



山本昌宏

逆問題の数理と応用

私は逆問題の数理の研究と製造業に表れる逆問題の実用解法の開発に従事しています。ここで逆問題とは直接視ることができない対象を間接的な観測によって推定したり決定したりするような問題です。様々な問題を逆問題として捉えることができます。例えば地下埋蔵物を地表面での観測によって探る問題であるとか、鋼材などの製品の内部にできた疵を製品を壊さずに検知する非破壊検査や、医学診断などを挙げることができます。このようなわけで逆問題は工学、医学などの多くの分野で重要な問題です。それでは逆問題における数学の課題とは何でしょうか。逆問題においては知りたい対象から空間的にも時間的にも隔たった状態でしか間接的な情報を得ることができないことが普通で、そのようにフィルターがかかった観測データで逆問題の解である未知の対象を決めなくてはいけないわけですので、データが解を一通りに決めるかという「一意性」とデータに誤差が混入した場合に、解にどのような影響を与えるのかという「安定性」が数学の課題です。逆問題自体の特性を反映して、一意性・安定性の問題は難しく解析学などの数学の色々な分野の知識を動員して考えるべき奥深いものです。私は様々な逆問題の一意性・安定性を研究してきました。私が四半世紀前にこの研究を志したときと較べて「逆問題の数学」は世界的にも確立し、毎年多くの国際会議が開催されるだけでなく、逆問題固有の学会組織も充実してきました。

そのような学術的な研究の重要性はいままでもないことですが、逆問題の起源が現実の問題であることから、最近10年ほどは製造業に現れる逆問題の実用解法の開発とコスト削減などを目指した現場の問題の開発にも従事しています。特に新日本製鐵株式会社との共同研究では、これまで大学院生、ポスドクを発明人に含む多数の特許出願や実用化の成果を挙げています。逆問題が境界領域から表れることから、他分野との連携も盛んであり、さらに「逆問題の数学」が世界的に確立している状況から、国際的なプロジェクトにも色々参加しています。私の周辺の大学院生も国際的・学際的な共同研究に参加しています。現場からの問題提起を受けて新たな数学の問題群を創生することもしばしばあり、数学と他分野の双方向的な連携を実践しています。その一例として環境問題の1つである地下の汚染物質の浸透に関して信頼性のある予知・防止の技術の確立を目指し、時間

微分の階数が必ずしも1でないような異常拡散方程式によるモデル化と関連する逆問題の数学的な研究を院生だけでなく海外の数学者、工学者、産業界の研究者を巻きこんでGCOE「数学新展開の研究教育拠点」の枠組みで展開し、すでにいくつかの数学的な成果を挙げました。

添付した図は私がベルリンのワイエルストラス応用解析・統計学研究所においてフォトン・レーザー・エンジニアリング社との共同研究で行った実用逆問題の数値計算と実験結果です。内部に穴が掘られているような鋼材の表面をレーザーによって焼入れを行う際に穴のある場所とそうでない場所で焼入れを一樣に行うことが現場から求められた課題でした。図1は一樣な焼入れを実現するために、温度の時間変化の関数が $h(t)$ となるようにレーザーの強さ $p(t)$ を決定する装置です。図2は制御なしにそのままレーザーによって焼入れしたもので、白い部分で示された穴の上がレーザーで加熱されず、黒で示されたように焼入れの層が一樣になっていませんが、図3では関連する逆問題を解いて決定したレーザーの強さによって焼入れしており、黒で示された焼入れ部分の厚みが図2と較べて一樣になっています。図4はそのような一樣な焼入れをした製品の写真です。上部で白く写っている部分が穴の位置によらない一樣な焼入れで、1つの逆問題の解法が製造業からの要請を満たしたという事例です。

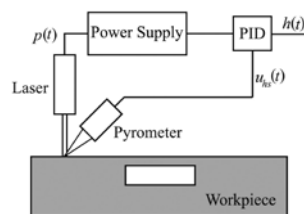


FIGURE 1. Pyrometer process control of laser surface hardening

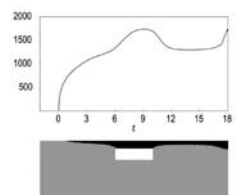


FIGURE 2. Uncontrolled case: Temperature in hot-spot of the laser beam (top) and resulting fraction of austenite (bottom).

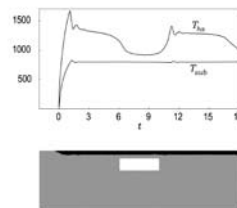


FIGURE 3. Controlled case: Temperature T_h in hot-spot of laser beam and T_{inh} close to lower end of desired hardening depth (top). Resulting austenite fraction (bottom).



FIGURE 4. Result of a hardening experiment utilizing the computed temperature T_h as set point for the machine-based control (Courtesy of Photon Laser Engineering, Berlin, Germany).