

科目：数理学特別講義 XII

日時：2019年11月18日（月）～22日（金）15時～17時

場所：東京大学駒場キャンパス 数理学研究科棟 123講義室

GL_2/\mathbb{Q} の p 進 LANGLANDS 対応と岩澤予想

講師：中村 健太郎（佐賀大学）

授業の概要

1990年代に、加藤和也氏は Bloch-加藤の玉河数予想および岩澤予想を包含する一般化岩澤予想 [1] と呼ばれる予想を定式化しました。岩澤予想では、円単数や加藤のゼータ元 [2] などのゼータ関数の代数的な対応物の存在が非常に重要な役割を果たしますが、一般化岩澤予想では、このようなゼータ元が全ての（大域）ガロア表現の族に対しても存在することが予想されています。一方、局所 Langlands 対応の p 進版である p 進局所 Langlands 対応の存在が Breuil により 2000年代に提唱されましたが、 $GL_2(\mathbb{Q}_p)$ の場合は Colmez によって対応が構成され、さらには Emerton, Kisin により階数 2 のガロア表現の保型性 (Fontaine-Mazur 予想) の問題へ応用されました。

本講義では、 p 進 Langlands 対応の別方向への応用として、一般化岩澤予想への応用について解説します。特に、 p 進（大域）Langlands 対応の幾何的实现に関する Emerton の理論 [3] を用いて、階数 2 の普遍変形に対するゼータ元を構成する方法について解説します。構成においては、Colmez, Emerton の理論以外にも、 p 進 Langlands 対応に関する様々な結果 ([4], [5], [6] など) が重要な役割を果たします。本講義では、これらの結果の紹介と、ゼータ元の構成において果たす役割についても解説する予定です。

講義予定

1. 一般化岩澤予想
2. モジュラー曲線の完備ホモロジー： p 進 Langlands 対応の幾何的实现
3. 完備ホモロジーのガロアコホモロジー
4. 完備ホモロジーに対するゼータ元の構成
5. 普遍ガロア変形に対するゼータ元の構成

参考文献

1. K. Kato, Lectures on the approach to Iwasawa theory for Hasse-Weil L -functions via B_{dR} , Lecture Notes in Mathematics 1553, Springer-Verlag, Berlin, (1993), 50-163.
2. K. Kato, p -adic Hodge theory and values of zeta functions of modular forms, Astérisque (2004), no. 295, ix, 117-290, Cohomologies p -adiques et applications arithmétiques. III.
3. M. Emerton, Local-global compatibility in the p -adic Langlands programme for GL_2/\mathbb{Q} , (2011), preprint in his homepage.
4. M. Emerton, D. Helm, The local Langlands correspondence for GL_n in families, Ann. Sci. Ec. Norm. Super. (4) 47(4) (2014), 655-722.
5. V. Paskunas, The image of Colmez's Montreal functor, Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci. 118 (2013), 1-191.
6. V. Paskunas, On the Breuil-Mézard conjecture, Duke Math. J. 164 (2015), no. 2, 297-359.

成績評価：出席と授業中に提示する問題に関するレポートで成績を評価します。