

数学で読み解く「かたちとリズム」

「数学の魅力5」 — 女子中高生のために —

(東京大学大学院数理科学研究科, March 13, 2016)

中村 (荻原) 俊子 (城西大学理学部数学科)

はじめに（自己紹介）

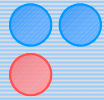
生い立ち

- 札幌育ち
海、山、川ありの「自然に恵まれた環境」
- 高校1年の夏より、東京
- 中高の数学教諭をしていた母の影響もあり、数学好き
- 小学生の頃より、将来の夢はほぼずっと「教員」

**JST発行「ロールモデル集」
懸命に取り組んで知った数学の
魅力、チャンスを生かし研究職に**



Copyright © JST



はじめに（自己紹介）

好きな偉人

マリー・キュリー(1867～1934年)

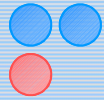
ポーランド出身の物理学者・化学者、ノーベル賞2度受賞

- 大学時代、フランス語の授業で伝記を読む。
- 2012年春、城西大学水田美術館にて
「キュリー夫人展
ーポーランドが生んだ女性科学者、今なお光輝く理由ー」
(ポーランド大使館協力) 展示パネル翻訳

ソフィア・コワレフスカヤ(1850～1891年)

ロシア出身の女性数学者

- 高校時代に伝記を読む。(大学の入学前課題)
- 私の研究分野：関数解析 → 微分方程式論
「コーシー・コワレフスキーの定理」

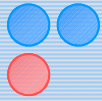


はじめに（自己紹介）

専門分野

微分方程式論
応用解析学

最近は、数理モデルの数学解析を通して、自然現象や社会現象を理解することに興味があります。



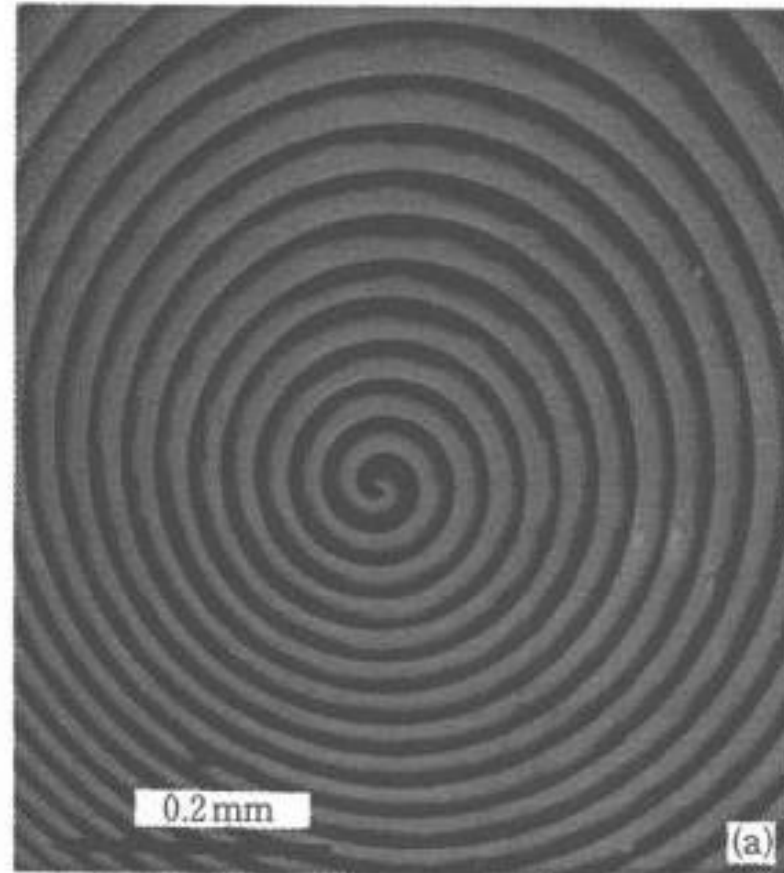
研究紹介

1. 結晶成長の数学解析

渦巻き模様が
生じるのはどうして？

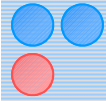


らせん転位による結晶成長
(Frank, 1949)
(Burton-Cabrera-Frank, 1952)

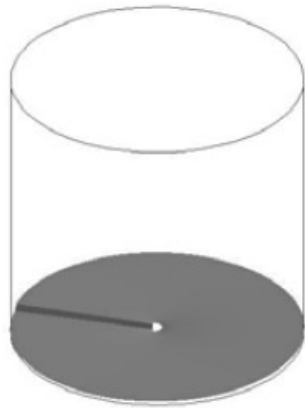


炭化ケイ素の結晶表面

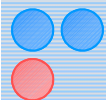
[Sunagawa-Narita-Bennema-van der Hoek,
J. Crystal Growth 42 (1977) 125]



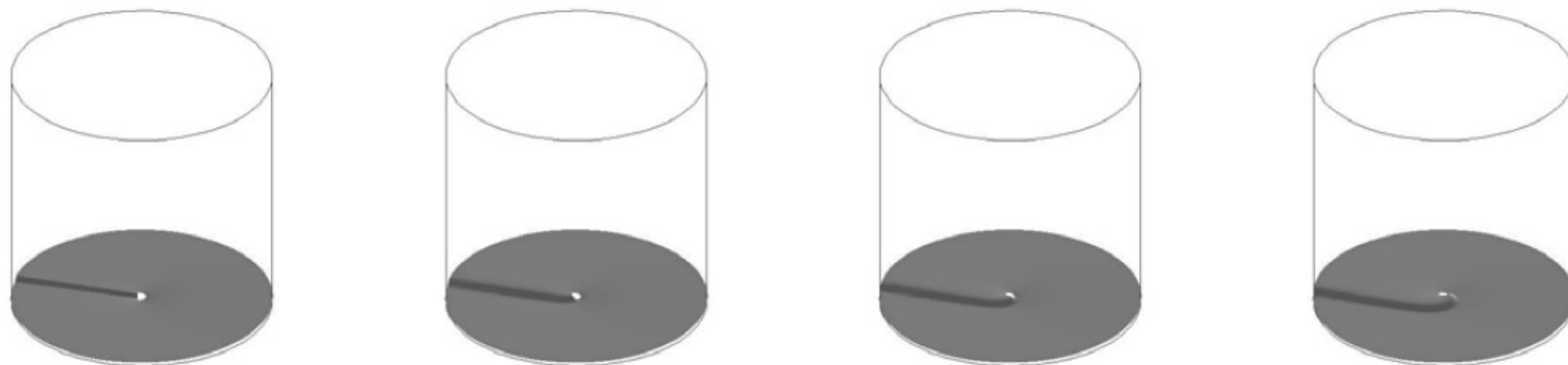
らせん転位による結晶成長メカニズム (Frank, 1949) (Burton-Cabrera-Frank, 1952)



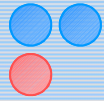
1. 圧力や電位などの影響で結晶表面に段差（格子欠陥）が生じます。



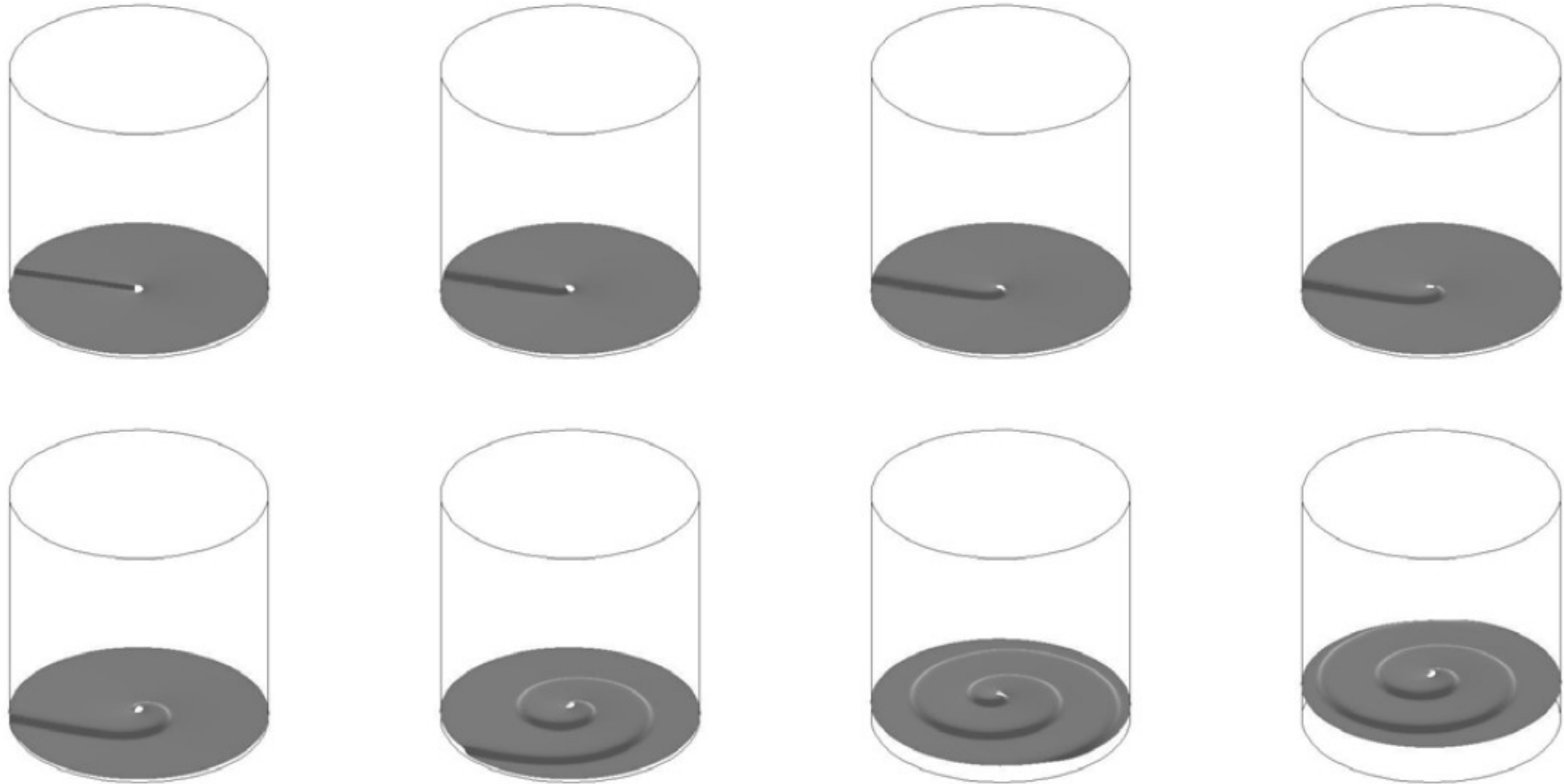
らせん転位による結晶成長メカニズム (Frank, 1949) (Burton-Cabrera-Frank, 1952)



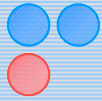
2. 分子は、この段差部分で結晶に結合します。



らせん転位による結晶成長メカニズム (Frank, 1949) (Burton-Cabrera-Frank, 1952)



3. 段差部分が渦巻きながら、結晶は成長していきます。



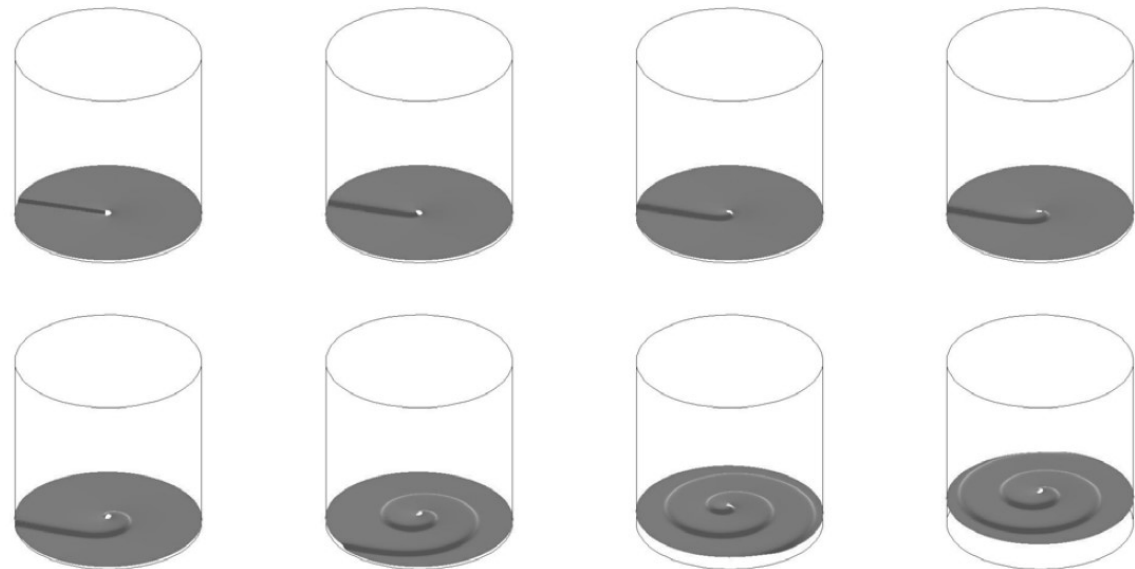
らせん転位による結晶成長

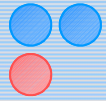
数理モデル 小林亮氏（広島大学）

微分方程式

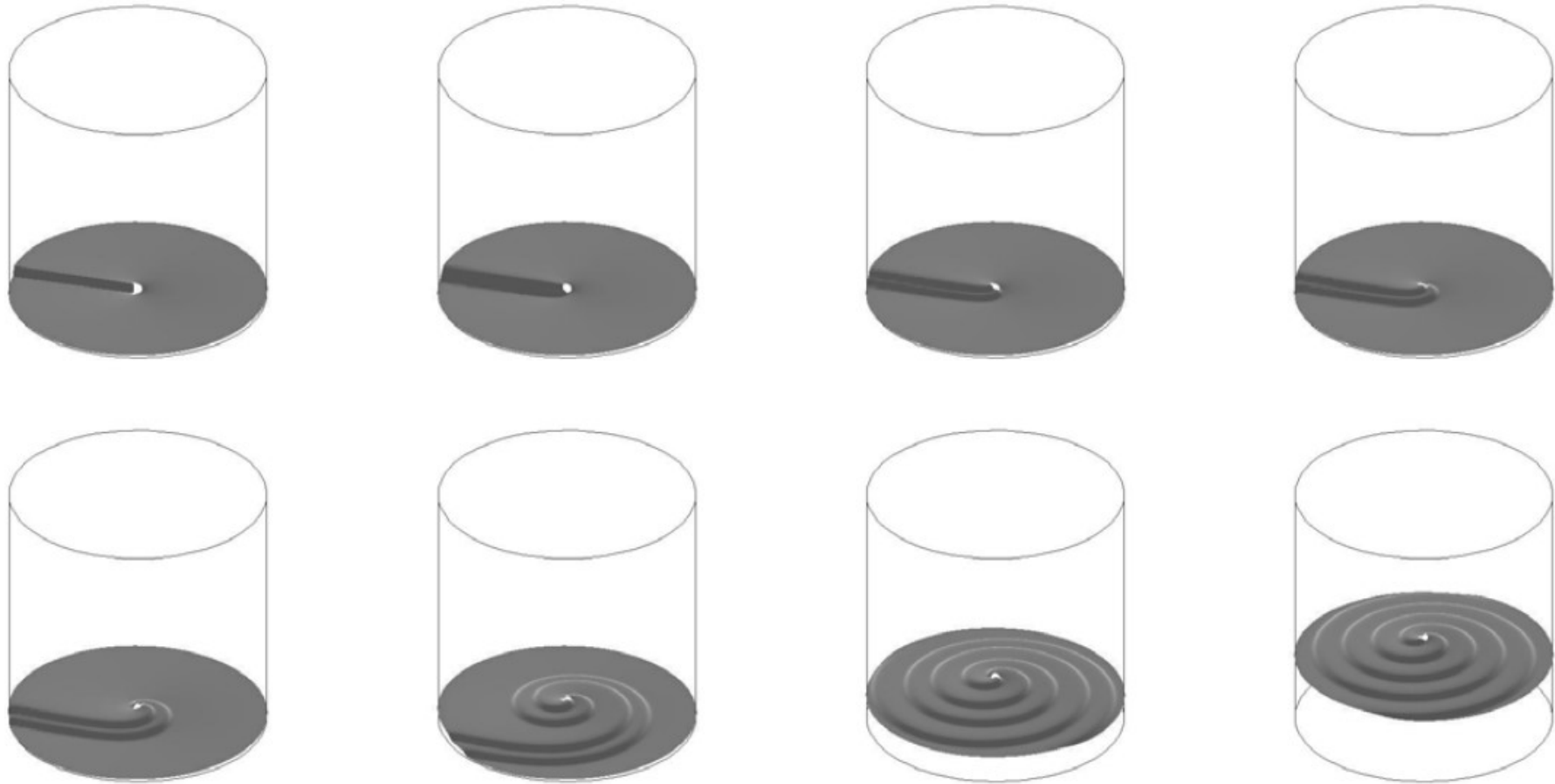
結晶の成長速度 = 分子の「拡散」 + 「結晶への結合力」
の相乗効果

数理モデルがあると、
「シミュレーション」や
「数学解析」を行うこと
ができます。



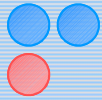


らせん転位による結晶成長シミュレーション



【2段の格子欠陥】

2重らせん模様を回転させながら成長していく様子を観察できます。

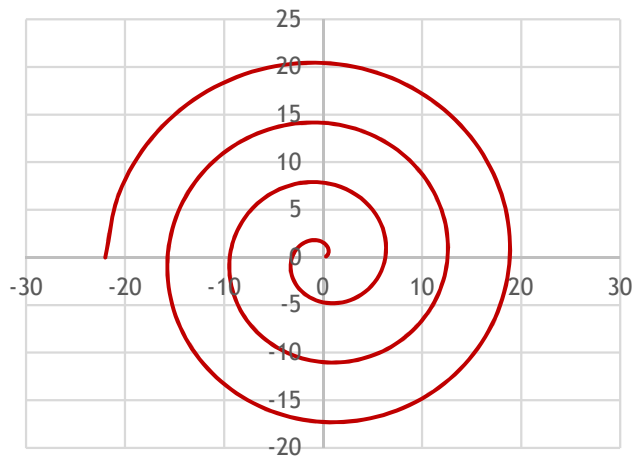


らせん転位による結晶成長

数学解析 (Nakamura-O., 2003, 2006, 2012)

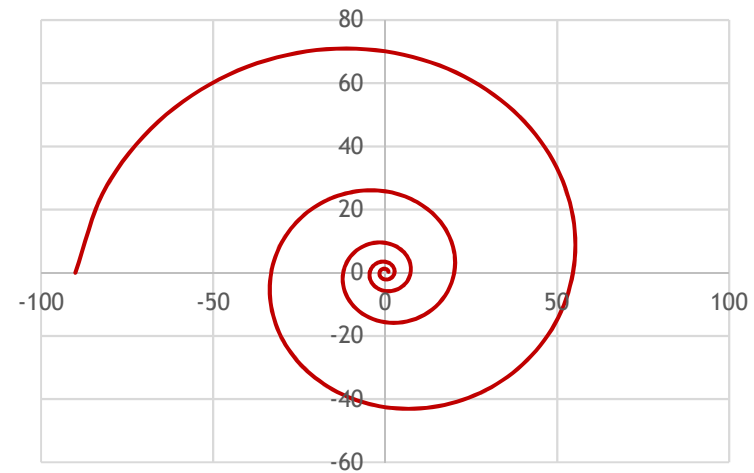
- 一定の（角）速度で回転しながら、結晶成長していくことを数学的に証明
- 曲線の形状についての解析

アルキメデスのらせん

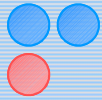


$$r = a\theta \quad (a: \text{定数})$$

【参考】ベルヌーイのらせん(対数らせん)



$$r = ae^{b\theta} \quad (a, b: \text{定数})$$



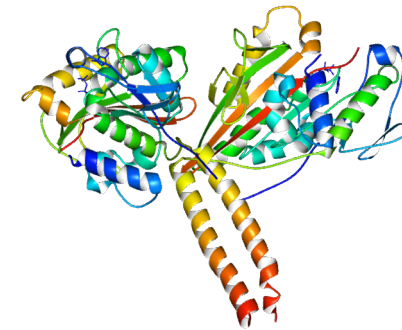
研究紹介

2. 分子モーターモデル（細胞内の物質輸送モデル） の数学解析

分子モーター

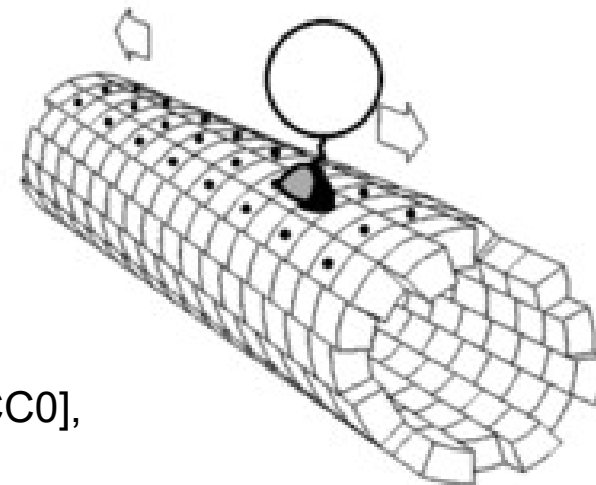
細胞内で、ATPの加水分解で放出される化学エネルギーを力学エネルギーに変換する生物分子の総称。
分子モーターの働きにより、細胞運動や、細胞内での様々な物質の輸送が行われる。

例】キネシンやミオシンなどのタンパク質



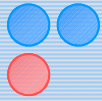
キネシン(二量体)

© PDBj  PDBID:3KIN



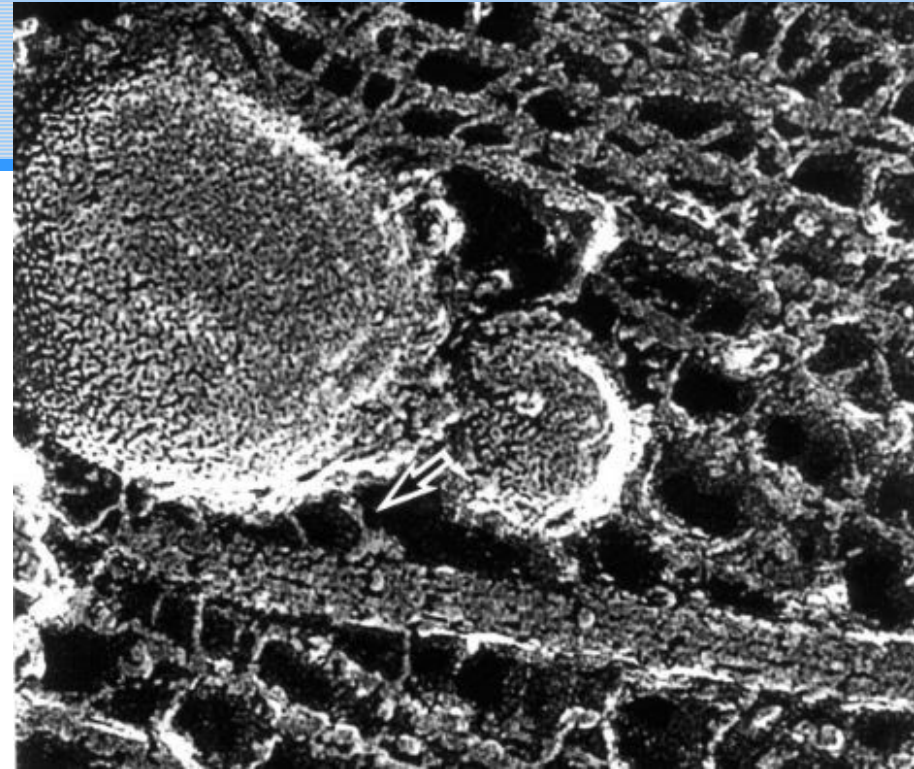
キネシンは二足歩行
するように運動

By Jzp706 (Own work) [CC0],
via Wikimedia Commons.



分子モーターの数理モデル

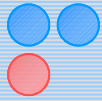
どのような仕組みで
キネシンは運動する
のだろうか？



微小管に沿って積荷を運ぶ、モーター
分子キネシンの電子顕微鏡写真
(廣川信隆研究室(東京大学大学院
医学研究科)ホームページより)

分子モーターモデル
「ブラウン・ラチェットモデル」

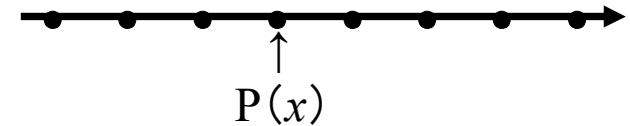
ブラウン運動 (ランダムな運動)
+
非対称 (非一様) な構造



ブラウン・ラチェットのアイデア

不思議なゲーム

数直線上の動点 $P(x)$ (x は整数)



Game A

点 P は, x を 3 で割ると
 割り切れるとき: +4 進む
 余りが 1 のとき: -2 進む
 余りが 2 のとき: -2 進む

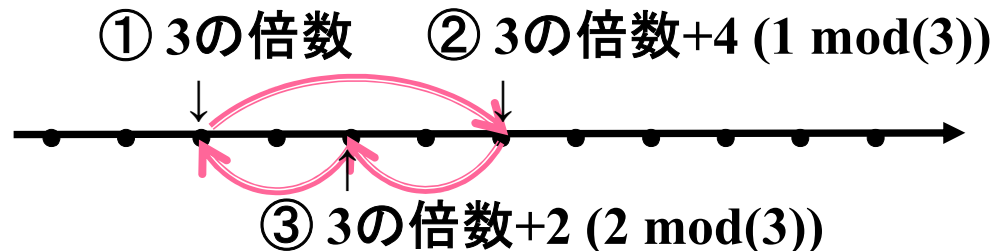
Game B

点 P は, x を 3 で割ると
 割り切れるとき: 0 進む
 余りが 1 のとき: -1 進む
 余りが 2 のとき: +1 進む

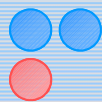
S_n : 第 n ステップの変位 ($n=1,2,3,\dots$)

変位の期待値 $E_a = 0$

変位の期待値 $E_b = 0$

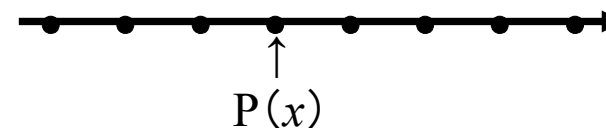


どちらのゲームも,
 変位の期待値はゼロ



ブラウン・ラチェットのしくみ

- どちらのゲームも変位の期待値はゼロ
- しかし, ABABAB...と交互に行うと進む



<u>Game A</u>		<u>Game B</u>	
(k: 整数)			
$3k$	\rightarrow	$3k+4$	\rightarrow $3k+3$
$3k+1$	\rightarrow	$3k-1$	\rightarrow $3k$
$3k+2$	\rightarrow	$3k$	\rightarrow $3k$

Parrondoのパラドックス (1996)

確率的に負けるはずの2つのゲームのランダムな組み合わせで、勝ち越せるようになるというパラドックス(逆説)

- ・コイン投げゲーム



分子モーターモデルの数学解析 (Hilhorst-Matano-O.)

数理モデルについて、安定に物質輸送が実現されることを証明。

(東京大学工学部 プレスリリース)

2016.03.01

二本足で歩く分子モータータンパク質キネシンの足の動き
を精細に可視化 : 物理工学専攻 富重道雄 准教授ら