

氏名

ベズ ニール

分野名

関数解析・実解析

キーワード

フーリエ制限予想, 掛谷予想, 幾何学的不等式

現在の研究概要

現代のユークリッド調和解析の中心にあるのは、フーリエ制限予想があります。この予想は、1960年代後半にElias Stein氏の重要な洞察から生まれたものです。大まかに言えば、特定の零集合 $S \subset \mathbb{R}^n$ ($n \geq 2$) と指数 p に対して $f \in L^p(\mathbb{R}^n)$ のフーリエ変換を S に制限することに意味を与えることができるというものです。

フーリエ制限予想は、数学の様々な分野と深いつながりがあります。例えば、幾何学的測度論における掛谷予想との関連が挙げられます。 $K \subset \mathbb{R}^n$ が掛谷集合であるとは、あらゆる方向の単位線分を含むものです。奇妙なことに、1920年にAbram Besicovitch氏はルベグ測度が0の掛谷集合が構成できることを示しました。この驚くべき現象にもかかわらず、掛谷集合はある意味で「大きい」はずですが、掛谷予想は、 \mathbb{R}^n の任意の掛谷集合のフラクタル次元が n に一致する（つまり、可能な限り大きい）という主張です。注目すべきことに、フーリエ制限予想が正しい場合、掛谷予想も必ず正しいことが知られています。

両方の予想の多重線形バージョンが定式化されており、特にBennett–Carbery–Taoの論文 (Acta Math. 2006) はこの研究分野に大きな影響を与えています。多重線形掛谷不等式はBrascamp–Lieb (BL)不等式のある種の「摂動」として解釈することができます。BL不等式は、Youngの畳み込み不等式やLoomis–Whitney不等式の一般化と見なすことができます、広範な影響力を持つ幾何学的不等式です。フーリエ制限予想・掛谷予想の最近の進展に重要な役割を果たすことに加えて、凸幾何学、情報理論、最適化理論、理論計算機科学など、他の多分野と豊富なつながりがあります。

これまでの研究では、主に上記の内容とある意味で繋がりのあるテーマを扱ってきました。最近では、その中でもBL不等式に関連する様々な問題に強い興味を持ち、取り組んでいます。

学生への要望

関数解析、測度論、フーリエ解析などの科目を楽しみ、かつ十分に習熟された方なら、私の研究に関連する問題にもスムーズに取り組むことができるでしょう。