氏名　伊藤健一

分野名　微分方程式，関数解析・実解析

キーワード　線形 Schrödinger 方程式，スペクトル理論，散乱理論，超局所解析学，多様体上の解析

現在の研究概要　● 線形 Schrödinger 方程式の数学的研究を行っている．特に，非コンパクト多様体や無限離散グラフの上で方程式を考えたときに，空間の幾何的性質が方程式の解析的性質にどのように影響するかに興味を持っている．これまでの研究により，例えば，漸近的 Euclid 型エンドや漸近的双曲型エンドなど，遠方である種の一様な構造を持つ多様体上では，エンドの放射曲率がポテンシャルに相当する振る舞いをすることが分かってきた．これにより，Euclid 空間上でのスペクトル・散乱理論の手法が，適当な修正の下，自然に多様体上に持ち上がることが分かった．また最近では，多様体上で開発された手法を N 体問題に応用するなど，多様体上の解析から Euclid 空間上の解析へのフィードバックも得られている．一方で，多様体の有界部分に関する幾何的情報がどのような形で解析的結果に現れるかといった，まだよく分かっていない問題も残っており，解決への新たなアイデアが待ち望まれている．

● Schrödinger 方程式の研究には，対応する古典力学系の理解が不可欠であり，量子系と古典系の間の言葉の翻訳や現象の解釈に関数解析や超局所解析の本質が応用される．Schrödinger 作用素の面白さと難しさはまさにここにあると言ってもいいだろう．このような「古典軌道を見る」という手法は，一般の線形偏微分方程式の可解性の研究でも本質的な役割を演じており，極めて一般性・汎用性の高い手法である．特定の型の偏微分方程式について深く理解すると，そこで培った視点が他の型の偏微分方程式にも応用できる，という点もまた偏微分方程式の面白さの一つである．

学生への要望　上述の内容から幾何解析に近い印象を持たれるかもしれないが，手法の基本となるのは解析である．まずは学部の解析系の講義，より具体的には，Lebesgue 積分，Fourier 解析，関数解析，Schwartz 超関数についてよく理解していることが望まれる．さらに，古典力学および量子力学周辺の基本事項を知っていれば，様々な研究結果を物理的視点から解釈あるいは予測でき，研究をより楽しむことができるだろう．微分幾何は必須ではなく，多様体上の解析に興味がある場合に，大学院に進学してから修得すれば十分である．基礎さえできていれば，この分野で要求される知識はそれほど多くはなく，重要なのは適切な視点とちょっとしたアイデア，そしてそれを実行する確実な計算力である，と私は考えている．そういった意味で，意欲さえあるのであれば，解析以外の背景を持つ人も歓迎する．