

氏名：酒井 拓史

分野名：数学基礎論

キーワード：公理的集合論，巨大基数，強制法，無限組み合わせ論

現在の研究概要：

私は数学基礎論の一分野である公理的集合論の研究をしています。数学のほとんどの概念は集合を用いて表すことができ、集合論の公理系 ZFC（ツェルメロ＝フレンケルの公理系 ZF および選択公理）は、数学をほぼすべて展開できる包括的な公理系になっています。一方で、連続体仮説をはじめ、無限に関わる様々な数学的命題が ZFC からは証明も反証もできないことが、Cohen の強制法によって明らかになっています。現代の公理的集合論では、ZF および ZFC にどのような公理を追加した公理系で、どのような命題が証明できるかが研究されています。

私は特に、ZFC に巨大基数公理や強制法公理と呼ばれる公理を加えた公理系で、連続体仮説などの基数算術についての命題や、無限組み合わせ論の命題について、どのようなものが証明できるようになるかに興味を持って研究をしています。

学生への要望：

数学基礎論は数学の論理や証明可能性を、数学的な手法によって分析する分野です。まずは学部で学習する数学をしっかり身につけてください。

数学基礎論は公理的集合論・証明論・モデル理論・計算論・非古典論理などの分野に分かれますが、いずれを専攻するにしても、命題論理や述語論理の基本事項や、述語論理の完全性定理、自然数論の不完全性定理は知っておく必要があります。これらは次のような数学基礎論の教科書で学習できます。

H. Enderton, “A Mathematical Introduction to Logic, 2nd edition”, Academic Press.

D. van Dalen, “Logic and Structure, 5th edition”, Springer.

H. Ebbinghaus et al., “Mathematical Logic, 3rd edition”, Springer.

また、次の文献では数学基礎論の基本事項から各分野の発展的な内容までを総合的に解説されており、数学基礎論の全体像を知るのに良い文献です。

新井敏康「数学基礎論 増補版」東京大学出版会。

数学基礎論には数学の形式化やその表現などで独特の難しい部分があり、独学では行き詰まることもあるかもしれません。数学基礎論を専攻する場合は、なるべく早く専門家に相談することを勧めます。