本的な予備知識です. 現実問題としてこういったことを知ってないと大抵の文献は読めませんし, 表現論の多くの理論はこう言った古典的な理論をお手本としています. これは私の専門の半単純リー群の表現論に限らず, 量子群とか Kac-Moody Lie algebra など大抵の表現論の分野についてもあてはまります. それから, 一般論だけでなくて古典群の場合に具体的にどうなっているのか理解することも重要です.

半単純リー群の表現論の準備として上のような予備知識を一冊の本で仕入れるなら A.W.Knapp, Lie Groups, Beyond an Introduction がよいでしょう. 古典群の場合の具体的な話に力をいれているのは, R.Goodman and N.R.Wallach, Representations and invariants of the classical groups, 複素半単純リー環の基礎をとにかく勉強したければ, J.E.Humphreys, Introduction to Lie algebras and Representation theory があります.

表現論はいろいろな分野と密接な関係があり研究する手法も多様ですから, 全てを学ぼうとすると数学のほとんど全分野についての知識が必要になります. というわけで知っていた方がいいというのは挙げ出すときりがないのですが, 表現論は「表現」という対象を調べる問題本位の数学ともいえます. 代数が得意なら代数的なアプローチで, 解析が好きなら解析的なやり方で, 幾何に興味があるなら幾何学との関連をというように, 自分の得意なやりかたで取り組むことができます.