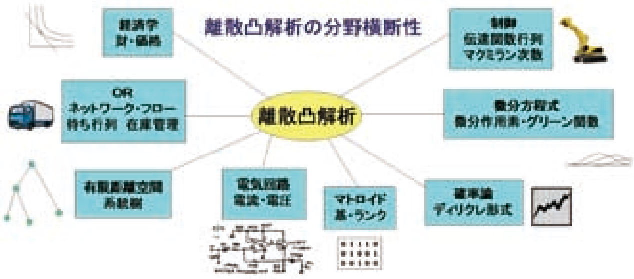
室田一雄

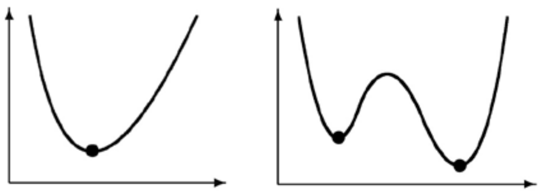
離散凸解析の理論と応用

連続世界と離散世界をつなぐ新しいパラダイムとして「離散凸解析（りさんとつかいせき）」を提唱して、その理論と応用を研究しています。離散凸解析の特徴を示すキーワードは「最適化」、「凸」、「離散」の三つですが、離散凸解析の応用は、数学、工学、OR（オペレーションズリサーチ）、経済学など様々な分野に広がっています。



「最適化」というのは、高校の数学でも習う最大・最小問題のことですが、橋の強度を保った上で重量を最小にするというような実際問題を意識しているときに、最適化という言葉をよく使います。建物や自動車のような「物」の最適設計の他にも、金融資産の運用、渋滞時の経路選択、コンビニの在庫管理など、「情報」の利用技術としても最適化は日常生活に浸透しています。

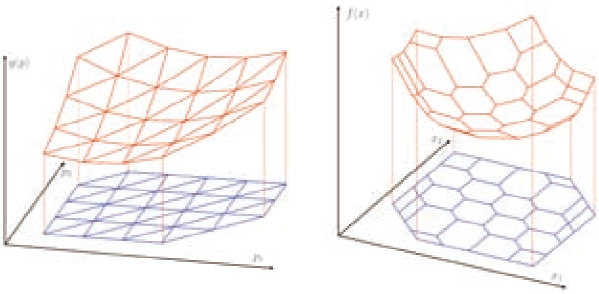
「凸（とつ）」というのは「でっぱっている」という意味です。数学で重要なのは、グラフが下向きに「でっぱっている」関数で、これを凸関数といいます。例えば、



の左側の関数は凸関数で、右側の関数は凸ではありません。凸関数なら、最小問題が楽に解けます。右側の関数には二つの極小点がありますが、そのうちの一つは最小点ではありません。これに対し、左側の凸関数では「極小＝最小」が成り立っていて好都合です。

「離散」というのは連続の反対で、パラパラの状態を意味します。例えば、実数全体は連続で、整数全体は離散です。連続＝アナログ、離散＝デジタル、と思っても構いません。インターネットは、地球のもつ地理的・幾何的連続性と無関係に構築された大規模な離散構造です。

離散凸解析では、L♮凸関数とM♮凸関数という二つの新しい概念を導入して、「凸関数と類似した離散構造」と「離散構造を兼ね備えた凸関数」を研究します。ここで、L は束（lattice）、M はマトロイド（matroid）という専門用語に由来する記号で、L♮は「エル・ナチュラル」、M♮は「エム・ナチュラル」と読みます。L♮凸関数とM♮凸関数は、ルジャンドル変換によって互いに移り合うという意味で、双対（共役）の関係にあります。



L♮凸関数 g とM♮凸関数 f

歴史的に見ると、マトロイド理論における劣モジュラ関数の研究を通じて、離散構造と凸関数の関係が明らかになってきました。離散凸解析は、1980 年代の成果を 1990 年代後半に発展させたものと位置づけられます。

離散凸解析の歴史

年頃	項目	人名
1935	マトロイドの概念	Whitney
1965	劣モジュラ関数と最適化	Edmonds
1975	マトロイドの工学的応用	伊理，冨澤，Recski
1982	劣モジュラ関数と凸関数の関係	Lovász, Frank, 藤重
1990	付値マトロイドの概念	Dress, Wenzel
1996	離散凸解析の提唱	室田
2000	劣モジュラ関数最小化アルゴリズム	岩田，藤重，Fleischer, Schrijver

最適化理論やアルゴリズム理論との関係は当初より認識されていたことですが、最近では、在庫管理理論や有限距離空間の理論など、意外な方面との関係が見出されて、関係する分野がどんどん拡大しています。