

氏 名：宮本 安人

分野名：微分方程式

キーワード：偏微分方程式，楕円型・放物型方程式，分岐理論，解の定性的理論

現在の研究概要：

自然科学や社会科学に現れる多くの現象は，微分方程式を用いて記述されます．微分方程式には，独立変数が1つの未知関数 $u(x)$ を扱う常微分方程式と， $u(x, y)$ や $u(t, x, y, z)$ など2つ以上場合の偏微分方程式があります．主に取り扱うものは偏微分方程式ですが，この2つは独立ではありません．常微分方程式の手法でなければ偏微分方程式の解の深い性質に切り込めないことが多々あり，逆に，偏微分方程式からの要請で常微分方程式の新たな研究対象が現れたりなど，互いに影響を与えながら発展してきたと言ってよいと思います．

私は，偏微分方程式の中でも，楕円型と放物型と呼ばれる非線形方程式を研究対象にしています．放物型方程式とは，拡散現象を記述する時間発展方程式で，熱や化学物質の拡散といった古典的な問題から，生物の形態形成や，雪や金属表面の結晶の成長など近年注目されている問題までさまざまな分野で現れます．楕円型方程式とは，それらの定常問題として現れる方程式です．現在は楕円型・放物型の両方に同程度の比重を置いています．

楕円型方程式の解析手法としては関数解析や変分法などの一般論を用いた手法があります．放物型方程式は，比較定理， L^p - L^q 型評価，不動点定理などがあります．関数解析などの一般論を用いた方法と，方程式の特徴を用いた個別的方法のどちらにも興味があります．今までに扱ったテーマは次の通りです：

- (1) 優臨界増大度を持つ楕円型偏微分方程式の球対称解の分岐構造
- (2) エネルギーを持つ劣臨界楕円型方程式の minimizer の存在・非存在
- (3) 優臨界楕円型方程式の特異解
- (4) 一般的な非線形楕円型偏微分方程式の解構造（分岐図式）
- (5) ノイマン第2固有関数の形状と線形・非線形ホットスポット予想
- (6) 放物型方程式の可解性，解が存在するための最適な可積分性
- (7) 放物型方程式系の安定定常解とその形状の関係の解明
- (8) 放物型方程式（系）のグローバルアトラクターの定性的性質

学生への要望：

必要な予備知識としては，常微分方程式の基礎理論，関数解析（バナッハ空間，ヒルベルト空間，コンパクト作用素の一般論，ソボレフの埋め込み定理）などです．非線形解析の基礎（フレッシュ微分，不動点定理，陰関数定理）を身につけていることが強く推奨されますが，なくても修士1年の夏学期までには終わらせ，かつ，具体的な問題に適用できるなど自由に使いこなせなくてはなりません．

何の成果も出ない時間が長かったとしても，新しい領域の開拓に果敢に挑戦し続ける気概が重要です．さらに，本に書いてあることや人に聞いたことなどを鵜呑みにせず，自分で（時間の許す限り）確認する習慣が，やがて大きな力となるでしょう．