氏名：本多 正平（ほんだ しょうへい）

分野名：微分幾何

キーワード：グロモフ・ハウスドルフ収束，測度距離空間，多様体の収束，リッチ曲率

現在の研究概要：リーマン多様体のグロモフ・ハウスドルフ極限と呼ばれる空間を調べています．その研究はリーマン多様体の収束・崩壊理論とも呼ばれ，多様体の社会学と呼ぶ方もいます．粗くいってしまいますと，まず多様体を点だと思って，その点の極めて弱い位相での動きを調べる分野です．この理論のよくある宣伝として，ポアンカレ予想の解決や，ケーラー・アインシュタイン計量の存在問題の解決がその応用としてあることが紹介されます．しかしそれだけではなく，確率論や代数幾何や複素幾何など，他の分野との深い交わりが近年どんどん見えてきていて，いろんな数学者と（数学的な）コンタクトが取れるようになってきた分野です．

もう少し数学的に掘り下げた説明をしたいと思います．適当なリーマン多様体列のグロモフ・ハウスドルフ極限を X と書くことにします．これは単に距離空間です．そのリーマン多様体列に何も仮定を課さないと，X としてなんでもありすぎな距離空間がでてきてしまいますので，通常は曲率のコントロールを仮定します．私の場合はリッチ曲率を適当にコントロールします．アインシュタイン多様体ならもちろん OK です．そのような状況だとして，この X をどのように調べるのでしょうか．現在あるアプローチは，X に極限測度と呼ばれる測度を入れて幾何学的測度論を展開するものです．このアプローチは成功しています．例えば，良い点と呼ばれるものが X にどれくらいあるのか，という自然な問いを考えてみます．その答えは，稠密に良い点である，となるのですが，これはその極限測度を使って良い点全体が正測度を持つことを示して達成されます．なお，その測度を使わずに，より弱く，正則点が一つでも存在することの(純粋に幾何的な)証明はあってもよいはずですが，それは見つかっていません．これは解析的道具を使って幾何的な結果を導く手法の強さを表している一例ですが，そのような手法を使う分野を Geometric Analysis(幾何解析)といい，世界的に大きな一分野をなしています．本研究テーマもそれに入ります．

次に，X に曲率が定義できるか，という自然な問いを考えてみます．この問いは強い意味では答えはノーですが，弱い意味ではイエスとなります．この弱い意味での答えを実現する際に，最適輸送理論との強い関係が見えて，多様体の極限だけではない，もっと一般の測度距離空間のリッチ曲率の理論がここ 20 年くらいで爆発的に進展しました．

私は上で紹介したテーマの概ね全てに取り組んでいます．特にそのモジュライを(族の)関数解析的な手法で調べています．そのもうすこし踏み込んだ説明は，例えば東大数理のビデオアーカイブで私の講演が公開されておりますのでご覧になっていただけますと幸いです．また朝倉書店から「多様体の収束」という本が出版されましたので，もっともっと詳しい内容にご興味を持たれた方はそちらもご覧になっていただけましたら幸いです．

学生への要望：数学への情熱と真摯さを両方持つこと．