ゆらぐ環境下での微小物体の遊泳

自己紹介

名前　蛭田　佳樹 (HIRUTA Yoshiki)
所属・身分　明治大学先端数理科学インスティテュート 博士研究員
専門　流体力学、非線形非平衡科学

研究の動機・要約

- 水や空気 (流体) 中の飛行・遊泳は、生物学・工学・医学の重要課題
- 遊泳は、物体変形と流体運動の連成系である
- 微生物などの微小物体の遊泳では、慣性がないため強力な力学的制約
- 往復運動 (膝を曲げないバタ足など) では遊泳できないことが知られている
- ゆらぐ環境下で、力学的性質がどのように補正されるか?
- 流体力学と矛盾しない模型を解析した (流体を考えるのは大変なので)

微小物体遊泳の問題設定

微小物体遊泳の基礎方程式 (真面目に考えたい人向け)

性質 (要請)1:遊泳は流体と微小物体との連成系である

- $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t)$:流体運動
- $\boldsymbol{X}(t)$:物体重心
- $\Omega(t)$:物体の形
- $\sigma(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{X}, \Omega)$:物体・流体間の応力

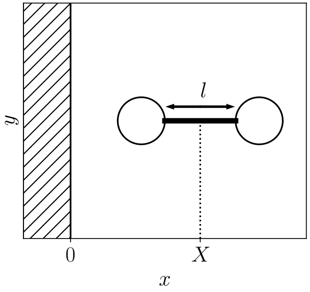
性質 (要請)2:微小物体に対し慣性質量が無視できる

$$F = \int_{\partial\Omega} d\boldsymbol{x} \cdot \sigma = 0 \tag{1}$$

ニュートンの運動方程式的に、物体にかかる力 $F = ma = 0$ という要請

問題設定	$\Omega(t)$ を与え、流体方程式と式 (1) とを満たす $\boldsymbol{X}(t)$ を求める
既知の性質	流体方程式の対称性と線形性から、非常に強力な力学的制約
"帆立貝定理"	往復運動では、一周期で重心の変位 0

流体力学と矛盾しない単純模型:一次元二球模型



微小物体の往復運動

$$\frac{dX}{dt} = \gamma(X, l)\frac{dl}{dt} + s(t) \qquad (2)$$

- $l(t)$:スイマーの" 形状"
- $s(t)$:ゆらぎ
- $X(t)$:重心位置

与えた $l(t)$ および $s(t)$ に対し $X(t)$ が決定。
様々な $s(t)$ の平均に対し期待値 $\langle X(t)\rangle$ が定まる。
元の流体方程式によらず式 (2) のような形で表される。

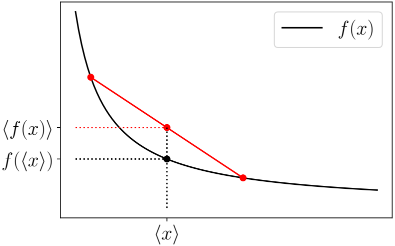
帆立貝定理の表現

$s(t) = 0$ ならば、$X(t) = \tilde{X}(l(t))$。
形状が同じ $(l(t_1) = l(t_2))$ なら同じ重心位置 $(X(t_1) = X(t_2))$。
これは、途中の動かし方によらない。

基本的アイデア:期待値の分布依存

位置の期待値 $\langle X\rangle_P$ の時間変化は統計アンサンブルに依存する

$$\frac{d\langle X\rangle_P}{dt} = \langle \gamma(X,l)\rangle_P \frac{dl}{dt} \neq \gamma(\langle X\rangle_P, l)\frac{dl}{dt}$$



Jensen's inequality

$$\langle f(X)\rangle \begin{cases} > f(\langle X\rangle) & \text{(downward convex)} \\ < f(\langle X\rangle) & \text{(upper convex)} \end{cases}$$

統計分布の広がりが有利か不利か $\Leftrightarrow$ 位置依存性の凸性

ゆらぎの効果の評価例:微小ゆらぎの場合

壁面の影響を受ける二球模型の例 ($\gamma = \frac{l}{3X^2}$)

- 動かし方:$l(t) = l_0 + l_1 \sin \pi t$ ($t \in [0, 1]$, $|l_1| \ll 1$)
- ゆらぎの性質:$\langle s(t) \rangle = 0$, $\langle s(t_1) s(t_2) \rangle = D\delta(t_1 - t_2)$
- 非ゆらぎ時の解:$X_0(t) = (l(t)^2/2 - l(0)^2/2 + X_0(0)^3)^{1/3}$

$$\langle X(t) - X_0(t) \rangle = \frac{D l_1 l_0}{2\pi X_0(0)^4} (\pi t \sin(\pi t) + \cos(\pi t) - 1)$$

$t = 1$ のとき, つまり最初と同じ形状 ($l(1) = l(0)$) で

$$X_0(1) = 0$$

$$\langle X(1) \rangle = -\frac{D l_1 l_0}{\pi X_0(0)^4}$$

- ゆらぎのないとき変位はない (帆立貝定理)
- 伸ばして縮む ($l_1 > 0$) ときと縮んで伸びる場合 ($l_1 < 0$) で逆向きの運動
- 伸ばして縮む ($l_1 > 0$) と壁に近づく