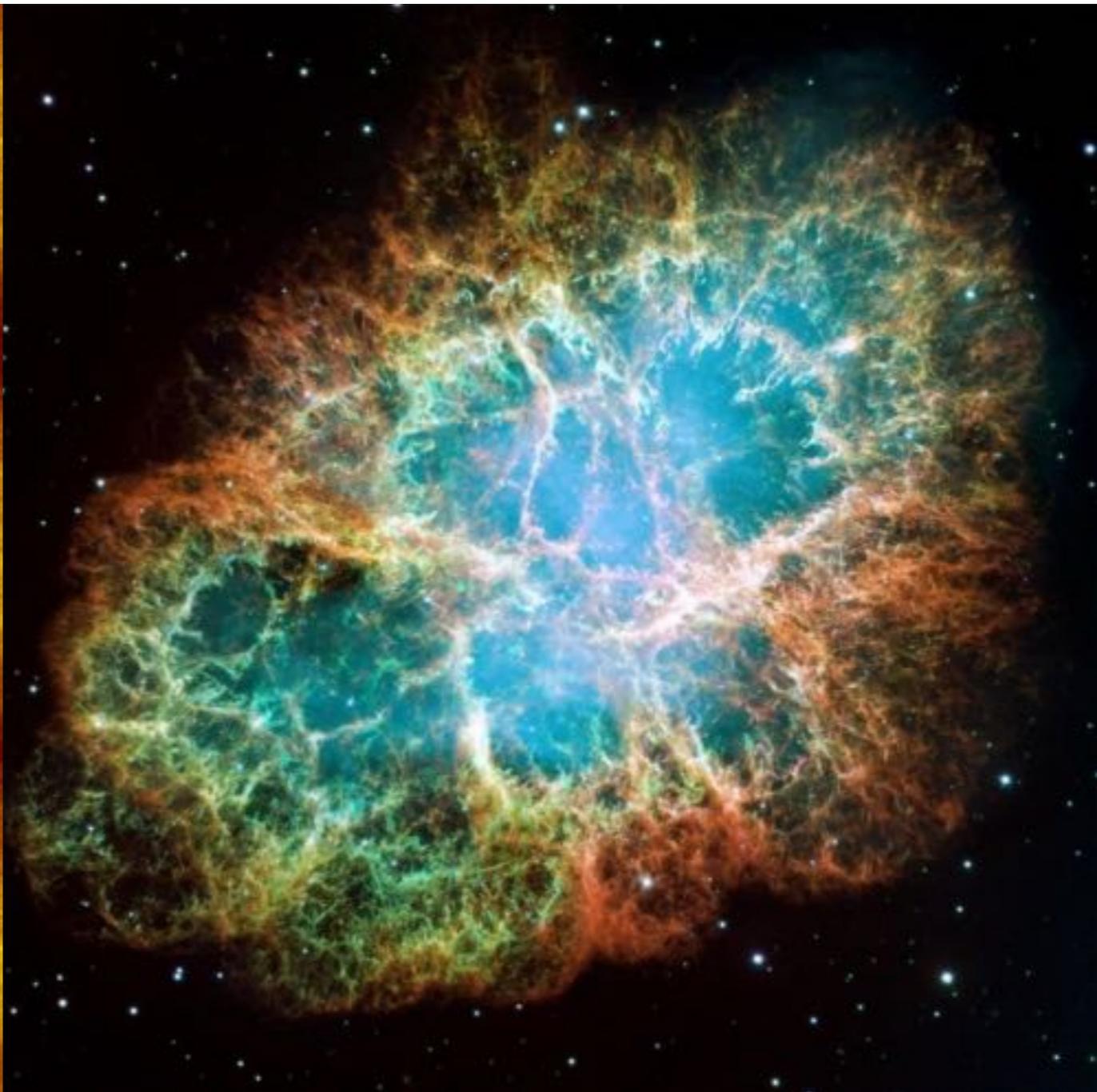
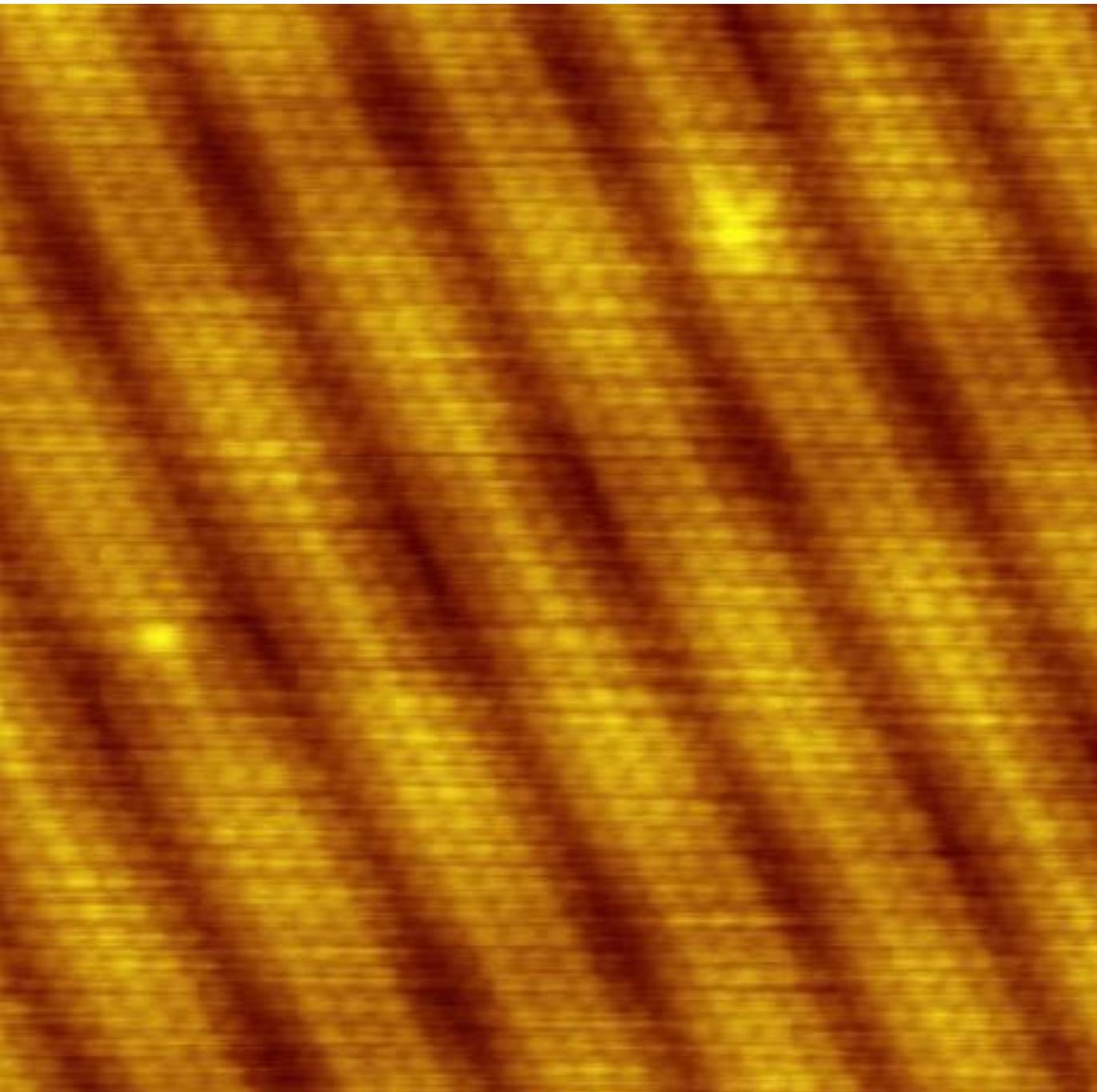


数学を通してみる世界 一原子から宇宙まで一

東京大学大学院数理科学研究科 松井 千尋



# 自己紹介（～高校まで）

- 関西育ち  
石川（幼少期） → 奈良（小学校） → 兵庫（中学・高校）
- 小さい頃の夢はピアニスト
- 数学との出会いは小学生のとき
- 九九を覚えているとき、「一の位の数に規則性があるのが面白い！」
- 中学校で物理を習ったとき、「世の中の仕組みを数学で理解できるってすごい！」  
→ 物理学科へ

# 自己紹介（大学～）

- 理科二類へ入学
  - （物理学科って女の子いるのかな...）
  - （初めての東京だし友達できなかつたらどうしよう...）
  - （大学で授業を受けたら他の分野にも興味を持つかも）
  - （物理以外の勉強もしてみたいな）
- 結局、初志貫徹して物理学科へ進学

# 趣味ときどき仕事

- 普段どんな生活をしているか？  
だいたいいつも頭の片隅で研究のことを考えている  
半分趣味みたいなもの
- リアル趣味  
楽器演奏、絵画鑑賞  
アルゼンチンタンゴ  
トレッキング



# 対称性と美しさ

- 美しさ（デザイン） $\approx$  規則性（繰り返し）
- 第一回数理女子ワークショップ



## 「第一回数理女子ワークショップ」開催しました！：前編

小・中学生のみかさんにとって、夏休み最後の土曜日となる8月27日、**第1回数理女子ワークショップ**を開催しました。当日はあいにく天候が悪かったのですが、ワークショップ開始時間の午前3時半には、女子小・中学生とお母様方、そして数学の魅力を伝えたいという熱い思いを持ったボランティアスタッフ、総勢50名ほどが集まりました！



会場は、東京大学大学院数理科学研究科。ワークショップ当日も、すぐ隣では数学の国際研究会が開かれていました。大学の雰囲気に対し緊張気味の参加者の皆さんを前に、まずは講師の二人、中島さち子と佐々田真子がご挨拶。

その後、すぐに会場を移動して、子供たちとお母様たちはそれぞれ別の部屋へ。この日のテーマは「デザインの中の数学」！まずは、ワークショップ前にメールにて配布されていたさまざまな数え始め模様のデザインを見ながら、グループでその特徴を探っていました。

事前アンケートでは「数学は苦手」というお子さん、お母様がたくさんいらっしゃいましたが、デザインの特徴を探るのは皆さんとても上手。



「同じ部分の繰り返しでできている」「ぐるぐる回すと元に戻る」「どの点を中心と見ると、絵の印象が変わる」「すべての絵に目がついている」「隙間がない」...新しい視点が見えてきます。

＊自己紹介から話がつきず大盛り上がりのお母様方は、グループ作業のために話が尽きなくなっていました。

いろいろな特徴が見つかったところで、「数え始められている」と「繰り返しできている」とには実は違いがある！ということを紹介しました。この「繰り返し」の正体を探ることが一つの目標です。そのために、今度はOHPシートを使って、これらの数え始め模様が持っている性質をより詳しく調べていきます。

OHPシートを併用とどんなことがわかるかというところ。

OHPシートを横にずらすと元の絵に重なる＝「平行移動対称性」がある

OHPシートを裏返すと元の絵に重なる＝「鏡対称性」がある

OHPシートを回転すると元の絵に重なる＝「回転対称性」がある

これらの模様には、さまざまな「対称性」が隠れていることを予備から、お母さんたちがどんどん発見！そして、すべての模様には「平行移動対称性」があることがわかりました。これこそが「繰り返し」の正体だったのです。つまり、これまでみていた模様はただの「数え始め模様」ではなく「繰り返し模様」だったのです。



「対称性」は、実は美しさや使いやすさなどを決める、デザインにとって非常に重要な要素です。皆さんの身の回りにある物の多くが、対称性を持っています。ぜひ、周りを見渡してみてください☆

繰り返しの正体は  
「対称性」

# 対称性と美しさ

- 美しさ（デザイン） $\approx$  規則性（繰り返し）

- 第一回数理女子ワークショップ

例：横にずらすと元に戻る

= 並進対称性

例：裏返すと元に戻る

= 線対称性

A D

例：回転すると元に戻る

= 回転対称性



# 物理と数学

- ニュートンの運動方程式

微分と積分の対応関係を見つけたのはニュートン

$$M \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F} \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{積分}} \\ \xleftarrow{\text{微分}} \end{array} \mathbf{p} = \mathbf{F}t$$

加速度

- 特殊相対性理論との矛盾 「物体の速度が光速を超え得る」  
ニュートン方程式は速度が十分小さいときの運動をよく記述
- 相対論的運動方程式  $\approx$  ニュートン方程式 ( $c \rightarrow \infty$  のとき)

$$\frac{d\mathbf{p}}{d\tau} = \mathbf{F}, \quad (d\tau)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2$$

$$\mathbf{p} = (E/c, \gamma m v_x, \gamma m v_y, \gamma m v_z)$$

$$\gamma = 1/\sqrt{1 - \mathbf{v}^2/c^2}$$

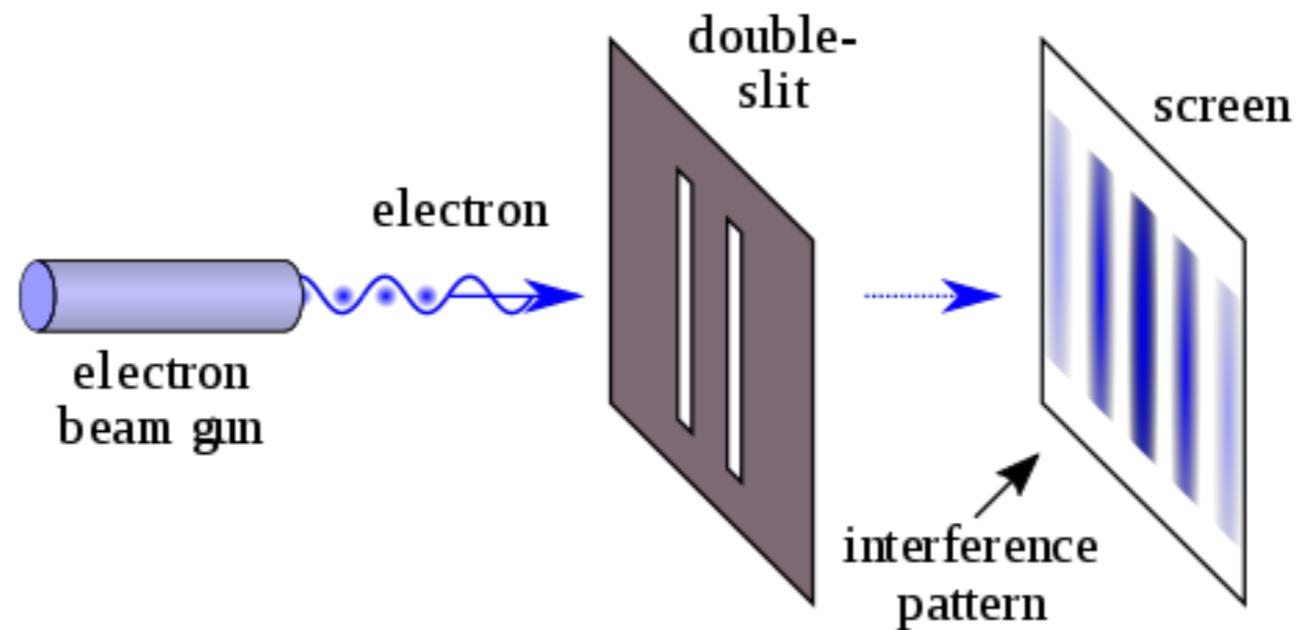
# 量子論

- 物体がすごく小さいとき、「波動性」が現れる
- 波の特徴は「回折」と「干渉」
- 物質をどんどん細かくしていくと、「粒子」と「波」の性質を持つ

→ 量子論

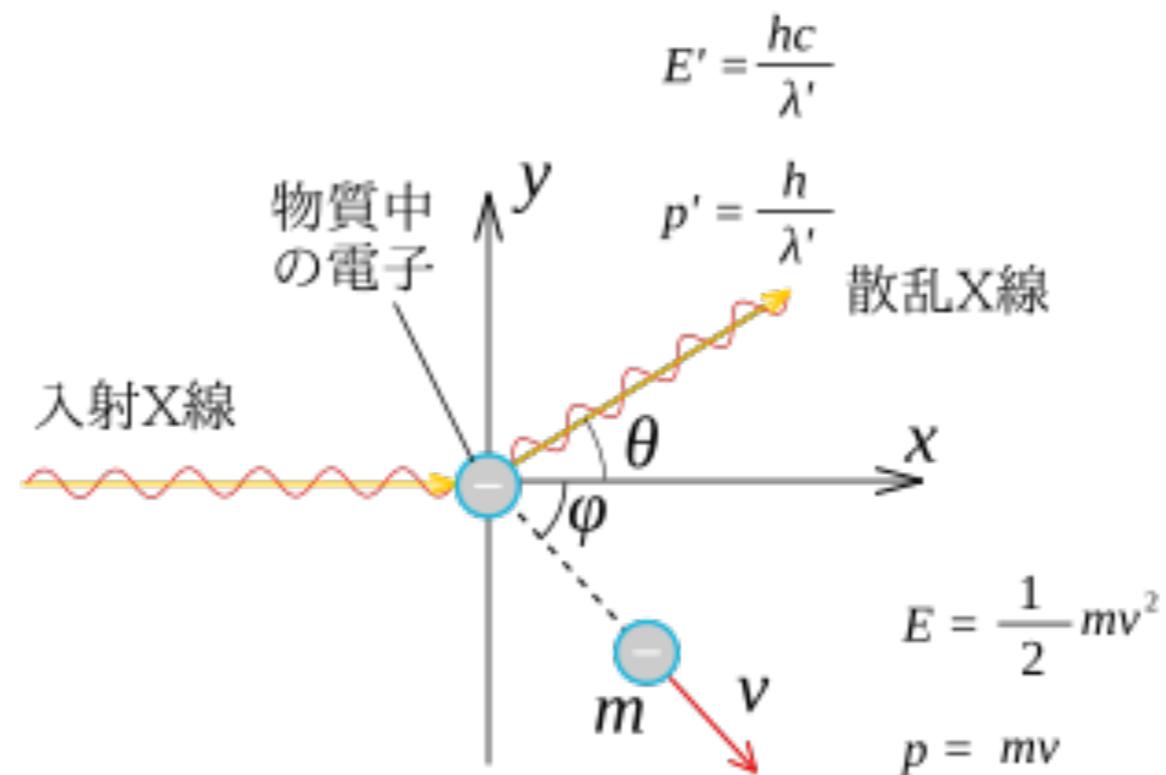
# 粒子性と波動性

- 量子論の主張：「全ての物理量は量子という単位から成る」
- さらに、量子は粒子であり波
- 例：電子  
電荷を持った粒子  
波動性？→ 二重スリット実験



# 粒子性と波動性

- 量子論の主張：「全ての物理量は量子という単位から成る」
- さらに、量子は粒子であり波
- 例：電磁波  
光や電波の総称  
粒子性？→ コンプトン効果



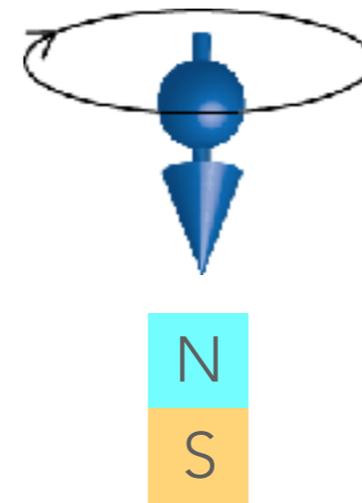
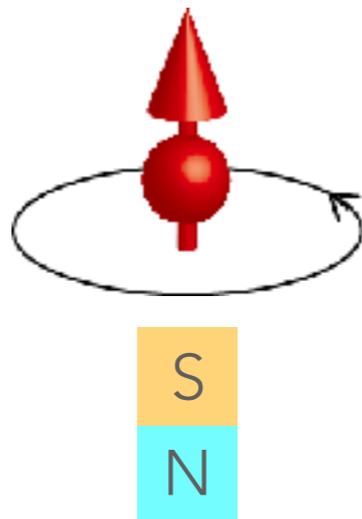
# 量子の不思議な世界

- まとめると、量子とは粒子であり波である
- さらに内部自由度を持つ  
スピン (= 量子の自転と比喻される)

- 例：電子のスピン

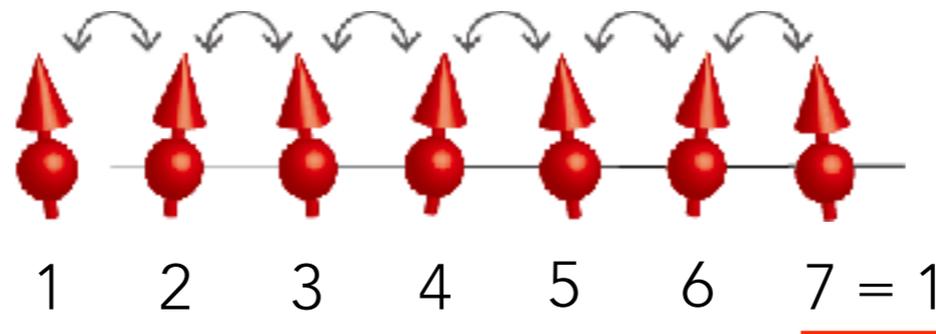
右回り = 上向きスピン

左回り = 下向きスピン



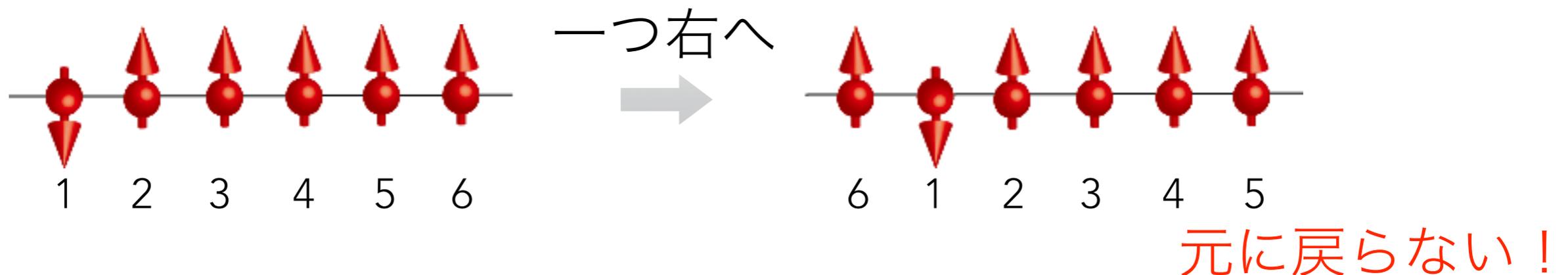
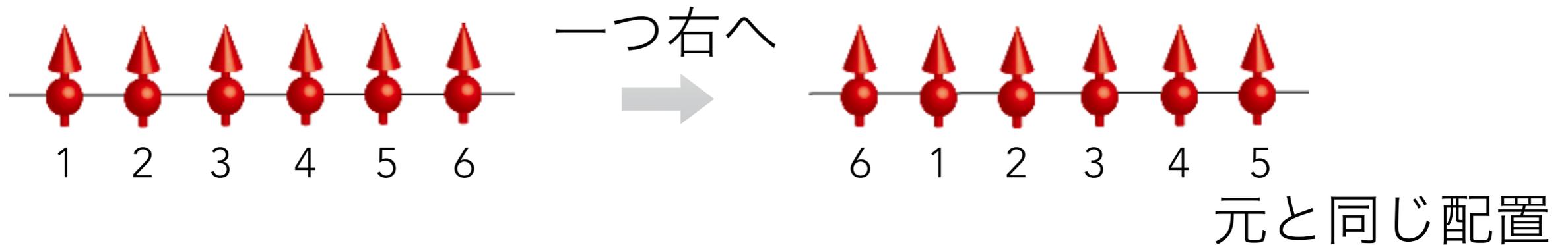
- 小さな磁石と捉えることができる

# スピンをたくさん並べてみる①



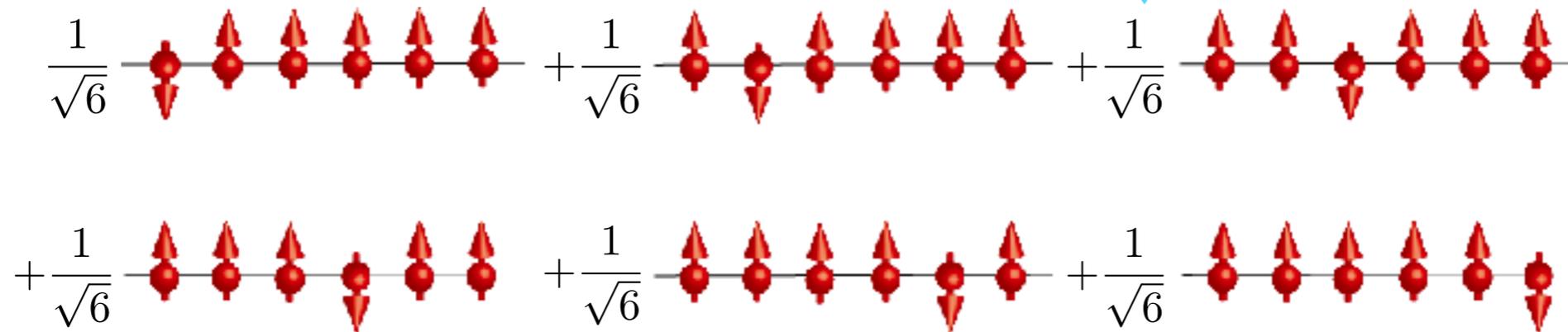
周期境界条件

- 隣どうしのスピンは相互作用する
- 周期境界条件下では並進対称性がある



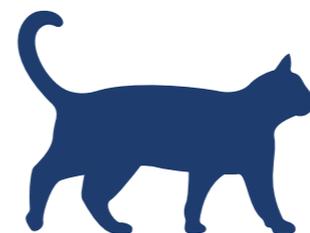
# “重ね合わせ”の考え方

- 上向きスピンと下向きスピンがあるときに並進対称であるためには？



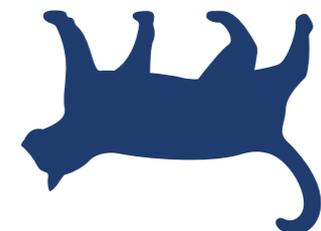
- それぞれのサイトに下向きスピンがある状態の重ね合わせ
- $p_j$ はそれぞれの状態が実現する確率の二乗根（確率振幅）  
観測するまでどの状態になるかわからない！

シュレーディンガーの猫



alive

or

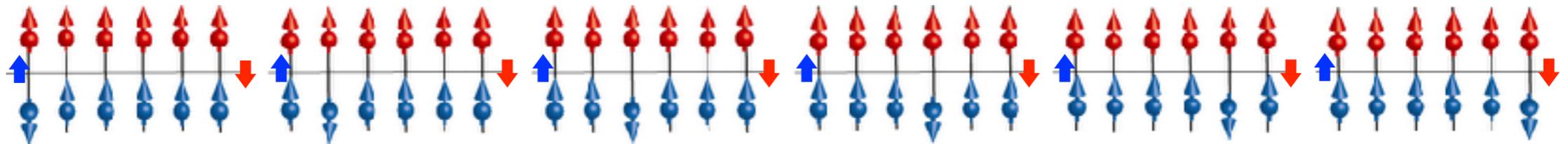


dead

?

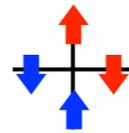
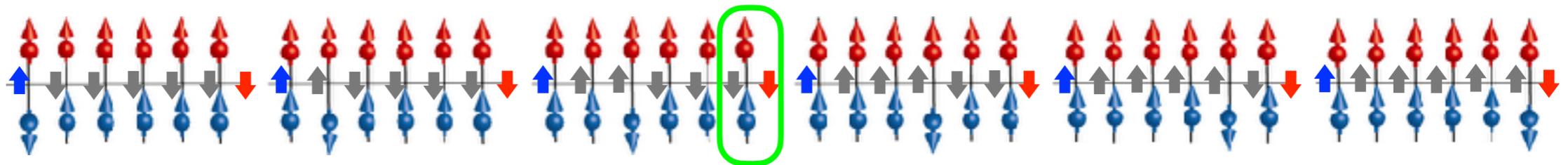
# スピンをたくさん並べてみる②

- スピンの反転規則：赤矢印の個数 = 青矢印の個数



# スピンをたくさん並べてみる②

- 同じ規則でサイト間のリンクにも矢印を配置してみる

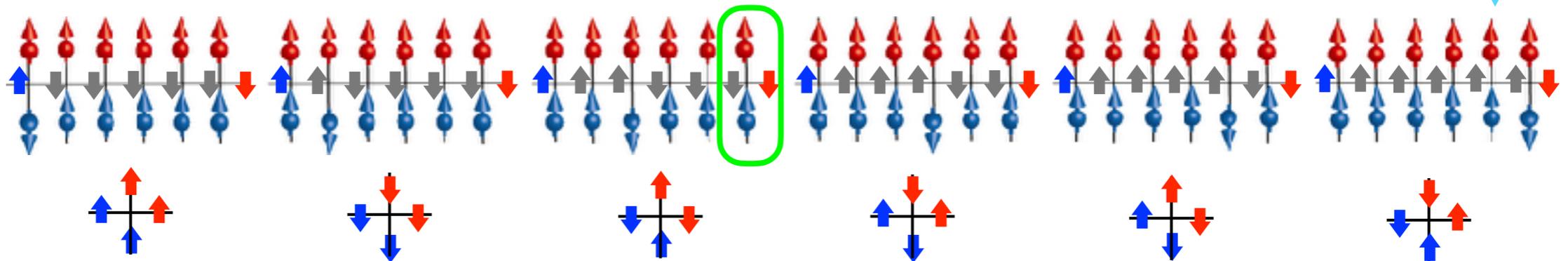


赤と青の矢印の和が等しい

# スピンをたくさん並べてみる②

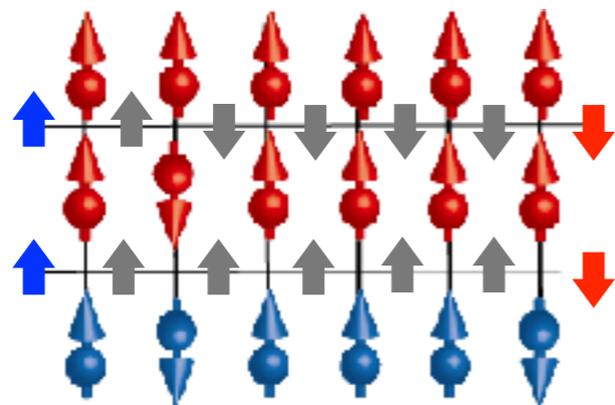
- 同じ規則でサイト間のリンクにも矢印を配置してみる

決まった境界条件の下で  
可能なグレー矢印の配置



赤と青の矢印の和が等しい

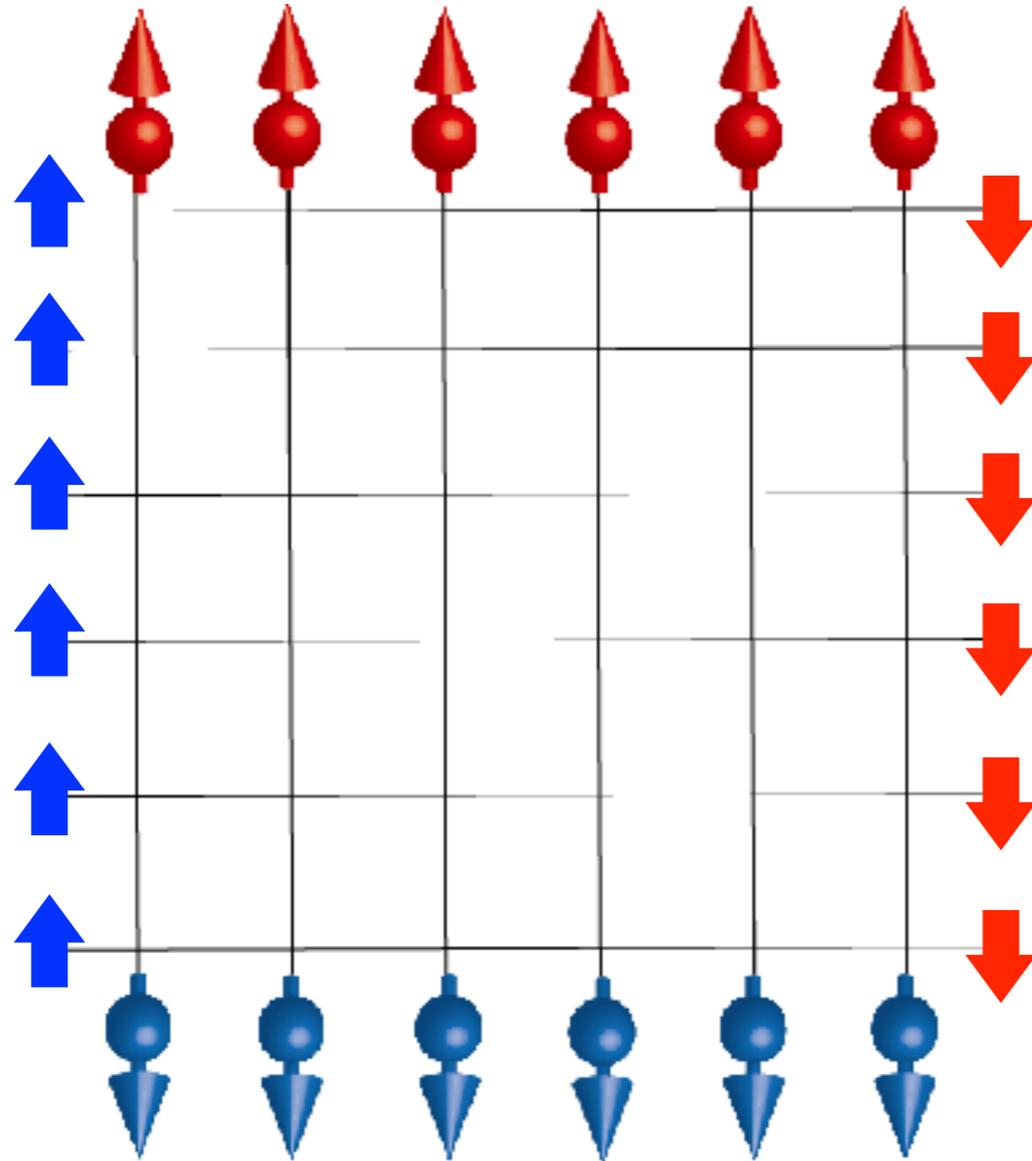
- 二つ以上上下向きスピンがある場合は行を増やす



矢印の配置に応じてスピン  
状態は一意に決まる

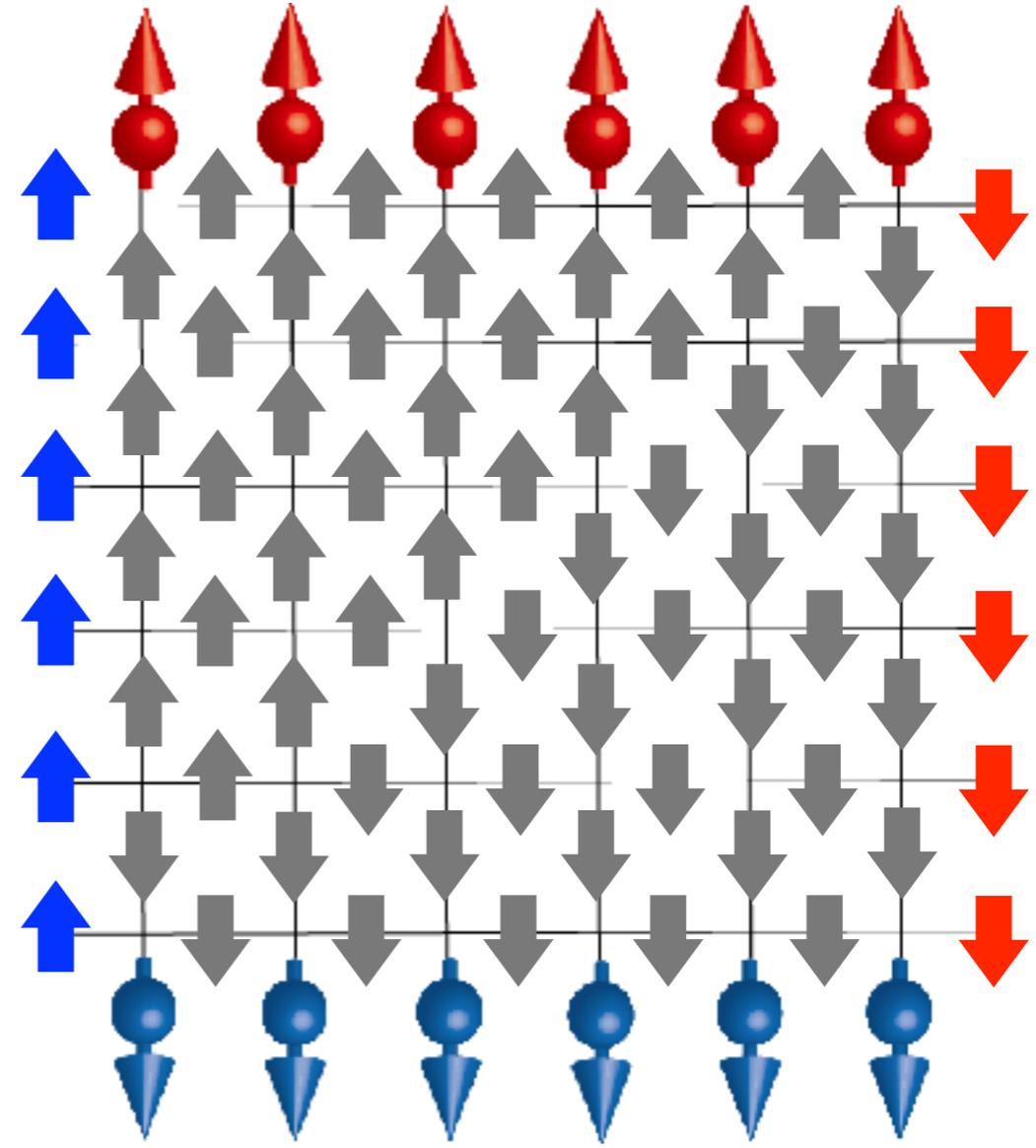
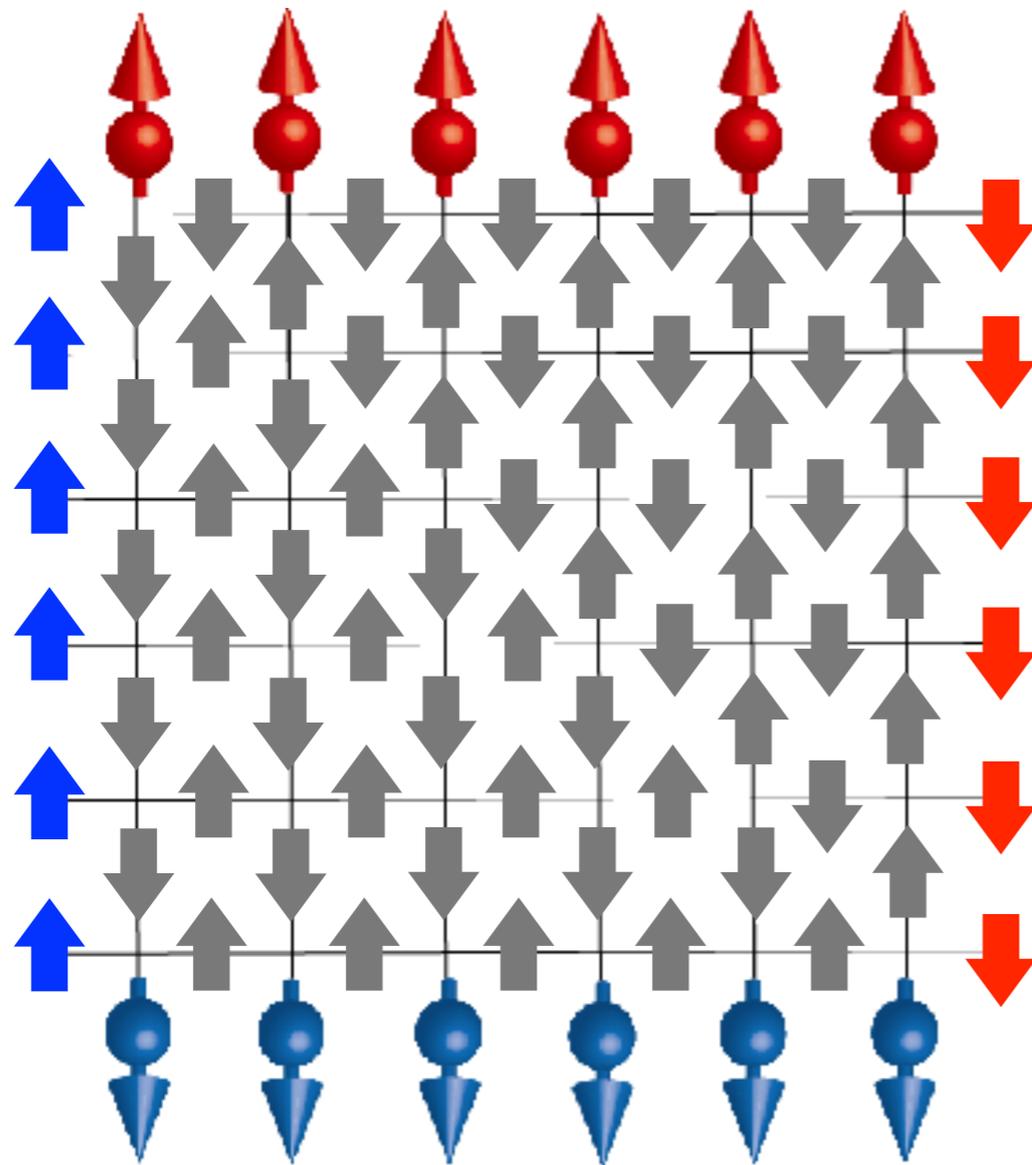
# ちょっと休憩：スピンのパズル

- 決まった境界条件下で可能な矢印配置は？



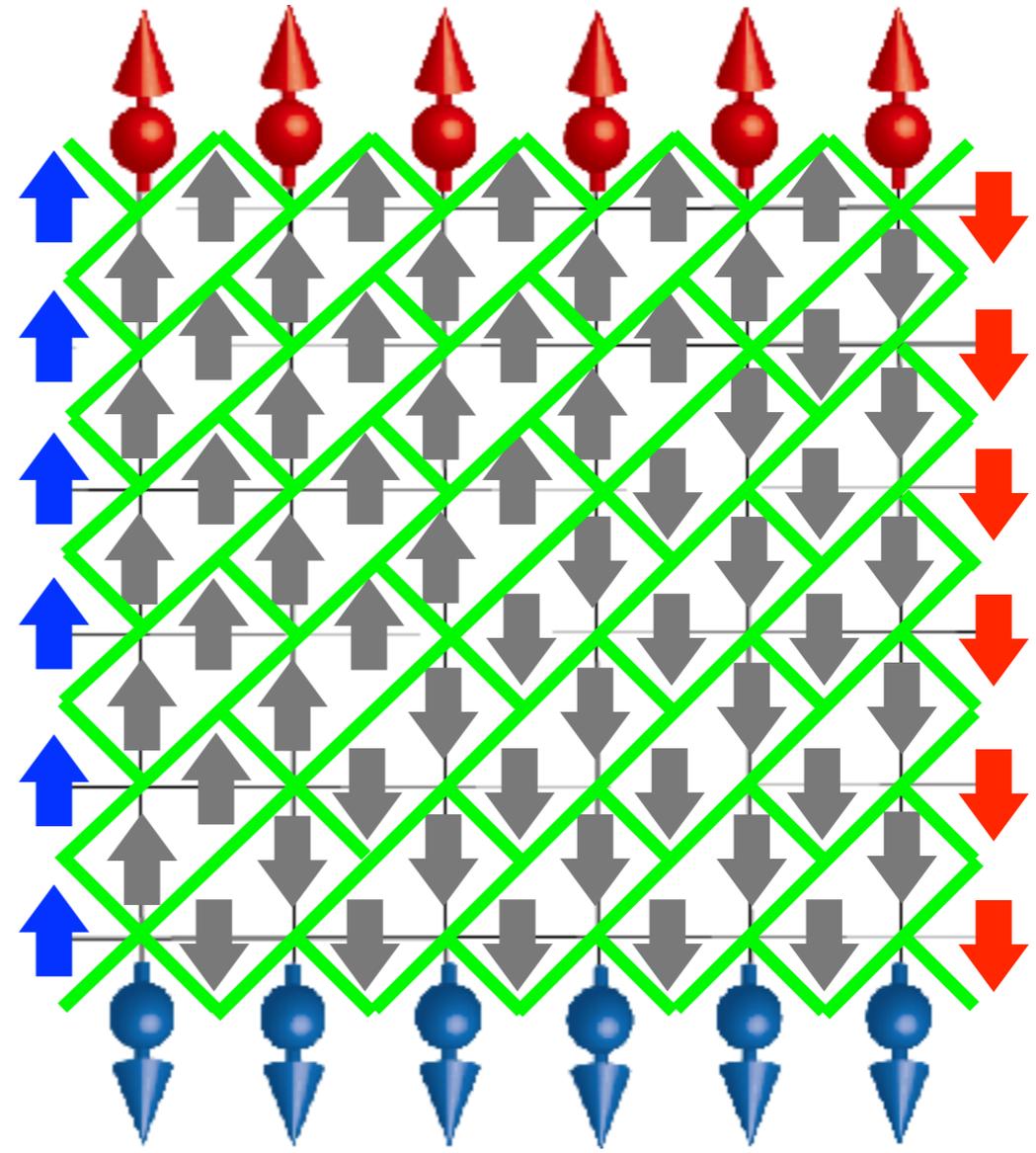
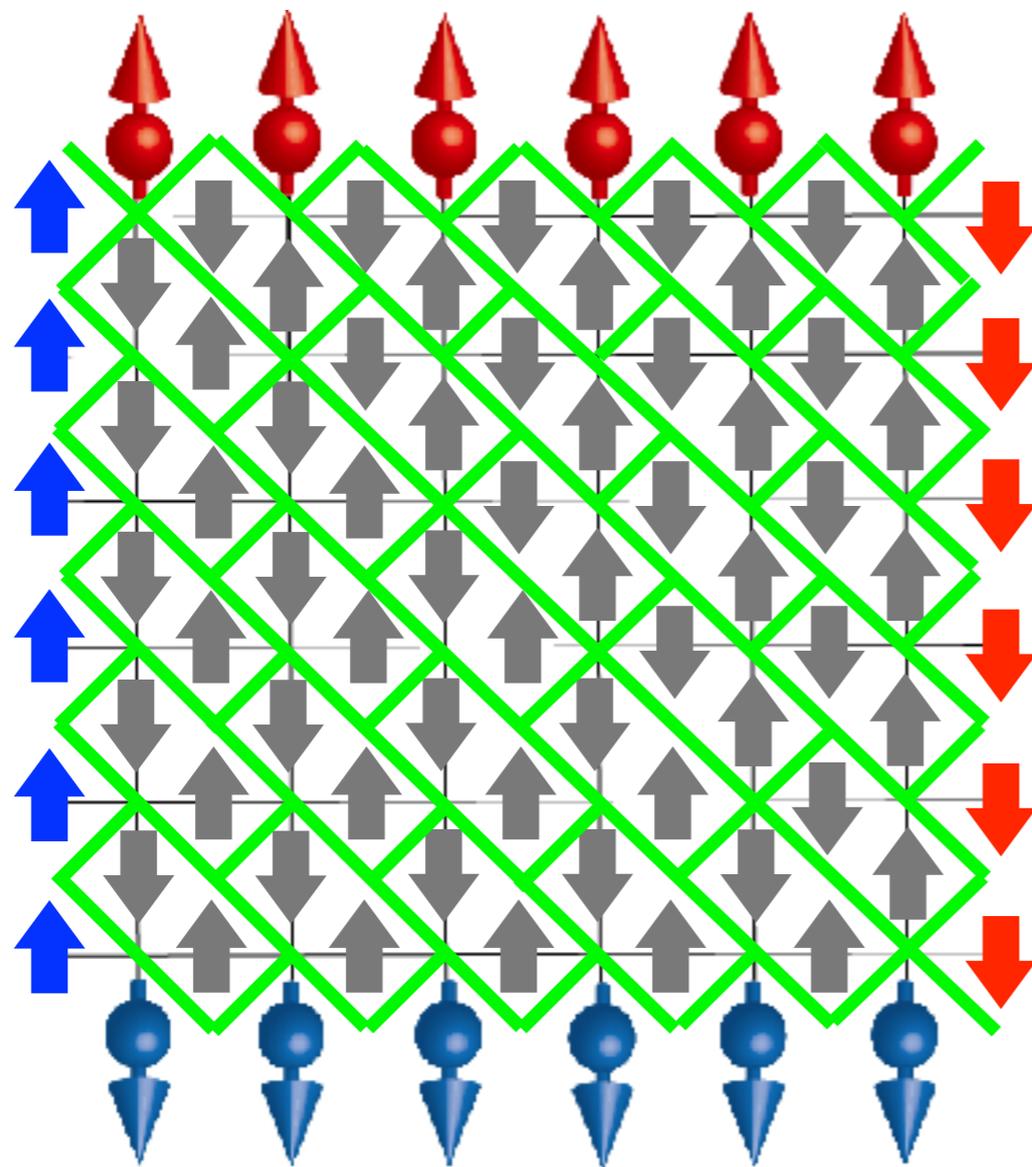
# ちょっと休憩：スピンのパズル

- 代表的な例



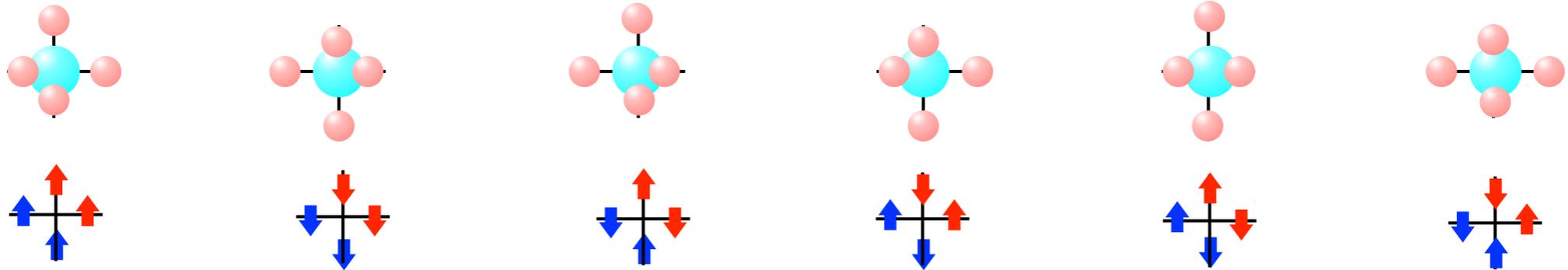
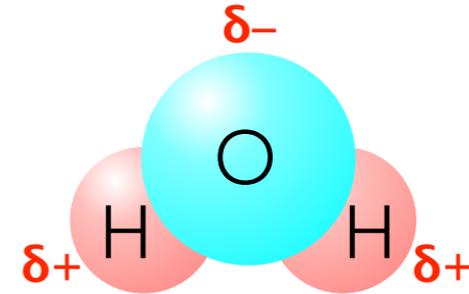
# ちょっと休憩：スピンのパズル

- ドミノ・タイリングへの読み替え



# スピン = 氷？

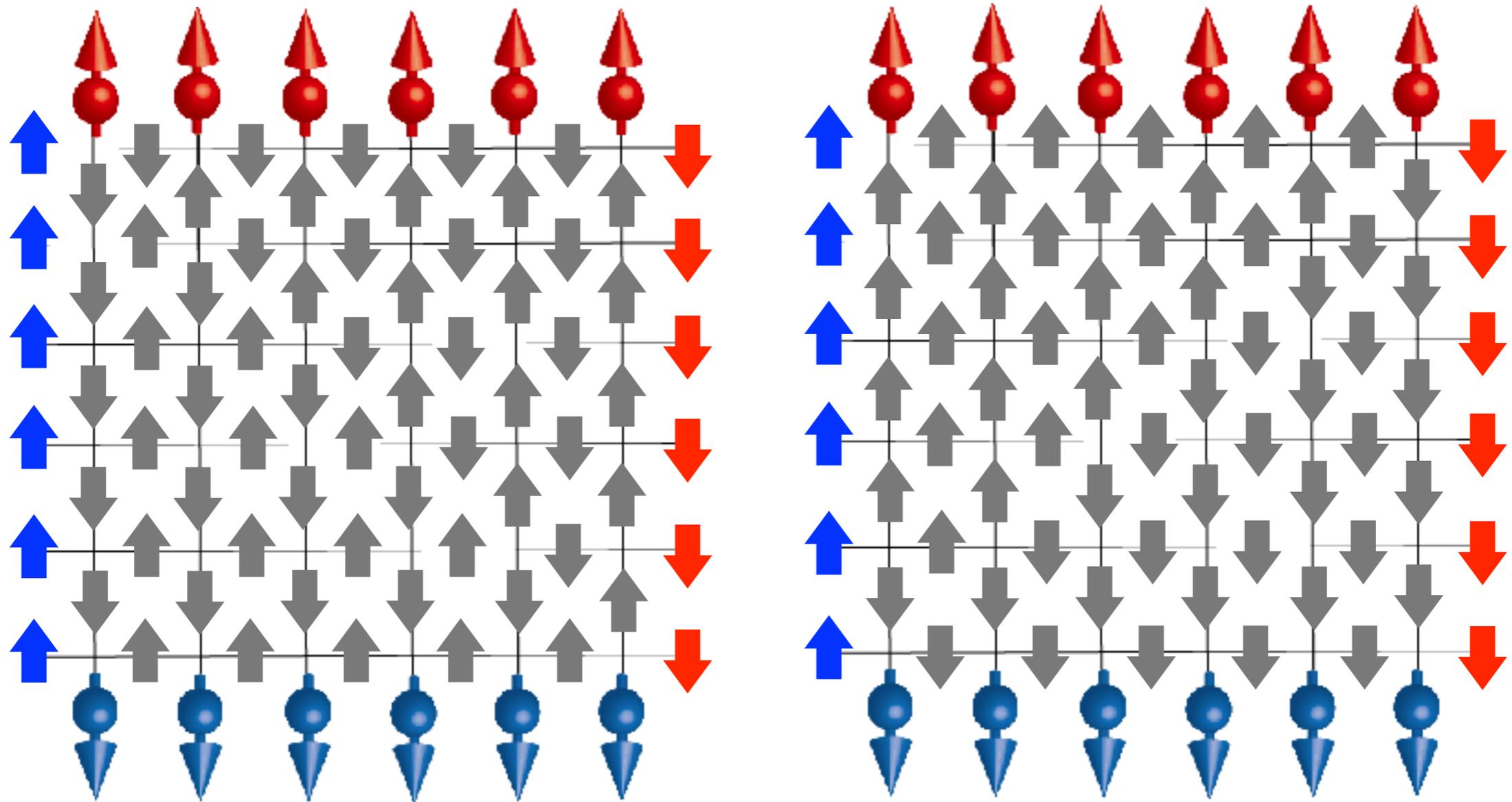
- 水分子の構造
- 極性分子（電荷に偏りがある）
- 平面上での水分子の配置は、さっきの矢印の配置に読み替えられる



- 安定なスピンの状態 = 平面上での水分子の配置！

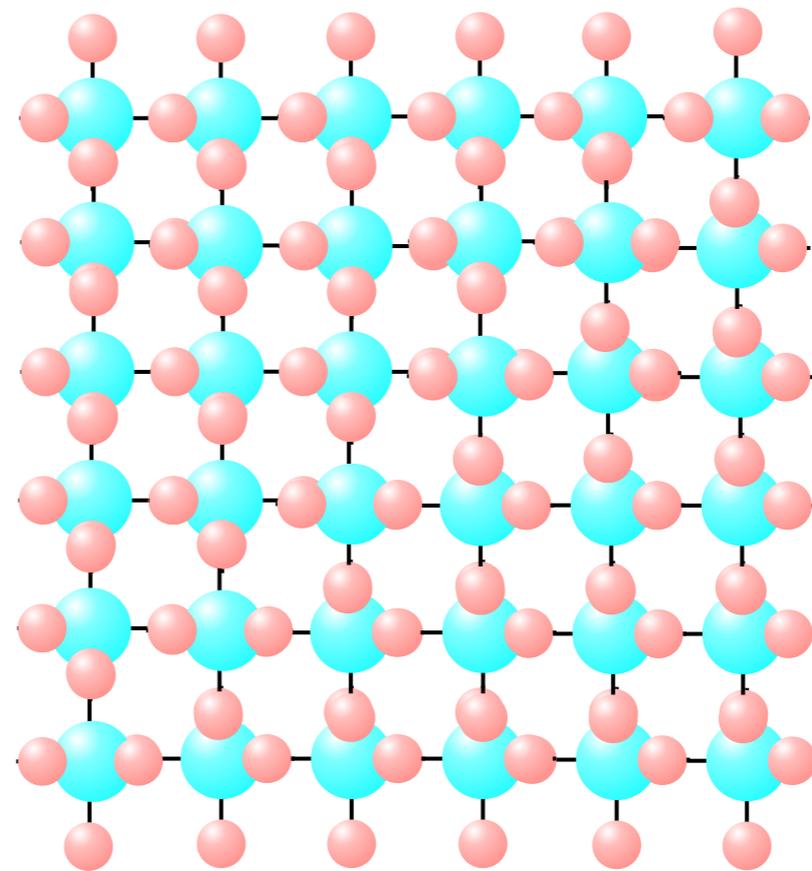
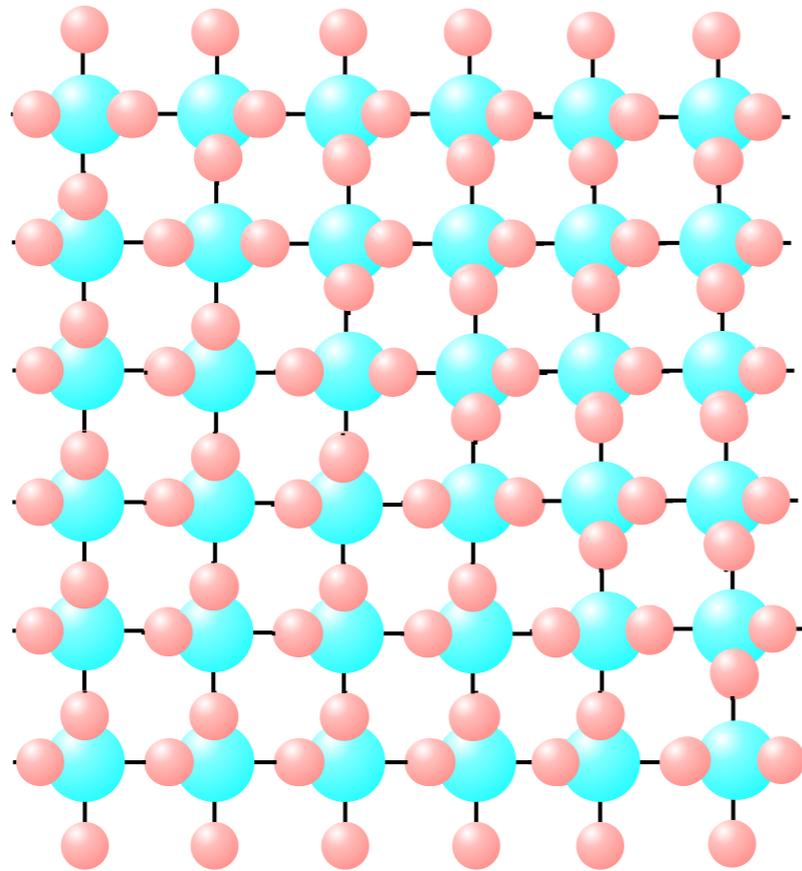
# スピン = 氷！

- 決まった境界条件でのスピン配置の例



# スピン = 氷！！

- 氷の配置への読み替え



# 量子の世界から宇宙へ

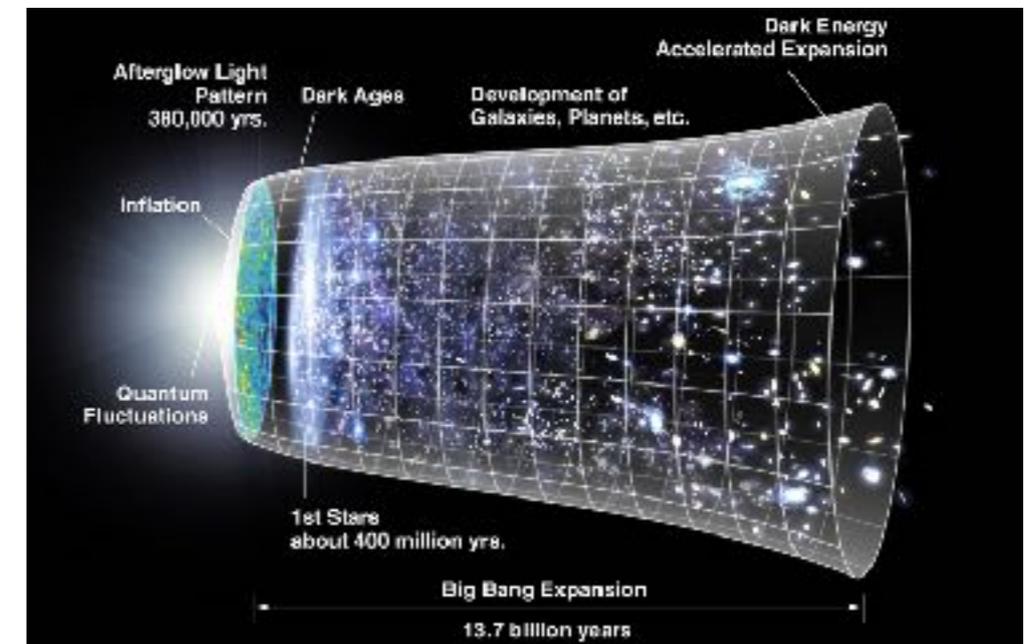
- 宇宙と聞いて何をイメージしますか？

宇宙遊泳

銀河



- 宇宙の歴史は私たちが今いる世界について、たくさんのかを教えてください
- 宇宙初期は高エネルギー  
加速器実験（LHCなど）



高 ← エネルギー → 低

# 宇宙の歴史と力の起源

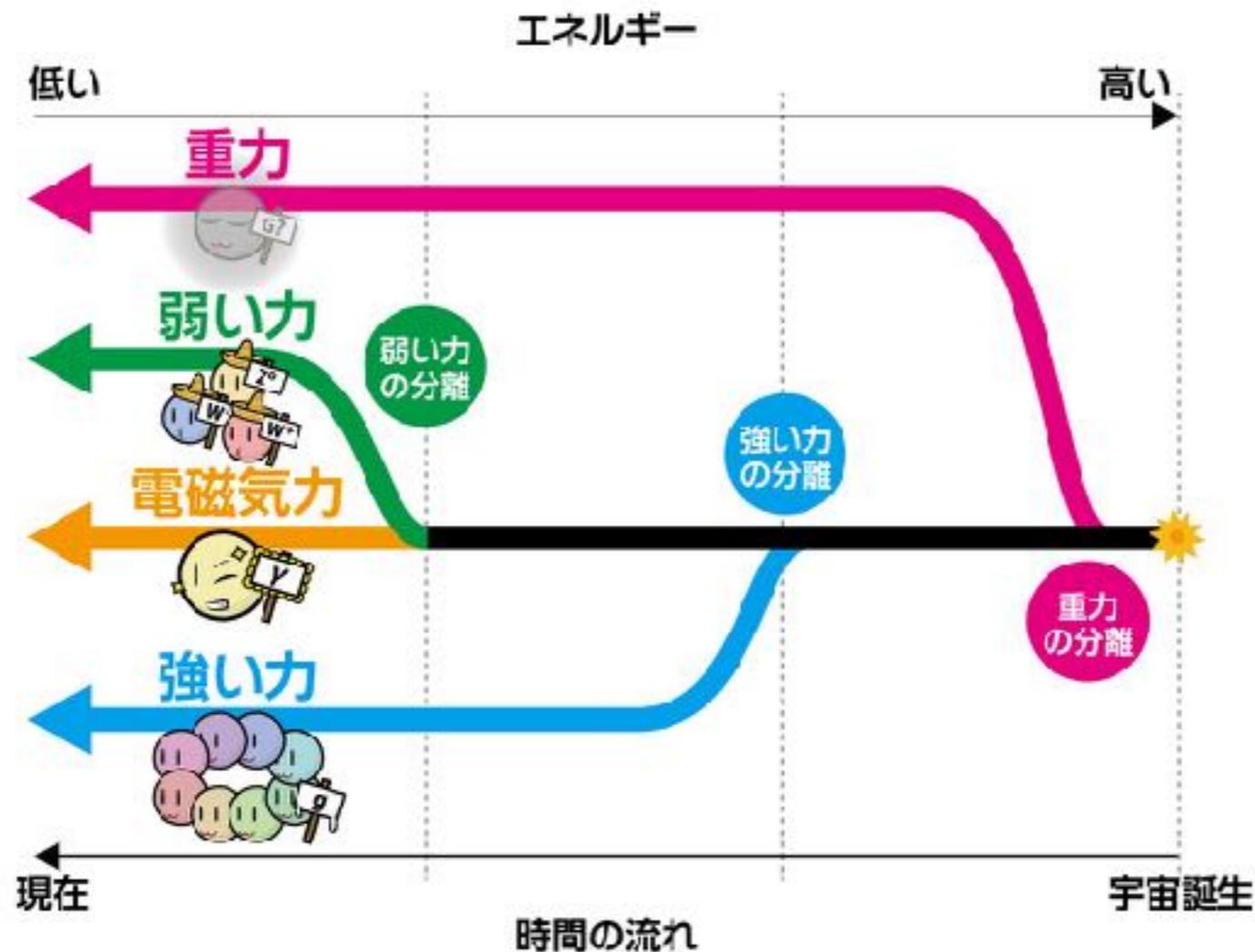
- 私たちが住む世界を支配している力：4つの力  
強い力 > 電磁気力 > 弱い力 >> 重力

基本相互作用 Fundamental Interaction				
	電磁気力 Electromagnetic	弱い力 Weak	強い力 Strong	重力 Gravitation
比べた強さ relative strength	10 <sup>36</sup> とても強い	10 <sup>-28</sup> 強い	10 <sup>38</sup> とてもとても強い	1 とても弱い
届く距離 long-distance behavior	∞ どこまでも届く	10 <sup>-18</sup> 原子核の 1/1000	10 <sup>-15</sup> 原子核サイズ	∞ どこまでも届く
力を伝える粒子 mediators	photon	weak boson (W <sup>-</sup> , Z <sup>0</sup> , W <sup>+</sup> )	gluon	graviton?

重力だけが飛び抜けて  
低エネルギー

# 宇宙の歴史と力の起源

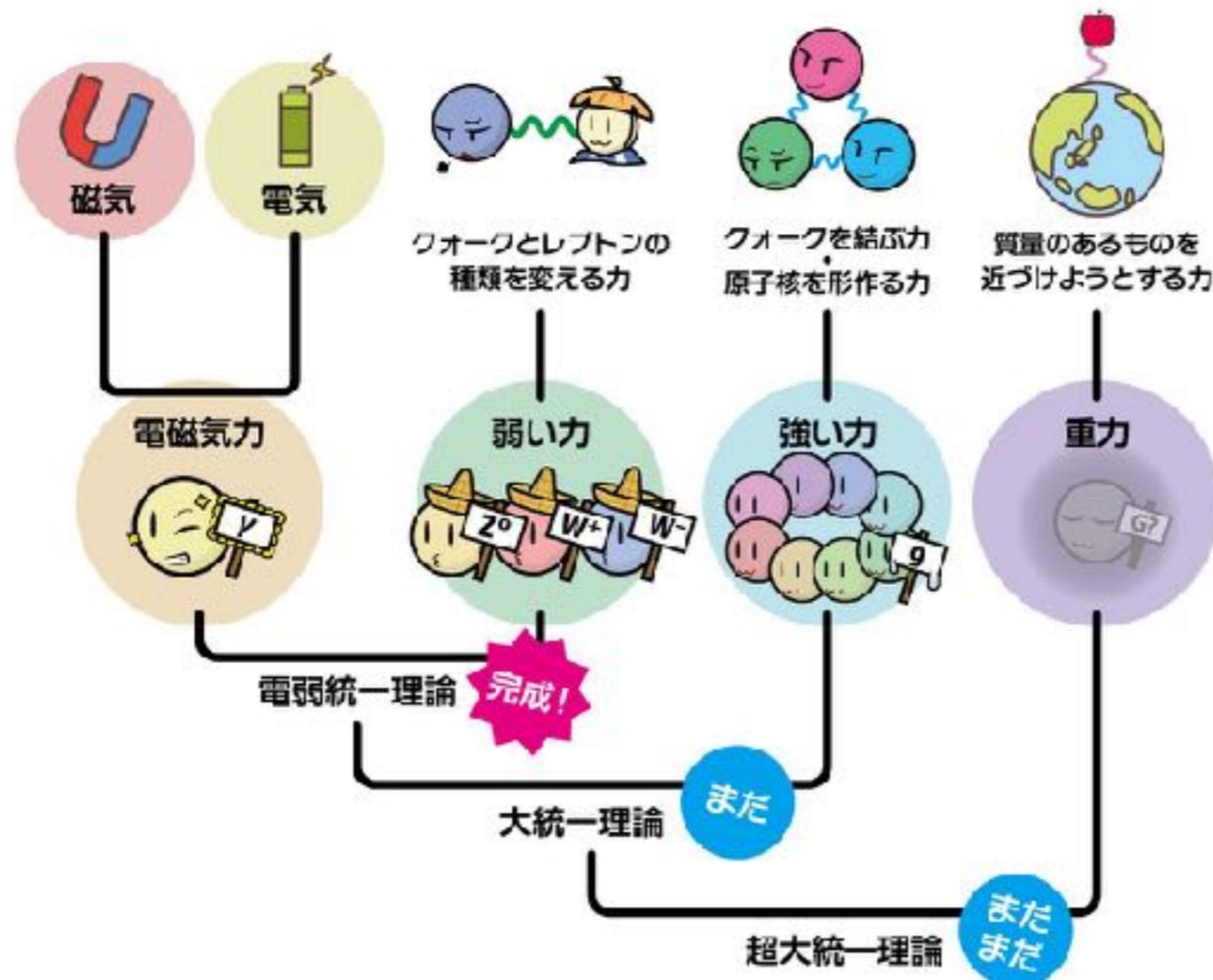
- 4つの力はもとは一つの花だった
- 重力が一番初めに分離



高エネルギーの状態を作り出せば力の起源がわかるはず！

# 力を統一する理論

- 物質を構成する粒子が従う理論 = 量子論
- 重力を記述する理論 = 一般相対論 (大きな物体の理論)



量子重力理論？  
他の3つの力との関係？

# 量子論 + 一般相対論 = ？ ？

- 量子重力理論と他の3つの力との関係が見つかる！

AdS/CFT対応

- AdSとは？

量子重力理論が住む空間

- CFTとは？

等角変換の元で不変な（特に標準理論に類似の）理論

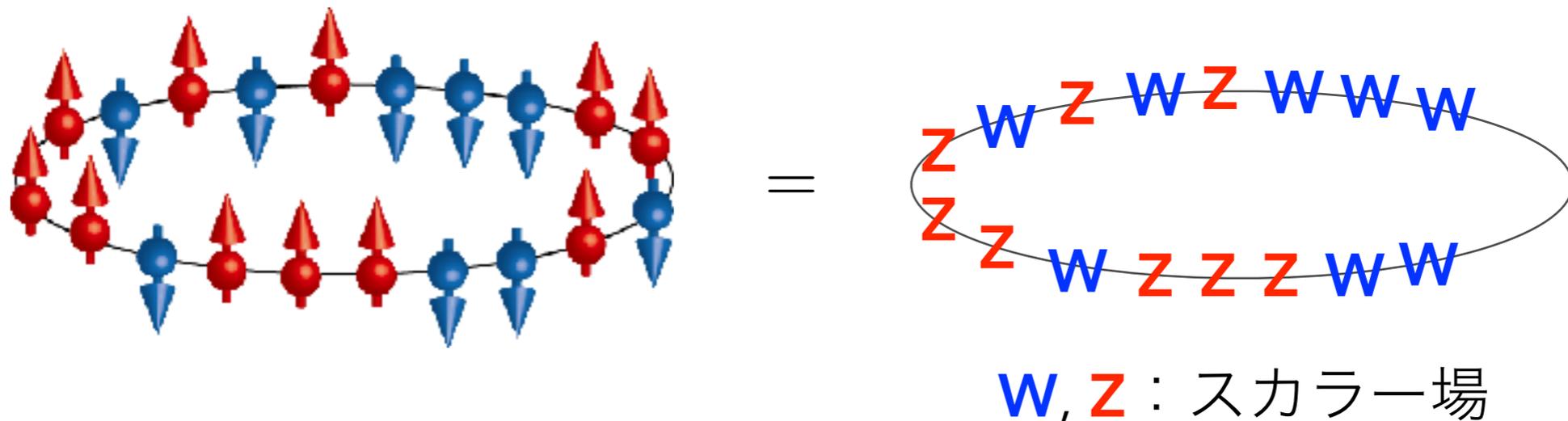
# スピン鎖ふたたび

- AdS空間中の重力理論とその境界上のCFTが等価！

4次元CFT  $\Leftrightarrow$  5次元AdS

次元が1つ下がる  $\approx$  ホログラフィー

- 非常に特殊な場合はスピン鎖とみなせる
- スピン鎖ではいろんな量が計算できる！
- 超大統一理論へ... (と期待)



# まとめ①

- 数学を使うことで、異なって見える現象を同じように理解できる！
- 物理以外でも、数学は様々な分野で応用されています！  
金融、渋滞緩和、感染症伝搬、ファッションデザインなど
- 思っているよりも数学は親しみやすく面白い！
- それでも、やっぱり不安...という人へ

# アンバランスな男女比のなかで

- 学部70人の中で女子はたった4人
- 設備面では問題なし
- 必修がとて多かったのと、教養時代にできた友人がいたので、話し相手がいないと困ったことはあまりない
- 特に研究室に配属されてからは秘書さんや事務の方、少ない女性研究者の方ととても仲良くなった
- 良かった点  
とにかくよく覚えてもらえる！
- 悩んだ点  
学会では必ず一人部屋

# 女性研究者として

- 女性が少ない環境だけど大丈夫ですか？  
性別は違っても同じ学問を志す仲間がいます。また、高校までと違って団体イベントが少ないので、個人が思い思いに活動している印象です。
- 数学科に進むとどんなところへ就職できますか？  
金融保険をはじめ、メーカーからも需要が増えていきます。また、産業界と連携して問題解決に挑むスタディグループも設置されています。
- 数理女子のライフスタイルは？  
人それぞれですが、女性教員も徐々に増えつつあり、相談しやすい環境が整ってきた印象です。

## まとめ②

- 女性教員を増やすことで、様々な場面で女性の意見が反映されるようになってきました！
- 研究職志望以外でも、数学が注目される時代  
数学専攻がぐっと身近に
- 数学に興味のある女子学生は徐々に増えてきている印象  
今後、女子学生の比率が上がる可能性も  
みなさんがそのうちの一人になるかも
- 何より、数学はとても魅力的な学問！  
少しでも興味があれば、一度のぞいてみてください！！

**ご清聴ありがとうございました**