



俣野 博

非一様媒質中の進行波

ある種の非線形偏微分方程式においては、解に一種の特異性ないし擬特異性の「界面」が生じて空間内を伝播する現象が観察される。界面は、しばしば「進行波」という形で媒質の中を移動し、系の状態変化を周囲に伝達する役割を担う。この界面が生まれるプロセスを明らかにし、その運動の様子を調べることが、多くの複雑な非線形現象を理解する上での鍵となる。

進行波を生み出すメカニズムは多様であるが、その中でも拡散現象に起因する進行波は自然界に数多く見られる。神経パルスの伝播を記述するHodgkin-HuxleyモデルやFitzHugh-Nagumoモデルは特に有名であるが、これ以外にも、集団遺伝学、生態学、物質の相転移理論、化学反応論など多くの分野で研究されている。

これまでの進行波の研究は、主として一様な媒質中のものに限られていたが、最近、空間非一様な媒質中の進行波の重要性が注目を浴びるようになった。しかし、まだその理論的研究は緒についたばかりで、多くの性質が未解明である。とりわけ、準周期関数や概周期関数などで表される非周期的媒質の場合、そもそも進行波を数学的にどう定義すればよいかという基本的問題すら自明でないのである。

こうした進行波の存在や安定性を調べ、また、媒質の非一様性が伝播速度や波面の形状にどのような影響を与えるかを明らかにするのが私の研究の目的である。現在、下記のテーマに取り組んでいる。

- (1) 進行波の速度を最大にする周期的ポテンシャルを特定する最適化問題。
- (2) ノコギリ型境界をもつ帯状領域における進行波とその均質化極限 (図1)。界面の進行速度が境界の幾何学的形状にどう依存するかを明らかにする。

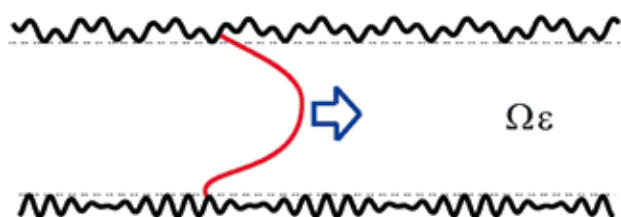


図1：ノコギリ型領域内の進行波

- (3) ブドウ畑におけるカビ繁殖のモデルとして、帯状パターンをもつ環境下での伝染病拡散モデルの研究。

- (4) ペンローズタイルなどの非周期的な媒質内で、周囲に広がる進行波面の漸近形状の解明 (図2)。

- (5) 無数の穴の開いた壁を透過する進行波の研究。波面が壁の穴を透過できるかどうか、また、透過する際に何が起るかを研究する。

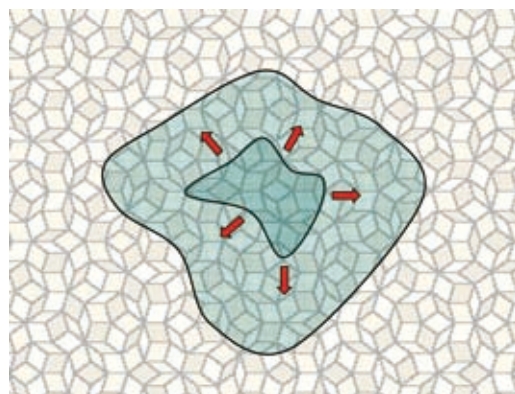


図2：ペンローズタイル内を広がる波面

これらの問題の研究には、特異摂動法、変分法、均質化理論などの解析手法に加えて、無限次元力学系の理論が大きく役立つ。とくに非周期的な媒質の場合、環境を定める関数の包(その関数の空間平行移動の全体の閉包をとったもの)という抽象的な集合の上で界面の挙動を記述することが重要となる。また、今後の研究では、これまで以上に数値シミュレーションを活用し、実験系の人たちとも連携しながら研究を進めたいと考えている。