

銀行における確率論の応用

— 安心して下さい、ちゃんと世の役に立っていますよ —

三菱 UFJ フィナンシャルグループ/

(東京大学大学院数理科学研究科客員教授)

長山 いづみ

I. はじめに

銀行、証券会社、保険会社においても、数学を必要としています。

- 単に、数字に抵抗がないとか、足し算掛け算など計算が上手ということではなく、大学や大学院で学ぶ数学の専門知識や考え方が直接的に使われています。
- 複雑な金融商品（今日お話しするオプションなど）の適正価格や、保険商品の適正な保険料計算に、確率論、微分方程式、数値計算技術が必要です。
- 銀行のリスク（損をする可能性）を分析するために、将来損失額がいくらになる可能性が何%かを、過去のデータから統計学を応用して算定しています。
- お金にまみれた仕事、あこぎな商売というのとは全く違います、安心して下さい女性にとって働きやすい職場です。

II. 準備 期待値とは

1 枚 300 円で、以下の当選金の宝くじが、全部で 1000 万枚売られるとしましょう。

- 1 等当選金 5 億円、1 枚 当選確率 1000 万分の 1
- 2 等当選金 300 円、100 万枚 当選確率 10 分の 1、
- 残りは、はずれくじ（当選金なし）

$$\begin{aligned}\text{当選金の期待値} &= 1 \text{ 枚当たり、平均的に得られるであろう金額} \\ &= (\text{得られる金額} \times \text{それが起こる確率}) \text{ の合計} \\ &= 5 \text{ 億円} \times (1/1000 \text{ 万}) + 300 \text{ 円} \times (1/10) \\ &= 50 \text{ 円} + 30 \text{ 円} = 80 \text{ 円} \ll 300 \text{ 円}\end{aligned}$$

III. 銀行における確率論の応用の例の話（問題設定）

もうすぐ中学 1 年生になる花子さんと、お父さんの、ある日の会話です。

お父さん 「花子はいよいよ中学 1 年生だね。来年の春休みには、英語が少し話せるようになっていると思うから、家族でアメリカ旅行に行こうか」

花子 「わーい。ありがとう。アメリカに連れて行ってもらえるなら、クマの縫いぐるみを買いたいな。値段は 200 ドルだって。お父さん、200 ドルってどうすれば手に入るの？」

お父さん 「銀行に行けば買えるよ。今は 1 ドル 100 円だから、200 ドルは 2 万円必要だよ。」

花子 「えー、今年のお正月にもらったお年玉 2 万円は使っちゃって、今 1000 円しかないよ。来年のお正月も 2 万円もらえるとしてそれでドルを買えばちょうどいいね。」

お父さん「ドルの価格は変化するんだよ。来年、年が明けるときは、80%の確率で110円、20%の確率で90円というところかな。」

花子「えー。もし1ドルが110円になっていたら、ぬいぐるみ買えないよ、どうしよう。」

お父さん「それなら、オプションという商品があるよ。調べてごらん。」

お父さんが言っていたオプションとは、来年の年明けに「1ドルを100円で買う権利」が書かれた券のことです。このオプション券を200枚持っている場合と持っていない場合とで、来年どういうことになるか比較してみましょう。

来年の1\$の価格	オプションを持っている場合	オプションを持たない場合
110円	オプションの権利を使って、2万円で2ドルを買う	200ドル買うには、22000円必要 ⇒足りない！
90円	オプションの権利は使わないで、銀行で普通に200ドル買う	18000円で200ドル買える ⇒銀行で普通に買う

このオプション券が200枚ドル分あれば、お年玉2万円の範囲内で必ず200ドル買えます。

1ドル分に対するこのオプション券は、5円で売られていることがわかりました。200ドル分のオプション券は1000円、つまり花子さんの手持ちのお小遣いで買えます！

花子さんの考察

結局、1ドルに対するオプションについて考えると

来年おこる事象	1ドル買うのに必要な金額		オプションがあることによる利得
	オプションあり	オプションなし	
A: 1\$=110¥	100円	110円	10円
B: 1\$=90¥	90円	90円	0円

このオプション券1枚がもたらす利得の期待値は

$$10円 \times 80\% + 0円 \times 20\% = 8円$$

それなのに、銀行はこのオプションを5円で売っているなんて、銀行は大丈夫なのかな？

ではこれから、オプションの価格はどのように決まるのか、確率の考え方を交えながら説明していきましょう。

今日は一番簡単な例でお話ししますが、実際には、大学院で学ぶような高等な数学が銀行の仕事で実際に使われています。嬉しいことに、伊藤積分、伊藤の公式、丸山ギルサノフの定理、田中の公式、楠岡近似など、偉大なる日本人数学者が発見した定理や手法が直接的に役立てられています。銀行における専門家チームの間では、これらの専門用語が日常的に飛び交っていて、街で見かける銀行の支店とはまた全然雰囲気の違いの違う職場です。