

氏名：戸田幸伸 (IPMU)

分野名：代数幾何

キーワード：接続層の導来圏、Bridgeland 安定性条件、3次元カラビヤウ多様体、Donaldson-Thomas 不変量、Gopakumar-Vafa 不変量、導来代数幾何

現在の研究概要：代数多様体（特に3次元カラビヤウ多様体）上の接続層の導来圏、及びその安定対象を数え上げる Donaldson-Thomas (DT) 不変量の研究が一貫した研究テーマです。接続層の導来圏の理論は Kontsevich による圏論的ミラー対称性の影響を受けて、様々な数学（及び物理）理論（双有理幾何学、表現論、シンプレクティック幾何学、D-ブレーン等）を結びつける数学的对象として大きく進展しています。これまでの研究の代表的なものは以下の通りです。

- ・導来圏上の Bridgeland 安定性条件の研究、特に3次元代数多様体上の安定性条件の構成問題と Bogomolov-Gieseker 型不等式予想について。
- ・導来圏の安定対象のモジュライ空間の構成、対応する DT 不変量の構成、及びそれらの壁越え公式を用いた Pandharipande-Thomas 予想の証明など。
- ・Gopakumar-Vafa 不変量の消滅サイクル層による定義の提唱、及び導来圏の対象を数える Pandharipande-Thomas 不変量との関係について。

他にも、非可換変形理論、4次元カラビヤウ多様体上の DT 理論などについても研究してきました。最近では DT 変量を圏論化する「圏論的 DT 理論」を構築することを目標としています。その際、高次圏論に基づいた導来代数幾何学を必要に応じて使用します。局所代数曲面の場合には様々な基礎理論が完成しつつあり応用も得られていますが、一般の3次元カラビヤウ多様体の場合には定義すら与えられていません。これまでの研究で得られた DT 不変量の壁越え公式を圏化することで、3次元カラビヤウ多様体上の DT 理論の壁越えと双有理幾何学、接続層の導来圏、Hall 代数の表現論等を結びつける新たな数学を展開できると考えています。

学生への要望：Hartshorne の「Algebraic Geometry」など、代数幾何学の基礎知識は大学院入学までに身につけておいて欲しいです。定理を理解することも大切ですが、具体例で計算に慣れ親しんでおくと研究する際に有用です。代数幾何学の基礎知識を押さえたら、著書「接続層の導来圏と代数幾何学」の章の中から興味あるテーマを選んで、関連する論文と合わせて深く勉強してみると良いと思います。また代数幾何学以外にも微分幾何学や代数群の表現論の勉強もしておくと良いと思います。

私の所属するカブリ IPMU では学生向けの講義がありませんので、修士課程の間は駒場を本拠地としていただいて、週に一度程度セミナーを IPMU またはオンラインで行います。博士課程以降は IPMU を本拠地とすることを推奨しています。