

氏名：会田 茂樹

分野名：確率・統計

キーワード：確率微分方程式、ラフパス、マリアバン解析、ループ空間、対数ソボレフ不等式、スペクトルギャップ

現在の研究概要：リーマン多様体上の連続曲線の空間や、ループ空間上にはブラウン運動の確率測度など“自然”な測度が存在します。この測度に基づく解析を展開し、無限次元空間でのホッジ・小平型の定理が確立できないかという問題意識はマリアバン解析の出現以前、ウィナー空間上の解析学が展開され始めた時からありました。このような定理が成立するのかどうかは、未だにわかりませんが、この問題をよく理解したいという視点からいくつかの研究を行って来ました。例えば、ループ空間で自然に定まるディリクレ形式の生成作用素や場の量子論に現れるハミルトニアン(例えば、構成的場の量子論の空間切断の入った $P(\phi)$ 型のハミルトニアン)などは無限次元空間上の2階偏微分作用素やシュレディンガー作用素となりますが、そのスペクトルの性質や準古典極限などの漸近挙動の研究はその一例です。これらの研究では、有限次元空間上のソボレフの不等式に代わり、次元に依存しない不等式、例えば対数ソボレフ不等式などが有効な道具になります。この関係で、関数不等式の研究にも関心を持っています。また、確率微分方程式の解は典型的な無限次元空間上の汎関数で、上記のループ空間上の解析でも重要な役割を果たしますが、1990年代中頃から現れた Terry Lyons によるラフパス解析により、解の構造がよりよく理解できるようになりました。このラフパス解析やラフパスで駆動される微分方程式も研究対象の一つです。さらに、確率微分方程式の解の近似の研究は、応用上も重要ですが、この研究も行っています。

学生への要望：マルチンゲールなど基礎的な確率論の知識は何を研究するにも必要です。確率微分方程式に関係した問題か、関数解析的な問題か、幾何的な知識を要する問題を研究するかなど研究課題に応じて予備知識が違うので、ある程度早く自分の関心のある内容をはっきりさせた方がよいでしょう。セミナーで聞いたことや自分で文献を見て素朴に抱いた疑問(すぐに思いつくのではなく、話を別の機会に思い出しているときに思いつくことが多い)が論文の種になります。小さな物でも素朴な疑問は大事にして下さい。最後に過去の指導学生の修士論文の題目をいくつか書いておきます：

1. 2次の Wiener 汎関数の分布の裾の減少の速さについて
2. 半空間における反射壁確率微分方程式に対する Wong-Zakai 近似の収束の速さ
3. 非リプシッツ係数を持つ確率微分方程式の解の道ごとの一意性について
4. Analysis of the total claim of amount
5. On estimates of heat kernels on Riemannian manifolds with pole