AUTOを用いた追従モデルの分岐解析

〇岡野桃子（武蔵野大学大学院），友枝明保（関西大学），高石武史（武蔵野大学）

自己紹介

◆ 所属

武蔵野大学大学院
工学研究科数理工学専攻
修士2年

◆ 研究分野

渋滞学
常微分方程式

研究背景

◆ 交通渋滞における経済損失額

約１２兆円

◆ 交通渋滞の主な原因

自然渋滞（交通集中）

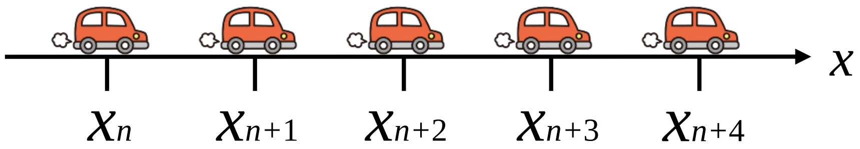
発表概要

交通渋滞の主な原因は自然渋滞（交通集中）である．そこで自然渋滞を緩和する方法を考えるために数理モデルからアプローチする．車の動きを表現するモデルの一つとして追従モデルがある．追従モデルでは，渋滞が起こる理由として，一様流の平衡解が不安定化し，分岐現象が起こり，周期解が現れることで説明されている．本発表では，分岐解析ソフトであるAUTOを用いて，2つの追従モデルにおいて分岐解析を行い，その結果について紹介する．

追従モデルの紹介

追従モデル

各車両が一車線上で列をなして走行し，追突せず追い越しできない状態で，前方を走行する車両の影響を受けて走行する，車両の挙動を扱う常微分方程式のこと.



Optimal Velocity Model（OVモデル）[1]

加速度を最適速度(OV)と現在の速度の差で表現するモデル

$$\ddot{x}_n(t) = a[V(\Delta x_n(t)) - \dot{x}_n(t)]$$

$\ddot{x}_n(t)$: 時刻tにおけるn台目の車両の加速度
$\dot{x}_n(t)$: n台目の車両の速度
$\Delta x_n := x_{n+1} - x_n$: 前方車両と自車両の車間距離
$V(\Delta x_n)$: 最適速度関数　a :ドライバーの感応度

Full Velocity Difference Model (FVDM)[2]

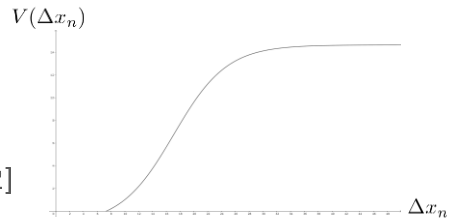
OVモデルに相対速度効果を加えたモデル

$$\ddot{x}_n(t) = a[V(\Delta x_n(t)) - \dot{x}_n(t)] + \lambda \Delta \dot{x}_n(t)$$

$\ddot{x}_n(t)$: 時刻tにおけるn台目の車両の加速度
$\dot{x}_n(t)$: n台目の車両の速度
$\Delta x_n := x_{n+1} - x_n$: 前方車両と自車両の車間距離
$V(\Delta x_n)$: 最適速度関数　a:ドライバーの感応度
λ : 相対速度効果　$\Delta \dot{x}_n(t)$: 相対速度

☛車間距離に基づいて最適速度を決定する関数
（論文によって様々に定義される）

$$V(\Delta x_n) = 6.75 + 7.91 \tanh[0.13(\Delta x_n - 5.0) - 1.57]$$ [2]



[1]M. Bando, K. Haseba, A. Nakayama, A. Shibata, Y. Sugiyama, “Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation”, Phys. Rev. E, 51,1035-1042 (1995)

[2] Rui Jiang, Qingsong Wu, and Zuojin Zhu, “Full velocity difference model for a car-following theory”, Phys. Rev. E, 64, 017101 (2001)

交通流の安定性と線形安定性解析

OVモデルの書き換え

◆ OVモデル

$$\ddot{x}_n(t) = a[V(\Delta x_n(t)) - \dot{x}_n(t)]$$

加速度　最適速度　速度

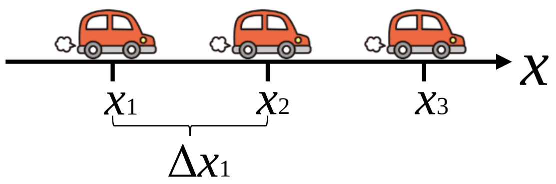
$$\begin{cases} \dot{x}_n(t) = v_n(t) \\ \dot{v}_n(t) = a[V(\Delta x_n(t)) - v_n(t)] \end{cases}$$

線形安定性解析

微分方程式を平衡点まわりの線形化方程式に書き換え，その方程式の係数行列の固有値を調べることで，平衡点の安定性条件が得られる．

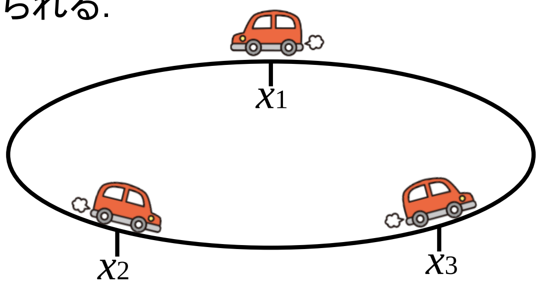
OVモデル（3台）の平衡点

$$\begin{cases} \dot{v}_1(t) = a[V(\Delta x_1(t)) - v_1(t)] \\ \dot{v}_2(t) = a[V(\Delta x_2(t)) - v_2(t)] \\ \dot{v}_3(t) = a[V(\Delta x_3(t)) - v_3(t)] \end{cases}$$



微分方程式$\dot{v}(t) = 0$を求めることで，平衡点が得られる．

$$\begin{cases} \dot{v}_1(t) = 0 \\ \dot{v}_2(t) = 0 \\ \dot{v}_3(t) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V(\Delta x_1(t)) = v_1(t) \\ V(\Delta x_2(t)) = v_2(t) \\ V(\Delta x_3(t)) = v_3(t) \end{cases}$$



等間隔が平衡点→一様流の解

線形安定性条件

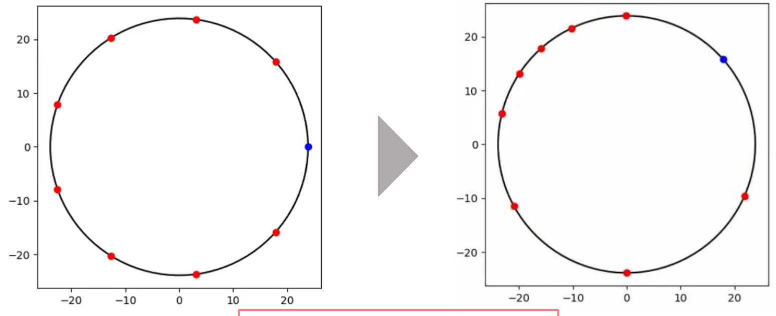
◆ OVモデル

$$V'(L/N) < a/2 \quad \text{のとき安定}$$

◆ FVDM

$$V'(L/N) < a/2 + \lambda \quad \text{のとき安定}$$

OVモデル 9台のとき $V'(150/9) = 1.0253\cdots > 1/2$ なので不安定



一様流がくずれる

分岐解析について

分岐解析を行う理由

線形安定性解析を行うと安定性条件が得られる.
→平衡点(一様流の解)が安定(渋滞が起きない)か
不安定(渋滞?)かわかる
不安定だったらどうなるかはわからない

▼

分岐解析

分岐解析ソフトAUTO

Doedelによって開発された微分方程式の解の枝を追跡するプログラム.
今回は常微分方程式の解の追跡，安定性の判定を行った.

分岐現象

微分方程式に含まれているパラメータの値を連続的に変化させていくとき，平衡点の安定性が変化し，全く別の新しい安定な平衡状態や周期軌道が出現するような現象のこと.

◆ 分岐の種類

- ・サドルノード分岐
- ・トランスクリティカル分岐
- ・ピッチフォーク分岐
- ・ホップ分岐

パラメータを含む常微分方程式系において，あるパラメータの値を変化させたとき周期解が現れる分岐現象

分岐図

平衡点の個数や安定性の変化の様子を表した図

分岐図の見方

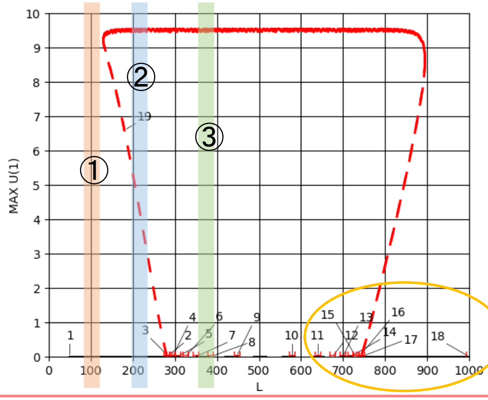
黒線：安定な平衡解
黒破線：不安定な平衡解

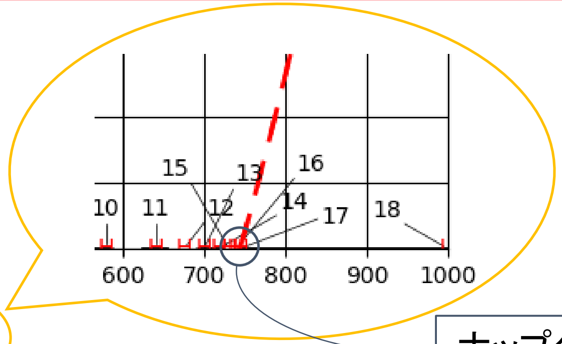
赤線：安定な周期解
赤破線：不安定な周期解

①
安定な平衡解が1個

②
安定な平衡解が1個と
安定な周期解と
不安定な周期解

③
不安定な平衡解が1個と
安定な周期解





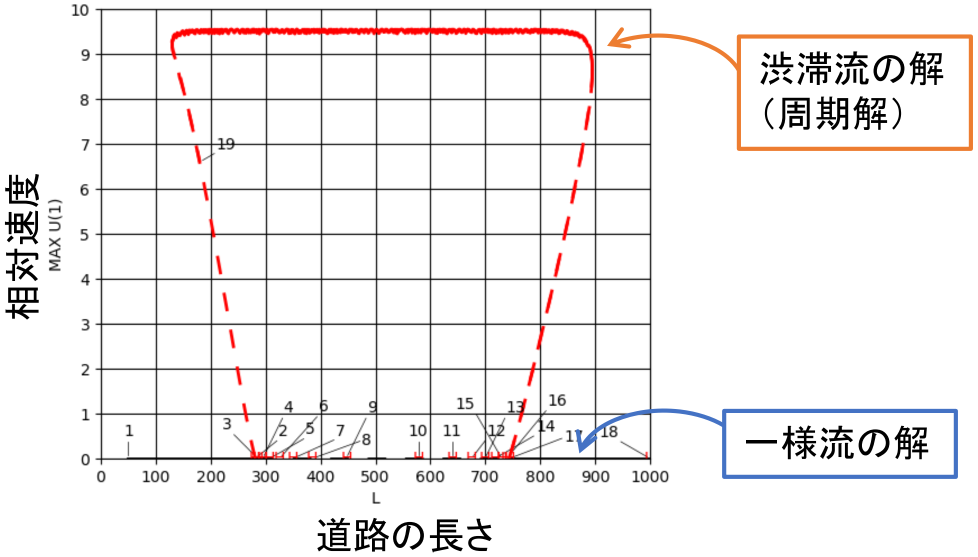
ホップ分岐点

分岐解析結果とまとめ

OVモデルの分岐図

$$\ddot{x}_n(t) = a[V(\Delta x_n(t)) - \dot{x}_n(t)]$$

台数：30台，道路の長さ：L=50-1000

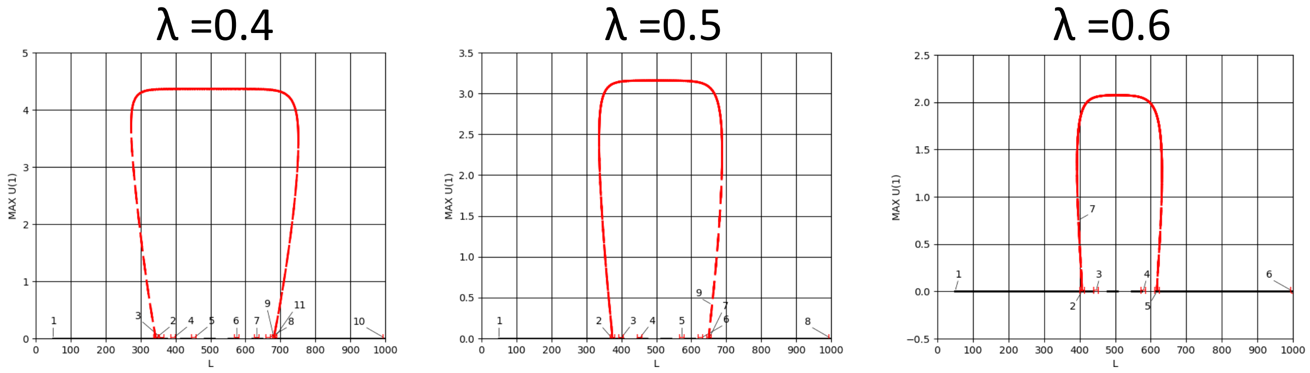


FVDMの分岐図

$$\ddot{x}_n(t) = a[V(\Delta x_n(t)) - \dot{x}_n(t)] + \lambda \Delta \dot{x}_n(t)$$

台数：30台，道路の長さ：L=50-1000

相対速度効果：λ =0.4, 0.5, 0.6



一様流の解の線形安定領域が広がる

まとめ

今回は，2つの追従モデルの紹介と分岐解析を行った．分岐図から相対速度効果を強めることで，一様流の解の線形安定領域が広がり，渋滞が起こりにくくなることがわかった．今後の展望として，他の追従モデルの分岐解析を行い，渋滞緩和策を考えていきたい．