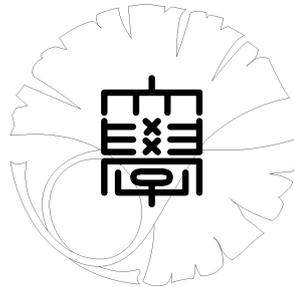


# 研 究 成 果 報 告 書

令 和 5 年 度

**Annual Report**  
**2023**



東京大学大学院数理科学研究科

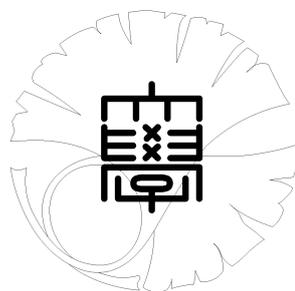
Graduate School of Mathematical Sciences  
The University of Tokyo

# 研 究 成 果 報 告 書

令 和 5 年 度

Annual Report

2023



東京大学大学院数理科学研究科

Graduate School of Mathematical Sciences

The University of Tokyo

## 序文

## Preface

本冊子は東京大学大学院数理科学研究科メンバーの 2023 年度の活動記録です。

今年度は、新型コロナウイルス感染症の感染症法における位置づけが 2023 年 5 月 8 日に「2 類相当」から「5 類感染症」に移行し、駒場キャンパスの警戒ステージもグリーンに変わりました。これに伴い、一律の基本的感染対策から個別の判断による慎重な対策をしつつ、数理科学研究科の対面での活発な活動が再開されました。

1992 年 4 月に設置された数理科学研究科は、当時の理学部数学教室、教養学部数学教室、教養学部基礎科学科第一基礎数学教室を母体とする独立研究科です。本研究科は、大学院のみならず学部数学教育も担う部局です。具体的には、東京大学の前期課程の数学教育、理学部数学科の教育を担当するだけでなく、教養学部統合自然科学科の数理自然科学コースの数理教育を担っています。これは、数理科学研究科創立当時から現在にいたる一貫した我々の立場です。

各メンバーの報告の前にここではいくつかの特筆事項を記載します。

東京大学大学院数理科学研究科とフランス国立科学研究センター (CNRS) の間で日仏数学連携拠点 “French-Japanese Laboratory of Mathematics and its Interactions” (略称 FJ-LMI) が設立されました。拠点設立の調印式が、2023 年 10 月 3 日に本郷キャンパスの安田講堂で行われ、本学の藤井輝夫総長の列席のもと斎藤毅数理科学研究科長と Petit (ペティ) フランス国立科学研究センター会長が署名しました。CNRS の拠点 (Laboratory) は東京大学では 5 つ目、数学においては日本初のものとなります。この新しい国際拠点 FJ-LMI は日仏の数学研究交流のこれまでの活発な実績を踏まえて駒場キャンパスの数理棟に設置されたもので、さらに交流を深化させる推進力となるもので、Pevzner 教授がフランス側代表、小林俊行教授が日本側代表となってスタートしました。

さて、2012 年に本研究科において採択された「数物フロンティア・リーディング大学院」(FMSP) のプログラムに続き、2019 年度に東京大学国際卓越大学院教育プログラム (WINGS) の一環として数物フロンティア国際卓越大学院 (FMSP) が開設されました。WINGS-FMSP は学内では理学系研究科、経済学研究科、新領域創成科学研究科、工学系研究科、情報理工学系研究科、医学系研究科、総合文化研究科、Kavli IPMU の連携によるプログラムです。FMSP で導入された複数教員指導体制や「数物先端科学」、「数物連携先端科学」、「社会数理先端科学」、「社会数理実践研究」、「インターンシップ」などのコースワークは発展的に継承されています。また文部科学省の卓越大学院プログラムに採択された「変革を駆動する先端物理・数学プログラム (FoPM)」の連携機関として、5 年間の修士博士課程教育を行なっています。

数物フロンティア国際卓越大学院では、社会数理実践研究の成果報告会を、渋谷 QWS にて東大 FSI シンポジウムの一つとして開催しました。さらに、コース生のポスター発表をCOMMONルームで行うなど、しばらくオンライン中心であった活動の多くを、対面形式に戻すことができ、コース生同士や関係者の間の交流が活発になりました。数理科学連携基盤センターでは、産業界からの課題解決のためのスタディグループを継続する一方で、数物フロンティア国際卓越大学院の社会数理実践研究を支援しました。また、マス・フォア・インダストリ・プラットフォーム (MfIP) 会議や経団連数理活用産学連携イニシアティブへの参加を通じて、全国の数学・数理科学関係機関や学協会とともに、数理科学の社会活用支援や広報を行いました。

2023 年度における当研究科の教員の異動は以下の通りでした。4 月 1 日に葉廣和夫教授が京都大学から、着任されました。パリ・サクレ大学 (Paris-Saclay) の Guy Henniart 教授が 4 月から 7 月まで、客員教授

として数理科学研究科に滞在されました。一方、数理科学研究科からの教員の異動については、永年数理科学研究科のために貢献いただきました新井敏康教授、山本昌宏教授、松本久義准教授が定年で退職されました。また、緒方芳子教授が京都大学数理解析研究所へ異動し、鮑園園助教と中村勇哉助教はそれぞれ東北大学大学院情報科学研究科と名古屋大学大学院多元数理科学研究科の准教授として栄転されました。上坂正晃特任准教授は退職され、上田祐暉特任助教は北海道大学電子科学研究所の特任助教に異動されました。また、阿部紀行准教授、権業善範准教授、佐々田槇子准教授が10月より教授に昇任し、11月に浅井聡太氏と坪内俊太郎氏がそれぞれ日本学術振興会特別研究員と特任研究員から特任助教に着任されました。

2023年度における当研究科のメンバーの受賞等を紹介いたします。大島芳樹准教授と権業善範准教授が、令和5年度科学技術分野の文部科学大臣表彰「若手科学者賞」を受賞されました。第2回日本数学会賞小平邦彦賞を受賞された伊原康隆氏（東京大学名誉教授・業績題目：数論の研究）、儀我美一氏（東京大学名誉教授/大学院数理科学研究科特任教授・業績題目：非線形問題の数理解析）、森田茂之氏（東京大学名誉教授・業績題目：特性類の幾何学）が2023年9月に東京大学駒場キャンパスの900番教室で受賞講演を行われました。坪内俊太郎氏が、2023年度日本数学会賞建部賢弘奨励賞を受賞されました。田了准教授が、第15回函数方程式論分科会福原賞を受賞されました。佐々田槇子教授が、現象数理学三村賞奨励賞を受賞されました。また、関口英子准教授が2023年の北欧国際数学会議で招待講演を行われました。

アウトリーチ活動としては、11月25日に2023年度の公開講座「統計と数学」をハイブリッド形式で実施し、増田弘毅教授、吉田朋広教授、小池祐太准教授が、統計学における数学の役割について講演しました。対面とオンライン参加者を合わせて350名を越える盛況となりました。また、「数学の魅力」という企画を行い、主に女子中高生を対象とした参加者に対して、学内外の先生に数学の魅力を伝える講演をしていただき。また参加者同士の交流を目的として交流会を行いました。対面とオンライン参加者を合わせて150名を越える盛況となりました。

2023年度も教育・研究において大きな成果を達成することができました。研究科メンバーの尽力は言うまでもありませんが、それに加えて、この困難な時期にもかかわらず数理科学研究科の活動を日々献身的に支えてくださっている事務職員の方々のおかげです。事務職員のみなさまに深く感謝いたします。

2024年5月  
東京大学大学院数理科学研究科  
2023年度大学院数理科学研究科 専攻長  
理学部数学科 学科長  
小林 俊行

# 目 次

## 序 文

## 個人別研究活動報告項目についての説明

### 1. 個人別研究活動報告

- 教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1
- 特別教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 6 5
- 准教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 6 8
- 助教・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 1 4
- 特任教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 2 3
- 特任准教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 3 7
- 特任助教・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 3 8
- 日仏数学連携拠点・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 4 4
- 連携併任講座 – 客員教授・准教授・・・・・・・・・・・・ 1 4 7
- 学振特別研究員・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 4 9
- 特任研究員・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 6 6
- 協力研究員・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 7 9
- 博士課程学生・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 8 5
- 修士課程学生・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 4 7

### 2. 学位取得者

- 博士号取得者・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 5 9
- 修士号取得者・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 6 2

### 3. 学術雑誌 – 東大数理科学ジャーナル30巻・・・・・・・・・・・・ 2 6 6

### 4. 公開講座・研究集会等・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 6 7

### 5. 談話会・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 7 9

### 6. 公開セミナー・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 8 1

### 7. 日本学術振興会特別研究員採用者(研究課題)リスト・・・・・・・・ 2 9 8

### 8. 令和5年度ビジターリスト・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 0 1

# CONTENTS

Preface

Format of the Individual Research Activity Reports

## 1. Individual Research Activity Reports

- Professors ..... 1
- University Professors ..... 6 5
- Associate Professors ..... 6 8
- Research Associates ..... 1 1 4
- Project Professors ..... 1 2 3
- Project Associate Professors ..... 1 3 7
- Project Research Associates ..... 1 3 8
- Laboratoire de Mathématiques Franco-Japonais du CNRS ..... 1 4 4
- Special Visiting Chairs – Visiting (Associate) Professors ..... 1 4 7
- JSPS Fellows ..... 1 4 9
- Project Researchers ..... 1 6 6
- Associate Fellows ..... 1 7 9
- Doctoral Course Students ..... 1 8 5
- Master’s Course Students ..... 2 4 7

## 2. Graduate Degrees Conferred

- Doctoral—Ph.D. : conferee, thesis title, and date ..... 2 5 9
- Master of Mathematical Sciences : conferee, thesis title, and date ..... 2 6 2

## 3. Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, Vol. 30 ..... 2 6 6

## 4. Public Lectures, Symposiums, and Workshops etc ..... 2 6 7

## 5. Colloquium ..... 2 7 9

## 6. Seminars ..... 2 8 1

## 7. JSPS Fellow List ..... 2 9 8

## 8. Visitor List of the Fiscal Year 2023 ..... 3 0 1

## 個人別研究活動報告項目の説明

### A. 研究概要

- 研究の要約（日本語と英語）。

### B. 発表論文

- 5年以内（2019～2023年度）のもので10篇以内。書籍も含む。  
但し、2023年1月1日～2023年12月31日に出版されたものはすべて含む。

### C. 口頭発表

- シンポジウムや学外セミナー等での発表で、5年以内（2019～2023年度）のもの10項目以内。

### D. 講義

- 講義名、簡単な内容説明と講義の種類。
- 講義の種類は、
  1. 大学院講義または大学院・4年生共通講義
  2. 理学部2年生（後期）・理学部3年生向け講義
  3. 教養学部前期課程講義, 教養学部基礎科学科講義
  4. 集中講義に類別した。

### E. 修士・博士論文

- 令和5年度中に当該教員の指導（指導教員または論文主査）によって学位を取得した者の氏名および論文題目。

### F. 対外研究サービス

- 学会役員、雑誌のエディター、学外セミナーやシンポジウムのオーガナイザー等。

### G. 受賞

- 過去5年間の受賞。

### H. 海外からのビジター

- JSPS等で海外からのビジターのホストになった者は、研究内容、講演のスケジュール、内容などの簡単な紹介を書く。人数が多い場合は、主なものを5件までとした。

※ 当該項目に記述のないものは、項目名も省略した。

# Format of the Individual Research Activity Reports

## A. Research outline

- Abstract of current research (in Japanese and English).

## B. Publications

- Selected publications of the past five years (up to ten items, including books).  
As an exceptional rule, the lists include all the publications issued in the period  
2023.1.1~2023.12.31

## C. Invited addresses

- Selected invited addresses of the past five years (symposia, seminars etc., up to ten items).

## D. Courses given

- For each course, the title, a brief description and its classification are listed.

Course classifications are:

1. graduate level or joint fourth year/graduate level;
2. third year level (in the Faculty of Science);
3. courses in the Faculty of General Education\*;
4. intensive courses.

\*Courses in the Faculty of General Education include those offered in the Department of Pure and Applied Sciences (in third and fourth years).

## E. Master's and doctoral theses supervised

- Supervised theses of students who obtained degrees in the academic year ending in March, 2023.

## F. External academic duties

- Committee membership in learned societies, editorial work, organization of external symposia, etc.

## G. Awards

- Awards received over the past five years.

## H. Host of Foreign Visiter by JSPS et al.

- Brief activities of the visitors; topics, contents and talk schedules, up to five visitors

# 1. 個人別研究活動報告

## Individual Research Activity Reports

### 教授 (Professors)

会田 茂樹 (AIDA Shigeki)

#### A. 研究概要

今年度の研究内容は以下の通りである。

(1) 有界変動な経路依存項を含んだ RDE の研究：伊藤の確率微分方程式 (SDE) は、各時点の現在位置のみに依存するマルコフ型のみならず、過去の経路にも依存する方程式として定式化されている。ノイマン境界条件のラプラシアンを生成作用素とするマルコフ過程の反射壁確率微分方程式もそのような方程式に見直すことが可能であるし、応用上重要な、過去の最大値・最小値に依存する方程式もこのクラスに属する。ラフパスで駆動される方程式 (=RDE) は、セミマルチンゲールとは限らない駆動過程に対して定義される重要な微分方程式だが、応用上重要な経路依存の方程式を含める形での研究は、伊藤の SDE とは異なり、大きな困難があることが知られている。例えば、私自身の反射壁 RDE および 2016 年ごろからの研究 (プレプリント) で、解の存在は示せるが、一意性を示すのは困難であることが知られていた。私自身の研究の後、空間が 1 次元の場合であれば、反射壁 RDE の解の一意性は示せる (Gubinelli, et al. 2019) が多次元の場合は、一意性が成立しない例 (Gassiat, 2021) が与えられたりしている。今年度は、解の存在に加え、そのアプリアリオリ評価を与え、解の可測選択写像に対してサポート定理が成立することなどを示した。この結果は、Journal of Theoretical Probability にアクセプトされ出版予定である。

(2) コンパクトリー群上のピン止めされたパス空間の領域上のディリクレ境界条件の Witten ラプラシアンの特値の漸近挙動の研究：リーマン多様体上のラプラス作用素で定まる半群  $e^{t\Delta/2\lambda}$  ( $\lambda > 0$ ) で定まるピン止めされたブラウン運動の測度は形式的に  $Z_\lambda^{-1} e^{-\lambda E(\gamma)} d\gamma$  と書かれることがあり、実際にそれをサポートする

研究がある。ここで、 $E(\gamma) = \frac{1}{2} \int_0^1 |\dot{\gamma}(t)|^2 dt$  はパスのエネルギー関数である。このことは、もしもパスの終点が始点の共役点で無ければ、 $E$  がピン止めされたパス空間上のモース関数になるため、この測度に関して対称な拡散作用素 (ディリクレ形式の生成作用素、関数に作用する Witten ラプラシアンとみなせる)  $-L_\lambda$  のスペクトル集合  $\sigma(-\lambda^{-1}L_\lambda)$  の  $\lambda \rightarrow \infty$  の極限 (準古典極限に相当する) における挙動が測地線における  $E$  のヘッシアンで決まる  $-\lambda^{-1}L_\lambda$  の近似調和振動子のスペクトルで決定されることが期待される。この近似調和振動子のスペクトル集合が (孤立点からなる) 本質的スペクトルを含むのが、有限次元の場合と大きく異なる点である。今年度は、コンパクトリー群上のパス空間のある有界領域での (あるディリクレ形式から定まる) ディリクレ境界条件の  $-\lambda^{-1}L_\lambda$  について、近似調和振動子の本質的スペクトルの近傍 (これはいくらでも小さく取ることができる) を除いた範囲で期待される極限挙動が得られることを示した。証明の鍵になるのは、ポテンシャル付き対数ソボレフ不等式と NGS 評価、指数積分に関するラプラスの方法である。詳細は準備中である。

(1) Study on rough differential equations containing path-dependent bounded variation terms:

In Itô's calculus, path-dependent stochastic differential equations as well as Markovian SDE are well studied. The path-dependent SDEs contains important examples such as reflected SDEs and stochastic processes which depends on past maximum and minimum. In contrast with Itô's SDEs, it is known that the study of rough differential equations containing path-dependent terms is difficult. For example, we

can see this difficulty in my paper (SPA 2015) and my related preprints. In fact, I proved the existence of solutions but the uniqueness was left an open problem. After that, the uniqueness of reflected RDEs in 1-dimension was proved by Gubinelli et al. (2019) but an example for which the uniqueness fails in multidimensional case was given by Gassiat (2021). In this year, I gave an a priori estimate of solutions of RDE which contains path-dependent bounded variation terms. This paper is accepted for publication in Journal of Theoretical Probability.

(2) Study of asymptotic behavior of lowlying Dirichlet eigenvalues of Witten Laplacians on domains in pinned path groups:

Pinned Brownian motion measure on pinned path space over a Riemannian manifold defined by the heat semigroup  $e^{t\Delta/2\lambda}$  ( $\lambda > 0$ ) is sometimes formally written as  $Z_\lambda e^{-\lambda E(\gamma)} d\gamma$ , where  $E(\gamma) = \frac{1}{2} \int_0^1 |\dot{\gamma}(t)|^2 dt$  is the energy of the path  $\gamma$ . Hence the generator  $-L_\lambda$  of a Dirichlet form defined under the measure can be seen as an Witten Laplacian acting on functions formally. If the fixed end point of the path is not a conjugate point of the starting point, then  $E$  is a Morse function on the pinned path space. Hence one may expect the asymptotic behavior of the spectral set  $\sigma(-\lambda^{-1}L_\lambda)$  as  $\lambda \rightarrow \infty$  can be determined by the spectrum of approximate harmonic oscillators which are defined by the hessian of  $E$  at the geodesics. Note that the spectral set of the approximate harmonic oscillators contain essential spectrum differently from finite dimensional problems. We also note that the set of essential spectrum consists of isolated points. We proved that, except the neighborhood of essential spectrum of the approximate harmonic oscillators, such kind of expected asymptotics of the spectral set  $\sigma(-\lambda^{-1}L_\lambda)$  for  $-L_\lambda$  with the Dirichlet boundary condition on bounded domain in pinned path group over compact Lie groups. The key of the proof is a log-Sobolev inequality

with a potential function, NGS bound, Laplace method. We are preparing the detailed manuscript.

## B. 発表論文

1. S. Aida and N. Naganuma, “Error analysis for approximations to one-dimensional SDEs via the perturbation method”, Osaka J. Math. **57** (2020), no. 2, 381–424.

## C. 口頭発表

1. Asymptotics of lowlying Dirichlet eigenvalues of Witten Laplacians on domains in pinned path groups, “Stochastic Analysis”, 京都大学数理解析研究所, 2023 年, 11 月 6 日～9 日.
2. An approach to asymptotic error distributions of rough differential equations, “Stochastic analysis”, EPFL, ローザンヌ, スイス, 2023 年, 8 月 7 日～18 日.
3. An approach to asymptotic error distributions of rough differential equations, “Stochastic analysis and related topics”, 大阪大学, 2022 年, 12 月 2 日～4 日
4. An approach to asymptotic error distributions of rough differential equations, “Stochastic analysis and applications, Open Japanese-German conference”, ミュンスター, ドイツ, 2022 年, 9 月 19 日～23 日.
5. On a certain class of path-dependent stochastic differential equations, “Japanese-German Open conference on stochastic analysis 2019”, 福岡大学, 2019 年, 9 月.
6. On a certain class of path-dependent stochastic differential equations, “New Directions in Stochastic Analysis: Rough Paths, SPDEs and Related Topics”, ベルリン, ドイツ, 2019 年 3 月.

## D. 講義

1. 確率統計 I: 確率空間, 確率変数, 分布, マルコフ連鎖などの確率論の基礎事項およびル

ベーク積分の簡単な導入を行った。(教養学部統合自然科学科4年生向け講義)

2. 確率統計学 I: ルベーク積分論の復習とルベーク積分論に基づいた確率論の基礎(独立性, 弱収束を含めた収束の諸概念, 大数の強法則, 中心極限定理などの極限定理)の解説を行った。(3年生向け講義)
3. 確率解析学・確率統計学 XA : マルチンゲールに関する確率積分とそれに基づいた確率微分方程式の解析について講義した。(数理大学院・4年生共通講義)

#### E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 植田 健人 (UEDA Kento): Error distribution for one-dimensional stochastic differential equation driven by fractional Brownian motion.
2. (修士) 千葉 陽平 (CHIBA Yohei): 確率微分方程式の path-by-path uniqueness について

#### F. 対外研究サービス

1. ASPM 編集委員会編集委員長
2. Journal of Stochastic Analysis (Communications on Stochastic Analysis から名称変更) の associated editor
3. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo の編集委員
4. Stochastic Processes and their Applications (Elsevier) の associated editor

### 阿部 紀行 (ABE Noriyuki)

#### A. 研究概要

簡約群の表現論の研究を行っている。今年度は Soergel 両側加群の得意版に関する研究を行った。正標数の体上の簡約群の代数的な既約表現の指標は Hecke 圏と呼ばれる Hecke 環の圏化を使い記述される。私は以前 Soergel 両側加群を使った Hecke 圏の構成を与え、また片側から特異な場合にその構成を拡張した。今年度はこの構成を一般の特異な Soergel 両側加群の場合に拡張した。

I am studying representation theory of reduc-

tive groups. This year, I studied the singular version of Soergel bimodules. The characters of algebraic irreducible representations of reductive groups over a field of positive characteristic are described using the categorification of a Hecke algebra, called the Hecke category. I previously provided a construction of the Hecke category using Soergel bimodules, and extended this construction for the Hecke category which is singular from one-side. This year, I extended this construction to the case of general singular Soergel bimodules.

#### B. 発表論文

1. N. Abe: “A homomorphism between Bott-Samelson bimodules”, Nagoya Mathematical Journal, DOI:10.1017/nmj.2023.38.
2. N. Abe and F. Herzig: “On the irreducibility of  $p$ -adic Banach principal series of  $p$ -adic  $GL_3$ ”, to appear in Vietnam Journal of Mathematics (special issue dedicated to Pham Huu Tiep’s 60th birthday), arXiv:2303.13289.
3. N. Abe: “On one-sided singular Soergel bimodules”, J. Algebra 633 (2023), 722 – 753.
4. N. Abe: “A Hecke action on  $G_1T$ -modules”, J. Inst. Math. Jussieu, DOI:10.1017/S1474748023000130.
5. N. Abe: “Extension between simple modules of pro- $p$ -Iwahori Hecke algebras”, J. Inst. Math. Jussieu, 22 (2023), no. 6, 2775–2804.
6. N. Abe, F. Herzig and M.-F. Vignéras: “Inverse Satake isomorphism and change of weight”, Represent. Theory 26 (2022), 264–324.
7. N. Abe: “A bimodule description of the Hecke category”, Compos. Math. 157 (2021), no. 10, 2133–2159.
8. N. Abe: “Parabolic inductions for pro- $p$ -Iwahori Hecke algebras”, Adv. Math. 355 (2019), 106776, 63 pp.
9. N. Abe: “A comparison between pro- $p$ -

Iwahori Hecke modules and mod  $p$  representations”, Algebra Number Theory 13 (2019), no. 8, 1959–1981.

10. N. Abe: “Involutions on pro- $p$ -Iwahori Hecke algebras”, Represent. Theory 23 (2019), 57–87.

#### C. 口頭発表

1. Irreducibility of  $p$ -adic Banach principal series, 2023 NTU-UTokyo Joint conference, National Taiwan University, 2023 年 12 月 8 日.
2. Realizations of Hecke categories, LMS Bath symposium on Geometric and Categorical Representation theory, バース大学, 2023 年 8 月 8 日.
3.  $p$  進 Banach 主系列表現の既約性について, RIMS 共同研究 (公開型) 「表現論とその周辺分野における最近の進展」, 京都大学, 2023 年 6 月 21 日.
4. Irreducibility of  $p$ -adic Banach principal series representations, Séminaire Groupes Réductifs et Formes Automorphes, Jussieu, 2023 年 3 月 23 日.
5. Soergel bimodules and homomorphism between Bott-Samelson bimodules, Representation theory and geometry of loop spaces, パリ・サクレ大学, 2023 年 1 月 10 日.
6. Bott-Samelson 両側加群の間の準同型, 2021 年度表現論シンポジウム, オンライン, 2021 年 11 月 19 日.
7. A Hecke action on  $G_1T$ -modules, Conference on vertex algebras and related topics, TU Darmstadt およびオンライン, 2021 年 9 月 21 日.
8. On Soergel bimodules, London Algebra Colloquium, オンライン, 2020 年 4 月 1 日.
9. On Soergel bimodules, 南大阪代数セミナー, オンライン, 2020 年 6 月 5 日.
10. On Soergel bimodules, 第 15 回代数・解析・幾何学セミナー, 鹿児島大学, 2020 年 2 月 14 日.

11. On Soergel bimodules, Geometry and representation theory, Institut Henri Poincaré, Paris, France, 2020 年 1 月 31 日.

12. On Soergel bimodules, Arithmetic Geometry and Representation Theory, 富山, 2019 年 12 月 16 日.

13. A Hecke action on  $G_1T$ -modules, Modular Representation Theory, Clay Mathematics Institute, Oxford, 2019 年 10 月 3 日.

14. On Soergel bimodules, 2019 年度 RIMS 共同研究 (公開型) 「表現論とその周辺分野の進展」, 京都大学, 2019 年 7 月 11 日.

#### D. 講義

1. 初年次ゼミナール理科：解析学の基礎について, グループ学習形式での体験型学習を行った。(教養学部前期課程講義)
2. 表現論・代数学 XG：簡約群の代数的な表現論に関する講義を行った。既約表現に関する基本事項, 傾加群の圏が Hecke 圏の反球商となるという Riche-Williamson の理論, また傾加群と既約表現を結びつける Donkin 予想に関する最近の進展などを説明した。(数理大学院・4 年生共通講義)
3. 数理代数学・同演習：群論と表現論に関する入門講義とその演習を行った。(教養学部後期課程講義。)

#### H. 海外からのビジター

- Guy Henniart, 特任教員, 数理科学特別講義 XVI を担当した。

#### 新井 敏康 (ARAI Toshiyasu)

##### A. 研究概要

順序数上の正則関数  $g$  による整列性原理  $WOP(g)$  は「任意の整列集合  $X$  に対して  $g(X)$  も整列」という主張であり, 正則関数  $g$  の取り方によりその証明論的強さが異なることが知られていたが, それらの結果は, 既に証明論的強さが既知であった Comprehension Axiom などと  $WOP(g)$  が同等であることを通じて得られてい

た. そこで一般に  $ACA_0$  上では,  $WOP(g)$  の証明論的順序数は正則関数  $g$  の最小不動点  $g'(0)$  と等しいことを示した. 証明の鍵は, 整礎性の証明から埋め込みを抽出すること, 及びその埋め込みの,  $g(X)$  における  $g$ -項の識別不可能性を用いた拡張にある.

二つ目に, 2 階論理計算の一部 SBL でのカット消去を, 有限の証明図を Gentzen-Takeuti 流に解析して示した. SBL のカット消去は, 2 階算術  $\Delta_2^1\text{-CA} + \text{BI}$  の, あるいは同じことだが再帰的到達不可能順序数の集合論  $KPi$  の 1-consistency と同等である.

三つ目に, D. Fernández-Duque, S. Wainer, A. Weiermann と共同で,  $ATR_0$  から独立な命題を Goodstein 列の拡張として与えた.

四つ目に, 順序数解析のモノグラフを出版した. 証明論の基礎事項の解説も含み, 順序数解析としては  $\Pi_1^1\text{-Comprehension Axioms}$  まで解説した.

五つ目に, first-order formulas を reflect する集合論の順序数解析を与えた.

六つ目に,  $\Sigma_2^1$ -formula でした定義できない maximal distinguished set を用いて, 順序数体系の整礎性を証明した. この証明は  $\Sigma_2^{-1}\text{-CA} + \Pi_1^1\text{-CA}_0$  で形式化され, また順序数体系は stable ordinal を一つ持つ集合論  $KP^{\ell^r} + (M \prec_{\Sigma_1} V)$  の順序数解析のためのものである.

七つ目に, 六つ目で行った整礎性証明の逆として集合論  $KP^{\ell^r} + (M \prec_{\Sigma_1} V)$  の順序数解析を行った.

八つ目に, 各正整数  $N$  について,  $\Sigma_N\text{-Collection}$  を持つ集合論の順序数解析を行った. つまり冪集合公理無し of 集合論である.

The well ordering principle  $WOP(g)$  for a normal function  $g$  on ordinals states that whenever a well order  $X$  is given,  $g(X)$  is also a well order. Its proof-theoretic strength is known to depend on the normal functions  $g$ . Proofs of these facts were obtained by showing that  $WOP(g)$  is equivalent to a Comprehension Axiom, whose strength has been determined. We show in general that the proof-theoretic ordinal of  $WOP(g)$  over  $ACA_0$  is equal to the least fixed point  $g'(0)$  of the normal function

$g$ . The key in our proof lies in an extraction of an embedding from derivations of the well-foundedness, and of an extendability of embeddings through an indiscernibility of  $g$ -terms in  $g(X)$ .

Second, we show a cut-elimination theorem for a subsystem SBL of second order logic calculus through an analysis of finite proof figures a la Gentzen-Takeuti. The theorem for SBL is equivalent to the 1-consistency of the second-order arithmetic  $\Delta_2^1\text{-CA} + \text{BI}$ , or equivalently of the set theory  $KPi$  for recursively inaccessible ordinals.

Third, we jointly with D. Fernández-Duque, S. Wainer, A. Weiermann, give an independent proposition from  $ATR_0$ , which is an extension of Goodstein sequences.

Fourth, we complete a monograph on ordinal analysis. In the monograph, we expound rudiments of proof theory, and ordinal analysis up to  $\Pi_1^1\text{-Comprehension Axioms}$ .

Fifth, we give an ordinal analysis of first-order reflection.

Sixth, we prove the wellfoundedness of a notation system of ordinals by means of the maximal distinguished set, which is  $\Sigma_2^1$ -definable. The proof is formalizable in  $\Sigma_2^{-1}\text{-CA} + \Pi_1^1\text{-CA}_0$ , while the notation system is designed for an ordinal analysis of a set theory  $KP^{\ell^r} + (M \prec_{\Sigma_1} V)$  with a single stable ordinal. Seventh and eighth, we give an ordinal analysis of a set theory  $KP^{\ell^r} + (M \prec_{\Sigma_1} V)$ , and one of a set theory  $KP^\omega + (\Pi_N\text{-Collection})$  for each positive integer  $N$ .

## B. 発表論文

1. T. Arai: “Proof-theoretic strengths of the well ordering principles”, Arch. Math. Logic **59** (2020), 257–275.
2. T. Arai, D. Fernández-Duque, S. Wainer and A. Weiermann: “Predicatively unprovable termination of the Ackermannian Goodstein process”, Proc. Amer. Math. Soc. **148** (2020), 3567–3582.

3. T. Arai: “Cut-elimination for SBL”, in The Legacy of Kurt Schütte, ed. by R. Kahle and M. Rathjen, Springer (2020), pp. 265-298.
4. T. Arai: “Ordinal Analysis with an Introduction to Proof Theory”, Springer 2020 年 9 月
5. T. Arai: “A simplified ordinal analysis of first-order reflection”, Jour. Symb. Logic **85** (2020) 1163–1185.
6. 新井敏康: “数学基礎論 増補版”, 東京大学出版会 2021 年 4 月
7. T. Arai, S. Wainer and A. Weiermann: “Goodstein sequences based on a parametrized Ackermann-Péter function”, Bull. Symb. Logic **27** (2021) 168–186.
8. T. Arai: “Wellfoundedness proof with the maximal distinguished set”, Arch. Math. Logic **62** (2023) 333–357
9. T. Arai, An ordinal analysis of a single stable ordinal, submitted.
10. T. Arai, An ordinal analysis of  $\Pi_N$ -collection, submitted.

#### C. 口頭発表

1. Some results in proof theory, Logic Colloquium 2019, Praha, Czech. Aug. 2019.
2. Mahlo classes for first-order reflections, Workshop on Proof Theory, Modal Logic and Reflection Principles (WORMSHOP 2019), Universitat de Barcelona, Spain. Nov. 2019.
3. 順序数解析を考えている, 証明と計算の理論と応用, 京都大学数理解析研究所, 2021 年 12 月
4. Lectures on Ordinal Analysis, a mini-course in Department of Mathematics, Ghent University, Belgium, 14 Mar.-25 Mar. 2023.

#### D. 講義

1. 数理論理学・応用数学 XD: 証明論の初歩を講じた. 1 階論理における構造・言語・

論理式・充足関係を導入して, 論理的な正しさを定義した. それから 1 階論理での証明とそれによる証明可能性を sequent calculus によって定義して, 1 階論理の完全性を sequent calculus での proof search によって示した. ついでカット消去定理を述べてから, その応用として Herbrand の定理を示した. さらに Mints による正規形定理を示して, それから 1 階算術の無矛盾性が従うことを示した. (数理大学院・4 年生共通講義)

2. 数学講究 XA, 数学特別講究: テキスト, 新井敏康, “数学基礎論 増補版”, K. Kunen, “Set Theory”, A. S. Troelstra and H. Schwichtenberg, “Basic Proof Theory”, J. Lambek and P. J. Scott, “Introduction of Higher Order Categorical Logic”, (理学部数学科 4 年生)
3. 計算数学 II: 計算に関する数学の基礎として, 原始再帰的関数, レジスター機械と再帰的関数との等価性, チャーチの提唱, チューリング機械と計算可能性, 万能プログラム, 計算不可能性, 半計算可能性, 時間計算量, クラス P と NP, NP-完全性などを講じた. (理学部数学科 3 年生)
4. 数理情報学: 計算に関する数学の初歩として, (決定性と非決定性) オートマトン, 正則言語, 正則表現, 文脈自由文法と文脈自由言語, プッシュダウンオートマトン, pumping lemmaなどを講じた. (教養学部統合自然科学科 3 年生)

#### 石毛 和弘 (ISHIGE Kazuhiro)

##### A. 研究概要

1. R. Laister 氏 (West of England Univ.), 比佐幸太郎氏 (東北大), 藤嶋陽平氏 (静岡大) との共同研究として, 冪型, 指数型等の様々な非線形項をもつ分数冪拡散方程式に対する  $\mathbb{R}^N$  上の初期値問題の時間局所可解性が成立するために必要な初期函数の最も強い特異性を dilation-criticality という概念を導入することによって同定した.
2. 猪奥倫左氏 (東北大), 川上竜樹氏 (龍谷大) と共に, 臨界型藤田方程式の可解性について研究を

行った. 本研究では, 改良された uniformly local weak Zygmund 空間を導入することによって, 可解であるための最適な十分条件を単純な形で与えることに成功した.

3. 楕円型・放物型方程式の解の凹性研究に現れる Prékopa–Leindler の不等式や Borell–Brascamp–Leib の不等式が熱方程式, 多孔質媒質方程式の冪凹保存則と解の漸近挙動を合わせることによって得られることを, Q. Liu 氏 (OIST), P. Salani 氏 (Univ. of Florence) との共同研究として示した. また, Prékopa–Leindler の不等式が等式となる場合の条件を熱方程式の後方一意性定理等を用いて研究した.

4. 高津飛鳥氏 (都立大), 徳永遙杜氏 (東大数理 M2) と共に, リーマン多様体上での Dirichlet heat flow による解の凹性保存則について研究を行い, ある凹性がある凸領域上の Dirichlet heat flow によって保存されるならば, その凸領域における sectional curvature は恒等的に零であることを示した.

1. As a joint work with R. Laister (West of England Univ.), Kotaro Hisa (Tohoku University), and Yohei Fujishima (Shizuoka University), we studied the local-in-time solvability of the Cauchy problem on  $\mathbb{R}^N$  for fractional semilinear heat equations with various nonlinearity. We introduce a notion of dilation-criticality, and identified the strongest singularity of the initial function for local-in-time solvability.

2. As a joint work with Norihisa Ioku (Tohoku University) and Tatsuki Kawakami (Ryukoku University), we studied the solvability of the critical fractional semilinear heat equation. In this study we introduce a uniformly local weak modified Zygmund space, and gave a simple sufficient condition for the solvability.

3. Prékopa–Leindler’s inequality and Borell–Brascamp–Leib’s inequality appear in the study of concavity of solutions of elliptic and parabolic equations. We proved that these inequalities are obtained by concavity properties of solutions to the heat equation and the porous medium equation and their asymptotic behav-

ior, as a joint work with Q. Liu (OIST) and P. Salani (University of Florence). Furthermore, we apply the backward uniqueness theorem of the heat equation to study the equality condition of Prékopa–Leindler’s inequality.

4. As a joint work with A. Takatsu (Tokyo Metropolitan Univ.) and H. Tokunaga (Univ. of Tokyo, M2), we studied the preservation of concavity properties by the Dirichlet heat flow on a Riemannian manifold. We proved that, if some concavity property is preserved by the Dirichlet heat flow in a convex domain, then the sectional curvature is identically zero in the convex domain.

## B. 発表論文

1. Y. Fujishima, K. Hisa, K. Ishige and R. Laister : “Solvability of a class of fractional superlinear parabolic equations”, *J. Evol. Equ.* **23** (2023), Paper No. 4, 38 pp.
2. G. Akagi, K. Ishige and R. Sato : “General framework to construct local-energy solutions of nonlinear diffusion equations for growing initial data”, *J. Funct. Anal.* **284** (2023), Paper No. 109891, 86 pp.
3. M. Fila, K. Ishige and T. Kawakami : “Solvability of the heat equation on a half-space with a dynamical boundary condition and unbounded initial data”, *Z. Angew. Math. Phys.* **74** (2023), Paper No. 143.
4. K. Ishige, S. Okabe and T. Sato : “Existence of non-minimal solutions to an inhomogeneous elliptic equation with supercritical nonlinearity”, *Adv. Nonlinear Stud.* **23** (2023), Paper No. 20220073, 29 pp.
5. K. Hisa, K. Ishige and J. Takahashi : “Initial traces and solvability for a semilinear heat equation on a half space of  $\mathbf{R}^N$ ”, *Trans. Amer. Math. Soc.* **376** (2023), 5731–5773.
6. K. Ishige, P. Salani and A. Takatsu : “Hierarchy of deformations in concavity”,

Inf. Geom. **7** (2023), 251–269.

7. K. Ishige and T. Kawakami : “Refined asymptotic expansions of solutions to fractional diffusion equations”, to appear in J. Dynam. Differential Equations.
8. Y. Fujishima, K. Hisa, K. Ishige and R. Laister : “Local solvability and dilation-critical singularities of supercritical fractional heat equations”, to appear in J. Math. Pures Appl.
9. K. Ishige, P. Salani and A. Takatsu : “Characterization of  $F$ -concavity preserved by the Dirichlet heat flow”, to appear in Trans. Amer. Math. Soc.
10. K. Ishige and S. Katayama, “Supercritical Hénon type equation with a forcing term”, to appear in Adv. Nonlinear Anal.

#### C. 口頭発表

1. Characterization of  $F$ -concavity preserved by the Dirichlet heat flow, ICIAM2023 Minisymposium “Nonlinear PDEs and related diffusion phenomena”, 2023 年 8 月.
2. Characterization of  $F$ -concavity preserved by the Dirichlet heat flow, Analysis Seminar, Academia Sinica, Taiwan (online), 2023 年 9 月.
3. Characterization of  $F$ -concavity preserved by the Dirichlet heat flow, Euro-Japanese Conference on Nonlinear Diffusions, ICMAT-UAM, Spain, 2023 年 10 月.
4. Eventual  $F$ -concavity by the heat flow, Critical Phenomena in Nonlinear Partial Differential Equations, Harmonic Analysis, and Functional Inequalities, 仙台国際センター, 2023 年 11 月.
5. Existence of solutions to a fractional semilinear heat equation in uniformly local weak Zygmund type spaces, Workshop on Recent Developments in Evolutionary Equations and Related Topics, National Taiwan University, Taiwan,

2023 年 11 月.

6. Existence of solutions to a fractional semilinear heat equation in uniformly local weak Zygmund type spaces, 幾何学的偏微分方程式に対する正則性特異性とその周辺, 熊本城ホール大会議室, 2024 年 1 月.

#### D. 講義

1. 実解析学 I: ルベーク積分の入門講義を行った (学部後期課程・統合自然科学科)
2. 実解析学演習 I: ルベーク積分の演習を行った (学部後期課程・統合自然科学科)
3. 集中講義: (集中講義・台湾国立大学): 楕円型・放物型方程式の解の凹性について講義を行った。
4. 集中講義: (集中講義・都立大学): 楕円型・放物型方程式の解の凹性について講義を行った。

#### E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 坪内俊太郎 (TSUBOUCHI Shuntaro): A regularity theory for perturbed singular elliptic and parabolic equations
2. (修士) 徳永遥杜 (TOKUNAGA Haruto): 熱流による対数凹保存則について
3. (修士) 吉田充辰 (YOSHIDA Takanobu): 半線形熱方程式系の解の存在について

#### F. 対外研究サービス

1. Editor of “Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo”
2. Editor of “Partial Differential Equations and Applications”
3. 日本数学会理事
4. 日本数学会函数方程式論分科会 評議委員
5. 日本数学会函数方程式論分科会委員会
6. 函数方程式論刊行会 監事
7. 解析学火曜セミナー
8. 応用解析セミナー
9. オーガナイザー: ICIAM2023 Minisymposium “Nonlinear PDEs and related diffusion phenomena”
10. オーガナイザー: Euro-Japanese Conference on Nonlinear Diffusions, ICMAT-

UAM

11. オーガナイザー：Workshop on Recent Developments in Evolutionary Equations and Related Topics (NTU)
12. オーガナイザー：OIST Workshop Geometric Aspects of Partial Differential Equations
13. オーガナイザー：East Asia Workshop on Nonlinear Evolution Equations

H. 海外からのビジター

M. Murattori, P. Salani, Ki Ahm Lee, M. Zhou, Y. Lou 他

## 伊山 修 (IYAMA Osamu)

### A. 研究概要

上山, 木村と共同 (2404.05925) で、 $d$ 次元 Artin-Schelter Gorenstein 代数  $A$  の Cohen-Macaulay 表現論を調べた。これは非可換代数幾何で基本的な対象であり、古典的な (次数付き) Gorenstein 整環を含む重要な環のクラスである。 $A$  の平均 Gorenstein パラメータ  $p_{av}$  を導入し、 $d = 1$  の場合に、次数付き Cohen-Macaulay 加群の安定圏に傾対象が存在するための必要十分条件が、正則であるかあるいは  $p_{av} \leq 0$  であることと同値であることを証明した。

以前の埴原との共同研究 (arXiv:2209.14090) を改良した。次数付き Gorenstein 環  $R$  と有限次元代数  $A$  に対し、 $R$  が孤立特異点と限らない場合にも、 $R$  の次数付き特異圏と  $A$  の導来圏の同値から、 $R$  の特異圏の特定の部分圏と  $A$  の団圏の同値が得られることを示した。

以前の Chan, Marczinzik との共同研究 (2210.06180) を改良した。特に2種類の mixed 団傾加群の構成方法を与えた。

他の研究は省略する。

### B. 発表論文

1. O. Iyama, Y. Kimura, Classifying subcategories of modules over Noetherian algebras, to appear in Adv. Math.
2. O. Iyama, N. Williams, Triangulations of prisms and preprojective algebras of type

A, to appear in Int. Math. Res. Not.

3. M. Herschend, O. Iyama, H. Minamoto, S. Oppermann, Representation theory of Geigle-Lenzing complete intersections, Mem. Amer. Math. Soc. 285 (2023), no. 1412.
4. L. Demonet, O. Iyama, N. Reading, I. Reiten, H. Thomas, Lattice theory of torsion classes: Beyond  $\tau$ -tilting theory. Trans. Amer. Math. Soc. Ser. B 10 (2023), 542–612.
5. O. Iyama, H. Jin, Positive Fuss-Catalan numbers and Simple-minded systems in negative Calabi-Yau categories, Int. Math. Res. Not. IMRN 2023, no. 8, 6624–6647.
6. O. Iyama, R. Marczinzik, Distributive lattices and Auslander regular algebras. Adv. Math. 398 (2022), Paper No. 108233.
7. J. Grant, O. Iyama, Higher preprojective algebras, Koszul algebras and superpotentials, Compos. Math. 156 (2020), no. 12, 2588–2627.
8. H. Dao, O. Iyama, R. Takahashi, M. Wemyss, Gorenstein modifications and Q-Gorenstein rings, J. Algebraic Geom. 29 (2020), no. 4, 729–751.
9. O. Iyama, D. Yang, Quotients of triangulated categories and Equivalences of Buchweitz, Orlov and Amiot-Guo-Keller, Amer. J. Math. 142 (2020), no. 5, 1641–1659.
10. O. Iyama, X. Zhang, Classifying  $\tau$ -tilting modules over the Auslander algebra of  $K[x]/(x^n)$ , J. Math. Soc. Japan 72 (2020), no. 3, 731–764.

### C. 口頭発表

1. Fans in tilting theory: rank 2 case, Representation Theory of Quivers and Finite-Dimensional Algebras, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, 2023/02/17

2. Tilting theory via g-fans in real Grothendieck groups (概説講演 2 回), Algebraic Lie Theory and Representation Theory 2023, 東京工業大学, 2023/05/14
3. Singularity categories and cluster categories, Current trends in categorically approach to algebraic and symplectic geometry 2, IPMU, 2023/06/21
4. Tilting theory via g-fans in real Grothendieck groups, MSJ-KMS Joint Meeting 2023, Sendai International Center, 2023/09/19
5. 漸化式とグラフと団代数, 高校生と大学生のための金曜特別講座, online, 2023/09/29
6. Auslander-Reiten 理論特論 (8 回講演), online, 2023/10/06, 10/13, 10/27, 11/03, 11/17, 11/23, 12/15, 12/23
7. Tilting theory via g-fans in real Grothendieck groups, The 44th Japan Symposium on Commutative Algebra, LecTore Hayama, Japan, 2023/11/24
8. Representation theory of non-commutative Gorenstein rings in dimension one, Representation Theory and Non-Commutative Geometry / ARTIG 3, Paderborn University, Germany, 2023/12/01
9. Semistable torsion classes and canonical decompositions in Grothendieck groups (2 回講演), Seminar on tau-tilting-finiteness and beyond, 名古屋大学, Japan, 2023/12/27
10. Semistable torsion classes and canonical decompositions in Grothendieck groups, Cluster Algebras and Its Applications, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany, 2024/01/19

#### D. 講義

1. 4 年大学院 700 番台: 団理論概論, Conway-Coxeter frieze から始め、団代数の定義、Laurent 現象、有限型分類、F 多項式、g ベ

クトル、c ベクトル、分離公式、quiver 表現の導来圏による圏化を説明した。(数理大学院・4 年生共通講義)

2. 数理科学基礎演習: 線代, 数学基礎理論演習: 線代, 線型代数学演習 (教養学部前期課程講義)
3. 数学講究 XB: gentle 代数とその周辺
4. 数理科学概論: 団代数とその圏化 (統合自然科学科, 2 年生向けオムニバス講義)

#### F. 対外研究サービス

1. Mathematische Zeitschrift, エディター
2. Nagoya Mathematical Journal, エディター
3. Annals of Representation Theory, エディター
4. Taiwanese Journal of Mathematics, エディター
5. Summer School on Cluster Algebras 2023, online, 2023/08/21-23, オーガナイザー
6. Silting in Representation Theory, Singularities, and Noncommutative Geometry, Casa Matematica Oaxaca (CMO), Mexico, 2023/09/10-15, オーガナイザー
7. McKay correspondence, Tilting theory and related topics, IPMU, Japan, 2023/12/18-22, オーガナイザー
8. Advances in Cluster Algebras 2024, Nagoya University, Japan, 2024/03/11-13, オーガナイザー
9. 東京名古屋代数セミナー, オーガナイザー

#### 小木曾 啓示 (OGUIISO Keiji)

##### A. 研究概要

現時点 (2024 年 3 月 3 日) までにプレプリントにして公表したものについて述べる。

1. 正エントロピーの自己同型射を有する射影代数多様体の研究は私が一貫して行っているテーマの一つである。その問題の 1 つに、「何故 2 次元では多くの例を比較的容易に構成できるのに、3 次元以上になると、自明な場合である直積あるいは

直積に近い場合を除き、構成が困難になるのか？」(K. Oguiso, "Some aspects of explicit birational geometry inspired by complex dynamics", Proceedings of ICM, Seoul 2014 (2015) 695–721) がある。この問題に戻り、アーベル曲面でファイバー付けされた(必ずしも有理切断をもたない)3次元カラビ・ヤウ多様体であって、ファイバー空間構造を保つ正エントロピーの自己同型を許容するものの構造を調べ、ファイバー空間としての同型を除きただ一つであることを示し、その明示的記述を与えた。また、楕円曲線でファイバー付けされた(必ずしも有理切断をもたない)3次元カラビ・ヤウ多様体であって、ファイバー空間構造を保つ正エントロピーの自己同型を許容するものの明示的な構造定理を与えた。いずれの場合もファイバー空間は isotrivial であることが従い、最初に述べた問題にあった結果といえる。前半に述べた結果はわかってしまえば証明は容易にできたが、ひとつに決まってしまうことは着手した時点では想定外だった。そのため、(すぐに冷めたが)発見したときは少し驚いた。結果は、"Keiji Oguiso, Fibered Calabi-Yau threefolds with relative automorphisms of positive entropy and c2-contractions"(arXiv:2401.04298) にまとめ、公表した。

2. 楕円曲線の3つ以上の自己直積を  $-1$  倍あるいは CM 型自己同型の自己直積で割った商多様体の自然な特異点解消を上野型多様体という。構成は単純であるが、1の問題に非自明な最初の3次元多様体の例を与えるなど、いろいろな場面で登場する有用な多様体のクラスである。例えば、1の前半の3次元カラビ・ヤウ多様体は結果的に上野型多様体である。最初は、有理数体の閉包上定義される上野型多様体(特に有理連結多様体になる場合)の全射自己正則射に対する川口–Silverman 予想に興味を持ちそれを解決したが、結果を国内外のいくつかの研究集会で講演したところ、最終結果よりもその途中に示した事実により多くの人に関心をもってくれた。そのため、「上野型多様体の定義が有効な標数、すなわち、標数2、3を除く任意標数の代数閉体において、上野型多様体の全射分離的自己正則射全体のなす半群が自己同型射全体のなす群と一致する。」ことを主定理にし、川口–Silverman 予想はその系として導

く形で論文 "Keiji Oguiso, Endomorphisms of a variety of Ueno type and Kawaguchi-Silverman Conjecture"(arXiv:2401.04386) にまとめ、公表した。

1. I have shown that an abelian fibered Calabi-Yau threefold with a positive entropy automorphism preserving the fibration is unique up to isomorphisms as fibered varieties. We also give a fairly explicit structure theorem of an elliptically fibered Calabi-Yau threefold with a positive entropy automorphism preserving the fibration. These results are written in the paper arXiv:2401.04298.

2. I have shown that the semi-group of separable surjective self morphisms of a variety of Ueno type, over any algebraically field of characteristic  $\neq 2, 3$ , coincides with the group of automorphisms. We also give an explicit description of the automorphism group. As applications, we confirm Kawaguchi–Silverman Conjecture for automorphisms of a variety of Ueno type, which include rationally connected varieties without any endomorphism of degree  $\geq 2$ , and some Calabi-Yau threefolds, defined over  $\overline{\mathbf{Q}}$ . These results are written in the paper arXiv:2401.04386.

## B. 発表論文

1. T.-C. Dinh, C. Gachet, H.-Y. Lin, K. Oguiso, X. Yu, : "Smooth projective surfaces with infinitely many real forms", to appear in Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa (accepted on Nov. 30, 2023), arXiv:2210.04760.
2. T.-C. Dinh, K. Oguiso, X. Yu, : "Smooth complex projective rational surfaces with infinitely many real forms", J. Reine Angew. Math. **794** (2023) 267–280.
3. T.-C. Dinh, K. Oguiso, X. Yu, : "Smooth rational projective varieties with non-finitely generated discrete automorphism group and infinitely many real forms", Math. Ann. **383** (2022) 399–414.
4. T.-C. Dinh, H.-Y. Lin, K. Oguiso, D.-Q.

- Zhang, : “Zero entropy automorphisms of compact Kähler manifolds and dynamical filtrations”, *Geom. Funct. Anal.* **32** (2022) 568–594.
5. K. Oguiso, D.-Q. Zhang : “Wild automorphisms of projective varieties, the maps which have no invariant proper subsets”, *Adv. Math.* **396** (2022), 108173, 25 pp.
  6. K. Oguiso, X. Yu: “Minimum positive entropy of complex Enriques surface automorphisms”, *Duke Math. J.* **169** (2020), 3565–3606.
  7. K. Oguiso: “A surface in odd characteristic with discrete and non-finitely generated automorphism group”, *Adv. Math.* **375** (2020), 107397, 20 pp.
  8. V. Lazić, K. Oguiso, Th., Peternell: “Nef line bundles on Calabi-Yau threefolds, I”, *International Mathematics Research Notices* (2020), 6070–6119.
  9. T.-C. Dinh, K. Oguiso: “A surface with discrete and nonfinitely generated automorphism group”, *Duke Math. J.* **168** (2019) 941–966.
  10. K. Oguiso: “Pisot units, Salem numbers, and higher dimensional projective manifolds with primitive automorphisms of positive entropy”, *International Mathematics Research Notices* (2019) 1373–1400.
- C. 口頭発表
1. K. Oguiso, “Fibered Calabi-Yau threefolds with relative automorphisms of positive entropy and  $c_2$ -contractions”, *School and Workshop on Moduli, K-trivial Varieties, and Related Topics*, IBS Science Culture Center, 21-23 (and 26-29) February 2024, Daejeon, Korea.
  2. K. Oguiso, “The Kawaguchi-Silverman Conjecture for endomorphisms of Ueno-type varieties”, *Niigata Algebra Symposium*, 6-8, December, 2023, Niigata University, Niigata, Japan (in Japanese).
  3. K. Oguiso, “Automorphisms of positive entropy in a projective family of K3 surfaces”, *Birational Geometry and Algebraic Dynamics in honor of the 60th birthday of Professor Keiji Oguiso*, November 27 - 1 December, 2023, University of Tokyo, Tokyo, Japan.
  4. K. Oguiso, “A few remarks on fibered automorphisms of fibered Calabi-Yau threefolds in the view of algebraic dynamics and arithmetic dynamics”, *城崎代数幾何学シンポジウム 2023*, 2023年10月24日–27日, 兵庫県豊岡市、城崎国際アートセンター。
  5. K. Oguiso, “The Kawaguchi-Silverman Conjecture for endomorphisms of Ueno-type varieties”, *Aspects of Algebraic Geometry*, Grand Hotel San Michele in Cetraro, 18 – 22 September 2023, Cetraro, Italy.
  6. K. Oguiso, “Smooth projective surfaces of Kodaira dimension zero with non-finitely generated automorphism group”, *A Journey through Algebraic and Complex Geometry (in honor of the 60th birthday of Professor Jun-Muk Hwang)*, 11 September - 15 September, 2023, Lotte Resort Buyeo, Republic of Korea.
  7. K. Oguiso, “Kawaguchi-Silverman Conjecture for endomorphisms of Ueno-type varieties”, *International Workshop on Several Complex Variables, Complex Geometry and Diophantine Geometry*, in honor of (Professor) Min Ru’s 60-th Birthday, 14-18 August 2023, Academia Sinica, Taipei, Taiwan.
  8. K. Oguiso, “Abelian Fibered or Elliptically Fibered Calabi-Yau Threefolds with Fibered Automorphism of Positive Entropy”, *Modern Perspectives on Birational Geometry*, 31 July - 4 August, 2023, National Center for Theoretical Sciences, Taipei, Taiwan.

9. K. Oguiso, "Relative automorphisms of an abelian fibered Calabi-Yau threefold of positive entropy and an application to real forms", Simons Foundation Conference on Higher Dimensional Geometry, 12-18, May 2023, Simons Center for Geometry and Physics, Stony Brook, USA.
10. K. Oguiso, "Calabi-Yau threefolds with  $c_2$ -contractions - revisited", Conference on Complex Analysis, Complex Geometry and Dynamics in memory of (Professor) Nessim Sibony, Orsay, France, 5-9 December 2022.

#### D. 講義

1. 数理科学統論 I (教養学部前期課程文科生)
2. 学術フロンティア講義 S ターム、A ターム、とりまとめ役 (教養学部前期課程)
3. 数物先端科学 I (S ターム、数理大学院・4 年生共通講義) 広中特異点解消定理と双有理写像に関する弱分解定理 (Abramovich-Karu-Matsuki-Wlodarczyk の定理) を認めた上で、標数零におけるモチビックな観点からの双有理代数幾何学の最近の研究のいくつかについて、ほぼ自己完結的な形で紹介した。具体的には、滑らかな固有代数多様体の安定双有理性のモチビックな特徴付け (Larsen-Lunt, Mosc. Math. J. vol. 3, Bittner. Compositio Math. vol.140) から始め、滑らかな射影多様体は滑らかな特殊化で双有理性が保たれること、特に、滑らかな射影多様体の有理性は滑らかな特殊化で保たれること (Kontsevich-Tschinkel, Invent. Math. vol.217)、滑らかなターミナルにした場合の反例の構成 (Totaro, JAMS vol.29, Proc. Cambridge vol.161)、無限体上の 5 次元以上の射影空間のクレモナ変換群の非単純性のカラビ・ヤウ多様体を利用したモチビックな証明 (Lin-Shinder, arXiv:2207.07389, to appear in Ann. of Math.) などを解説した。

#### E. 修士・博士論文

1. (修士) 政村悠登 (MASAMURA Yuto): On the indices of Calabi-Yau pairs and the indices of good minimal pairs.

#### F. 対外研究サービス

1. One of NCTS Scholars (by the end of December 2026).
2. One of the editors of J. Algebraic Geometry.
3. One of the editors of Taiwanese Journal of Mathematics.
4. One of the editors of J. Math. Sci. Univ. of Tokyo.
5. 日本数学会学術委員会委員。
6. One of the organizers of "Moduli Spaces in Mathematics, Workshop and Conference", (4-7 April 2023, Tsinghua University, Online).
7. One of the organizers of "Recent Developments in Algebraic Geometry, Arithmetic and Dynamics, Part II (in honor of the 60th birthday of Professor De-Qi Zhang)" (14 August - 1 September 2023 Institute for Mathematical Sciences (IMS), NUS, Singapore).
8. One of the organizers of "Tsinghua-Tokyo workshop on Calabi-Yau" (Fuji Kensyujyo, January, 15-19, 2024).
9. One of the committee members of "The 3rd International Undergraduate Mathematics Summer School" (Seoul National University, 7-18 August 2023).

#### H. 海外からのビジター

1. Curtis T. McMullen (Harvard U.), "Billiards and Moduli Spaces", Colloquium Talk, 5 June, 2023.
2. Jun-Muk Hwang (Director of IBS for Complex Geometry), "Group of symmetrizers of a projective hypersurface", One day workshop on Algebraic and Complex Geometry, Math. Sci. U. Tokyo, 12 March, 2024.

## 河澄 響矢 (KAWAZUMI Nariya)

### A. 研究概要

$C^\infty$  曲面とくにコンパクトで向きづけられた曲面のトポロジーと複素解析に関わることに興味をもっている。しかし、主な研究手法は一種の応用代数学である。

1. 閉曲面のパンツ分解から自然な定まる曲面の胞体分割を導入することにより、Weil-Petersson シンプレクティック形式を Fenchel-Nielsen 座標によって表す Wolpert の公式の位相的な証明を与えた。さらに、スピン双曲曲面についての Fenchel-Nielsen 座標も導入した。[B7,C9,C10]
2. (Christine Vespa 氏 (Aix-Marseille 大) との共同研究) 自由群の自己同型群のねじれ安定コホモロジーについて wheeled PROP 構造を導入した [B1]。
3. コンパクト Riemann 面のモジュライ空間上の Hodge 束とその複素共役のテンソル積の具体的な切断を導入した。これは Kawazumi-Zhang 不変量の twisted version で第一 Mumford-Morita-Miller 類と密接に関係している [B2,C3]。
4. (Arthur Soulié 氏 (Caen Normandy 大) との共同研究) 写像類群のねじれ安定コホモロジー群であって、自明係数コホモロジー代数の上で自由とはならない例を発見した。具体的には  $d \neq 2$  のときの曲面の単位接束のコホモロジー群およびその  $d$  次外積である。これらの例では、自明係数コホモロジー代数の上での Tor 群はすべての次数で消えていない。また、 $d \leq 5$  についてこの Tor 群を計算した。[B5,B6,C6,C8]
5. 境界が空でない向きづけられた曲面上の基点つきループについて Turaev の  $\mu$ -演算とは線型独立な演算を発見した。

My research interests are  $C^\infty$  surfaces, in particular, topological and/or complex analytic aspects of compact oriented  $C^\infty$  surfaces. But the main tool for my research is some kind of applied algebra.

1. By introducing a natural cell decomposition induced by a pants decomposition of a closed oriented surface, we gave a topological proof of Wolpert's formula of the Weil-Petersson symplectic form in terms of the Fenchel-Nielsen coordinates. Moreover we introduced a modified Fenchel-Nielsen coordinate system for spin hyperbolic surfaces. [B7, C9, C10]
2. (joint work with Christine Vespa (Aix-Marseille University)) We introduced a wheeled PROP structure to the stable twisted cohomology of the automorphism group of a free group [B1].
3. We introduced an explicit section of a tensor product of the Hodge bundle and its complex conjugate over the moduli space of compact Riemann surfaces. It is a twisted generalization of the Kawazumi-Zhang invariant, and closely related to the first Mumford-Morita-Miller class [B2, C3].
4. (joint work with Arthur Soulié (University of Caen Normandy)) We discovered the first example of modules of the mapping class group whose stable cohomology groups are NOT free over the stable cohomology algebra with trivial coefficients. More explicitly, if  $d \neq 2$ , the stable cohomology group with coefficients in the  $d$ -th exterior power of the first homology group of the unit tangent bundle of the surface is not free, and its Tor-group over the algebra does not vanish at each degree. Moreover we computed the Tor-group for  $d \leq 5$ . [B5,B6,C6,C8]
5. We discovered an operation of based loops on an oriented surface with non-empty boundary, which is linear independent of Turaev's  $\mu$ -operation.

## B. 発表論文

1. N. Kawazumi and C. Vespa: "On the wheeled PROP of stable cohomology of  $\text{Aut}(F_n)$  with bivariant coefficients", *Alg. Geom. Top.*, **23**:7 (2023) 3089–3128
2. N. Kawazumi: "A twisted invariant of a compact Riemann surface", to appear in: 'Essays on Geometry', edited by M. Uludag and A. Zeytin. (also available at arXiv: 2210.00532)
3. N. Kawazumi: "Some algebraic aspects of the Turaev cobracket", 'Topology and Geometry', edited by A. Papadopoulos, EMS Publishing House, Zurich, 2021, pp. 329–356.
4. A. Alekseev, N. Kawazumi, Y. Kuno and F. Naef: "Goldman-Turaev formality implies Kashiwara-Vergne", *Quantum Topology* **11** (2020) 657–689.
5. N. Kawazumi and A. Soulié: "Stable twisted cohomology of the mapping class groups in the unit tangent bundle homology", preprint, arXiv: 2211.02793 (2022)
6. N. Kawazumi and A. Soulié: "Stable twisted cohomology of the mapping class groups in the exterior powers of the unit tangent bundle homology", preprint, arXiv: 2311.01791 (2023)
7. N. Kawazumi: "A topological proof of Wolpert's formula of the Weil-Petersson symplectic form in terms of the Fenchel-Nielsen coordinates", in preparation

## C. 口頭発表

1. A double version of Turaev's gate derivatives, RIMS 研究集会「Geometry of discrete groups and hyperbolic spaces」2021年6月2日, 京都大学数理解析研究所 (オンライン)
2. トポロジー — 否定的なものを代数的に捉える, 2021年度教養総合「数理科学の最先端」2021年6月19日, 麻布高等学校 (オンライン)
3. リーマン面に関連する位相幾何学の問題,

RIMS 共同研究「複素幾何学の諸問題 II」

2021年9月8日, 京都大学数理解析研究所・大阪市立大学数学研究所 (オンライン)

4. (久野雄介氏と共同) 写像類群のリー代数を求めて, 日本数学会秋季総合分科会トポロジー分科会幾何学分科会特別講演, 2021年9月15日, 千葉大学 (オンライン)
5. A double version of Turaev's gate derivatives, トポロジーセミナー, 2021年10月27日, 大阪大学理学研究科数学教室,
6. Stable cohomology of the mapping class groups with some particular twisted coefficients, Séminaire GT3, 2022年11月21日, IRMA, University of Strasbourg. (フランス),
7. A topological proof of Wolpert's formula of the Weil-Petersson symplectic form in terms of the Fenchel-Nielsen coordinates, Teichmüller Theory: Classical, Higher, Super and Quantum, 2023年8月2日, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (ドイツ)
8. Stable cohomology of the mapping class groups with some particular twisted coefficients, リーマン面に関連する位相幾何学 2023年8月22日, 東京大学大学院数理科学研究科 (自分が主催者の一員なので招待講演ではない)
9. A topological proof of Wolpert's formula of the Weil-Petersson symplectic form in terms of the Fenchel-Nielsen coordinates, Seminar on "Algebra, geometry and graph complexes", 2023年11月16日 Mathematics Research Unit, University of Luxembourg (ルクセンブルク)
10. Fenchel-Nielsen 座標による Weil-Petersson シンプレクティック形式についての Wolpert の公式の位相的証明, 東北大学幾何セミナー, 2024年2月7日, 東北大学大学院理学研究科数学専攻.

## D. 講義

1. 幾何学 I・幾何学特別演習 I:  $C^\infty$  多様体の入門講義および演習. (理学部 3年生向)

け講義)

2. 幾何学 I:  $C^\infty$  多様体の入門講義。(「教育の効率化」ビデオ収録)

#### E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 王 格非 (WANG Gefei): On the rational cohomology of spin hyperelliptic mapping class groups.
2. (修士) 和久田 葵 (WAKUDA Aoi): A generalization of the Center Theorem of the Thurston-Wolpert-Goldman Lie algebra.

#### F. 対外研究サービス

1. 日本数学会学術委員会委員, 2018 年 7 月から, 同委員長, 2023 年 7 月から,
2. 日本数学会教育研究資金問題検討委員会委員, 2020 年 7 月から
3. 京都大学数理解析研究所専門委員, 2022 年度,
4. The 14th MSJ-SI: New Aspects of Teichmüller theory, 組織委員, 2023 年 7 月
5. 研究集会「リーマン面に関連する位相幾何学」世話人, 2023 年 8 月
6. SwissMAP Research Station in Diablerets: Mapping class groups: pronilpotent and cohomological approaches, Organizer, 2023 年 9 月
7. Tokyo-Seoul Conference in Mathematics, 2023 — Topology and Geometric Group Theory, 世話人, 2023 年 10 月

#### G. 受賞

2021 年度日本数学会幾何学賞 (久野雄介氏と共同)

### 河東 泰之 (KAWAHIGASHI Yasuyuki)

#### A. 研究概要

$\alpha$ -induction は,  $Q$ -system 付きの unitary modular tensor category から新しい fusion category を作る tensor functor である. これは quantum  $6j$ -symbols と braiding を用いて記述され,  $\alpha$ -induced bi-unitary connection を生み出す. 去年は  $Q$ -system の局所性 (可換性) が  $\alpha$ -induced bi-unitary connection の flatness を導くことを

示したが, 今年は期待に反して, この逆も正しいことを示した. いくつかの具体例について計算してみた.

$\alpha$ -induction is a tensor functor producing a new fusion category from a unitary modular tensor category and a  $Q$ -system in it. This can be formulated in terms of quantum  $6j$ -symbols and braiding and gives  $\alpha$ -induced bi-unitary connections. Last year, we showed that locality of the  $Q$ -system implies flatness of the  $\alpha$ -induced connections. We now prove that the converse also holds, which was against expectation. We work out various examples.

#### B. 発表論文

1. Y. Kawahigashi, The relative Drinfeld commutant of a fusion category and  $\alpha$ -induction, Internat. Math. Res. Notices. **2019** (2019), 6304–6316.
2. Y. Kawahigashi, A remark on matrix product operator algebras, anyons and subfactors, Lett. Math. Phys. **110** (2020), 1113–1122.
3. Y. Kawahigashi, Projector matrix product operators, anyons and higher relative commutants of subfactors, Math. Ann. **387** (2023), 2157–2172.
4. Y. Kawahigashi, Two-dimensional topological order and operator algebras, Internat. J. Modern Phys. B **35** (2021), 2130003 (16 pages).
5. Y. Kawahigashi, A characterization of a finite-dimensional commuting square producing a subfactor of finite depth, Internat. Math. Res. Notices. **2023** (2023), 8419–8433.
6. Y. Kawahigashi,  $\alpha$ -induction for bi-unitary connections, to appear in Quantum Topol.
7. D. E. Evans and Y. Kawahigashi, Subfactors and mathematical physics, Bull. Amer. Math. Soc. **60** (2023), 459–482.

### C. 口頭発表

1. Tensor networks, two-dimensional topological order and operator algebras, Emerging Platforms for Quantum Computing, Tohoku University, April 2023.
2. Quantum symmetries in operator algebras and mathematical physics, Colloquium, Texas A&M University (U.S.A.), April 2023.
3.  $\alpha$ -induction for bi-unitary connections, Where Mathematics Meets Quantum Physics: a workshop on the occasion of Roberto Longo's 70th birthday, Enrico Fermi Research Center (Italy), June 2023.
4.  $\alpha$ -induction for bi-unitary connections, OAS Follow on: Operator Algebras: Subfactors and Applications, Isaac Newton Institute (U.K.), June 2023.
5. Operator algebras, tensor categories and quantum field theory, Workshop on Operator Algebras, Deformation Quantization and Related Field Theories, International Centre for Interdisciplinary Science and Education (Vietnam), July 2023.
6. Quantum symmetries in operator algebras and mathematical physics, International Congress on Basic Science, Beijing Institute of Mathematical Sciences and Applications (China), July 2023.
7. Two-dimensional topological order and operator algebras, Topological Quantum Computation, International Centre for Mathematical Sciences, Edinburgh (U.K.), October 2023.
8. Bi-unitary connections, modular tensor categories and  $\alpha$ -induction, Subfactors and Fusion (2-)Categories, Banff International Research Station (Canada), December 2023.
9. Quantum symmetries in operator algebras and mathematical physics, East Asian Core Doctoral Forum on Mathe-

matics, Fudan University (China), January 2024.

10. Quantum  $6j$ -symbols and braiding, MIT Infinite Dimensional Algebra Seminar (U.S.A.), February 2024.

### D. 講義

1. 数理科学の研究フロンティア：宇宙，物質，生命，情報：理研の若手研究者によるオムニバス講義のコーディネート。（教養学部 1,2 年生講義）

### E. 修士・博士論文

1. (博士) 羽柴康仁 (HASHIBA Yasuhito): On the structure of crossed product von Neumann algebras
2. (博士) 北村侃 (KITAMURA Kan): Discrete quantum subgroups of quantum doubles
3. (博士) 及川瑞稀 (OIKAWA Mizuki): Equivariant  $\alpha$ -induction Frobenius algebras and related constructions of tensor categories
4. (修士) 中江優介 (NAKAE Yusuke): Constructing methods of Haag-Kastler nets by  $S$ -matrices, deformation and Lagrangians
5. (修士) XU Ziyun: The  $\alpha$ -induction of superconformal nets

### F. 対外研究サービス

1. *Communications in Mathematical Physics* の editor.
2. *International Journal of Mathematics* の chief editor.
3. *Japanese Journal of Mathematics* の managing editor.
4. *Journal of Mathematical Physics* の associate editor.
5. *Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo* の editor-in-chief.
6. *Journal of Topology and Analysis* の editor.
7. *Letters in Mathematical Physics* の editor.

8. *Mathematics Open* の editor.
9. *Reviews in Mathematical Physics* の associate editor.
10. *Taiwan Journal of Mathematics* の editor.
11. *Pure and Applied Mathematics Quarterly* の guest editor.
12. *Mathematical Physics Studies* (Springer) の editor.
13. Theoretical studies of topological phases of matter (国際高等研究所, April 4-6, 2023) のオーガナイザー.
14. The Second Australia-China-Japan-Singapore-U.S. Index Theory Conference–Noncommutative Geometry and K-Theory (東大数理, May 29–June 2, 2023) のオーガナイザー.
15. Workshop on Operator Algebras, Deformation Quantization and Related Field Theories (International Centre for Interdisciplinary Science and Education, Vietnam, July 10–14, 2023) のオーガナイザー.
16. East Asian Core Doctorial Forum on Mathematics (Fudan University, China, January 8–11, 2024) のオーガナイザー.
17. CREST Tutorial Workshop “Theoretical studies of topological phases of matter” (Online, February 5–7, 2024) のオーガナイザー.
18. Frontier of Science Award in Functional Analysis and Operator Theory (International Congress of Basic Sciences, China, 2023) の選考委員.

## 木田 良才 (KIDA Yoshikata)

### A. 研究概要

可算群の標準確率空間への保測作用に対し、それからできる軌道同値関係の研究を行っている。とりわけ、近年の研究では、軌道同値関係の性質を反映する、充足群とよばれる群の中心列の (非) 存在に関する研究を行っている。中心列の概念は、古くは Murray-von Neumann によるフォンノイ

マン環の研究に端を発し、初期のフォンノイマン環の理論において基本的な役割を果たした。一方で、保測同値関係に対する中心列の研究は、フォンノイマン環に対するそれと比べ数少なく、基本的な問題「すべての内部従順群はシュミット性をもつか?」が未解決である。ここで、可算群  $G$  がシュミット性をもつとは、 $G$  の標準確率空間への自由保測作用が存在して、その軌道同値関係の充足群が非自明な中心列をもつときをいう。下記発表論文 2. で掲げた問題「シュミット性をもつ群の中心拡大はシュミット性をもつか?」に取り組んだ。

I am studying the orbit equivalence relation arising from a measure-preserving action of a countable group on a standard probability space. Among others, in recent years, I am studying (non)existence of central sequences in the full group that reflects properties of orbit equivalence relations. The notion of central sequences stems from the paper of Murray-von Neumann that originated the theory of von Neumann algebras, and played a fundamental role in the early stage of the study of von Neumann algebras. In contrast, there are not many studies of central sequences for orbit equivalence relations, and the fundamental question asking whether all inner amenable groups have the Schmidt property remains open. Here, a countable group  $G$  has the Schmidt property if there exists a free measure-preserving action of  $G$  on a standard probability space such that the full group of the associated orbit equivalence relation admits a nontrivial central sequence. I studied the question, posed in the paper 2 below, asking whether a central extension of a group with the Schmidt property has the Schmidt property.

### B. 発表論文

1. Y. Kida and R. Tucker-Drob : “Groups with infinite FC-center have the Schmidt property”, *Ergodic Theory Dynam. Systems* **42** (2022), 1662–1707.
2. Y. Kida and R. Tucker-Drob : “Inner

amenable groupoids and central sequences”, Forum Math. Sigma **8** (2020), e29, 84 pp.

3. Y. Kida: “The modular cocycle from commensuration and its Mackey range”, Operator algebras and mathematical physics, 139–152, Adv. Stud. Pure Math., 80, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2019.

### C. 口頭発表

1. スターリングスの定理について, 談話会, 京都大学, 2023 年 12 月.
2. Orbit equivalence, treeings, and Baumslag-Solitar groups, Tokyo-Seoul Conference in Mathematics, 2023 — Topology and Geometric Group Theory, 2023 年 10 月.
3. On treeings arising from HNN extensions, 作用素環論の最近の進展, 京都大学数理解析研究所, 2023 年 9 月.
4. On treeings arising from Baumslag-Solitar groups, Groups and Dynamics: Topology, Measure, and Borel Structure, MFO (ドイツ, オンライン参加), 2022 年 1 月.
5. 軌道同型の理論と Baumslag-Solitar 群, 東京都立大学談話会, 2021 年 11 月.
6. 離散群と軌道同値関係の内部従順性, 第 16 回代数・解析・幾何学セミナー, Zoom でのオンライン開催, 2021 年 2 月.
7. An invitation to measured group theory, 第 4 回数理解新人セミナー, Zoom でのオンライン開催, 2021 年 2 月.
8. 測度付き同値関係の研究について, 東北大学談話会, Zoom でのオンライン開催, 2020 年 10 月.
9. Groups with infinite FC-center have the Schmidt property, Measurable, Borel, and Topological Dynamics, CIRM (フランス), 2019 年 10 月.
10. Groups with infinite FC-center have the Schmidt property, Classification Problems in von Neumann Algebras, BIRS

(カナダ), 2019 年 9 月.

### D. 講義

1. 数理解科学基礎 (微積): 微分積分学を学ぶ上で必要になる基本事項について講義した. (教養学部前期課程講義)
2. 数理解科学基礎演習 (微積): 数理解科学基礎の内容に沿った演習を行った. (教養学部前期課程講義)
3. 微分積分学 1: 一変数関数のテイラー展開, 二変数関数の微分について講義した. (教養学部前期課程講義)
4. 数学基礎理論演習 (微積): 微分積分学 1 の内容に沿った演習を行った. (教養学部前期課程講義)
5. 数学 I: 三角関数・指数関数をはじめとする初等関数の微積分について講義した. (教養学部前期課程講義)
6. 解析学 VI: フーリエ変換と超関数の基礎について講義した. (3 年生向け講義)
7. 解析学特別演習 III: 解析学 VI の内容に沿った演習を行った. (3 年生向け講義)
8. 解析学 XD・スペクトル理論: ヒルベルト空間上のコンパクト作用素・自己共役作用素・ユニタリ作用素に対するスペクトル分解定理について講義した. (数理大学院・4 年生共通講義)
9. 京都大学での集中講義「離散群とエルゴード理論」, 2023 年 12 月 11 日–15 日: 可算群および保測同値関係の従順性, 樹系付き保測同値関係 (自由群の類似物), Gaboriau-Lyons の定理 (非従順群のベルヌーイ作用からできる軌道同値関係は, 非従順な樹化可能保測同値関係を含む) について講義した.

### F. 対外研究サービス

1. The “Habilitation à diriger les recherches (HDR)” of Camille Horbez, 審査委員, 2024 年 1 月.
2. 研究集会「Operator Algebras and Mathematical Physics (Yasu Festa 60)」, オーガナイザー, 2024 年 7 月 24 日–28 日.

## G. 受賞

1. 日本学術振興会賞, 2019 年 2 月.

## 小林 俊行 (KOBAYASHI Toshiyuki)

### A. 研究概要

2023 年度は専攻長・数学科長の業務の忙殺され、創作活動と執筆は限定されたものになった。

2019–2023 の 5 年間においては、主に以下の 3 テーマの理論構築を行い、総計で約 1,000 ページの論文を著した。また数学の未解決問題の Special Volume の分担執筆を行った [5]。

#### 1. 緩増加等質空間

リー群  $G$  が多様体  $X$  に作用しているとき、ユニタリ表現  $L^2(X)$  がいつ緩増加表現になるかという問題を提起し、数学の異分野との新しい繋がりを追求した (Y. Benoist と共同)。まず、簡約型等質空間  $X = G/H$  に対して、力学系の手法を用いて、 $L^2(X)$  の行列要素の  $L^p$  評価を与え、 $L^2(X)$  が緩増加となるための判定法を発見した [J. Euro. Math. 2015]。次に、 $X$  が簡約型とは限らない場合に、群作用をもつ測度空間に新しい半順序を導入し、ユニタリ表現論の手法を援用して緩増加性の判定法を証明した (第 2 論文 [Chicago Univ. Press, 2022])。第 3 論文 [J. Lie Theory, 2022] で非緩増加な実簡約型等質空間の完全な分類を与え、第 4 論文 [8] では、緩増加性という解析的な性質、リー代数の極限に関する位相的性質、余随伴軌道の幾何的性質、凸多面体の組合せ論的性質の 4 つが同値であることを証明した。またテンソル積表現への応用を [7] で著した。

#### 2. 対称性破れ作用素の構成と分類問題

簡約リー群の無限次元表現の「分岐則」に関して、定性的理論から定量的理論に深化させるプログラムを提起した ([9])。

**2.A.** (定性的理論) 離散的な分岐則の理論の要となる  $K'$ -admissibility の十分条件 ([Ann. Math., 1998] の主定理の 1 つ) が、実は必要十分条件であることをシンプレクティック幾何の手法を用いて証明を与えた [Kostant 追悼論文, 2021]。

**2.B.** (定性的理論 2) 無限次元表現を部分群に制限したときの重複度が有限・一様有界になるための判定条件を無限次元表現の“大きさ”の言葉を用

いて与え、特に、対称対に周期をもつ表現の別の対称対への表現が有界重複度をもつケースを可視的作用の理論を援用して分類した ([6] 他)。

**2.C.** (定量的理論 1—対称性破れ作用素) 無限次元表現に対する対称性破れ作用素を、非局所作用素まで含めて構成・分類するプログラムを提唱し [9]、最初の重要な例として、総計 650 頁の長編論文で共形手平坦な部分多様体の微分形式に関する対称性破れ作用素の分類理論を完成させた

**2.D.** (定量的理論 2—ホログラフィック変換) 対称性破れ作用素の族の双対として“ホログラフィック変換”の概念を導入した [Ann. Inst. Fourier, 2020]。また擬リーマン空間形の離散系列表現の分岐則における離散スペクトラムをホログラフィック変換を用いて構成し、完全に決定した [単著, Adv. Math., 2021]。

**2.D.** (微分対称性破れ作用素の母関数) 標題の新しい概念の研究を開始した (文献 [1, 2, 3, 4])。

#### 3. 不連続群

筆者の長年のモチーフである「リーマン幾何学の枠組を越えた不連続群」において、スペクトル理論の構築に踏み込んだ。幾何学的な準備として、離散群の作用の不連続性を量的に評価する sharpness という概念を導入し、高次元タイヒミュラー空間上で安定な離散スペクトラムを構成し、長編の論文 [Adv. Math.] を出版した。さらに、長編の第 2 論文 [JLT2019] および [Progr. Math. 2017] で隠れた対称性を用いた微分作用素環の構造定理を証明し、それを標準的な擬リーマン局所対称空間のスペクトル解析に活用した [10]。

For the last five years (–2023), I have been working on the following research topics.

#### 1. Tempered homogeneous spaces

This is a challenge to the global analysis on homogeneous spaces beyond symmetric spaces. Jointly with Y. Benoist [J. Euro. Math. '15], we proved a criterion for  $L^p$ -temperedness of the regular representation on  $G/H$  in the generality that  $G \supset H$  are pair of reductive groups, and in [1] for general  $H$ . A complete description of nontempered homogeneous spaces  $G/H$  with  $H \subset G$  reductive has been accomplished in [JLT2022], and a further connection with other

disciplines of mathematics has been explored in [8]. Further references include [7].

## 2. Restriction of representations: symmetry breaking operators

Branching problems ask the behavior of the restriction of irreducible representations to subgroups. I proposed in [Progr. Math., 2015] a program to advance branching problems for reductive groups, see [9] for further perspectives.

**2.A** Concerning the discretely decomposability of the restriction of representations, I proved in [Kostant Memorial Vol., 2021] by using symplectic geometry, the converse of one of the main theorems in my earlier paper [Ann. Math., 1998] based on microlocal analysis.

**2.B** I formulated and proved a criterion for finite multiplicity/bounded multiplicity of the restriction of ‘small’ infinite-dimensional representations to reductive subgroups in a sequence of papers, including [6]. In particular, I established a classification of the triples  $(G, H, G')$  such that  $(G, H)$  is a symmetric pair and that any irreducible  $H$ -distinguished representations have bounded multiplicity when restricted to another symmetric pair  $(G, G')$ .

**2.C** With B. Speh, I classified *symmetry breaking operators* (SBOs) of principal series for a pair of Lorentz groups (Memoirs of AMS 2015 and [Lect. Notes Math. **2234** (2018)]), which give the first successful for the complete classification of SBOs. A part of this work is extended to higher rank case.

**2.D** As an “inversion” of the symmetry breaking, I introduced the concept of **holographic transform** in [Adv. Math. 2021] and in a joint paper with Pevzner ([Ann. Inst. Fourier 2020]). We also developed the concept of generating operators for SBOs in [1, 2, 3, 4].

## 3. Analysis on locally symmetric spaces—beyond the Riemannian case

Developing my long motif on discontinuous groups beyond the Riemannian case, I initiated the study on global analysis on locally non-Riemannian symmetric spaces with F. Kassel

in [Adv. Math. 2016] and proved the existence of “stable spectrum” under small deformation of discontinuous groups. Further progress includes [Progr. Math. '17], [JLT2019], and [10].

## B. 発表論文

(論文は 2023 年以降のものを記載する。2022 年以前の論文は、過去の Annual Report の各年度に記載。)

1. T. Kobayashi, Generating operators of symmetry breaking—from discrete to continuous, 17 pages, accepted for publication in *Indagationes Mathematicae*. Available also at arXiv:2307.16587
2. T. Kobayashi and M. Pevzner, A generating operator for Rankin–Cohen brackets, preprint. 24 pp. arXiv: 2306.16800.
3. T. Kobayashi and M. Pevzner, Generating operators and branching problems, 表現論シンポジウム Symposium on Representation Theory 講演集, pages 111–122, (2023), Eds. Kazufumi Kimoto and Yasufumi Hashimoto.
4. T. Kobayashi and M. Pevzner, A short proof for Rankin-Cohen brackets and generating operators, arXiv 2402.05363, to appear in “Lie Theory and its Applications”, Springer Proc. Math. Stat., Springer-Nature.
5. T. Kobayashi: Conjectures on reductive homogeneous spaces, In J.-M. Morel and B. Teissier, editors, *Mathematics Going Forward: Collected Mathematical Brushstrokes*, Lecture Notes in Mathematics **2313**, pages 217–231. Springer, 2023. DOI: 10.1007/978-3-031-12244-6\_17.
6. T. Kobayashi, Bounded multiplicity branching for symmetric pairs, *Journal of Lie Theory*, **33**(1):305–328, 2023. Special Volume for Karl Heinrich Hofmann.
7. Y. Benoist, Y. Inoue, and T. Kobayashi. Temperedness criterion of the tensor product of parabolic induction for  $GL_n$ ,

Journal of Algebra, **617**:1–16, 2023.  
DOI: 10.1016/j.jalgebra.2022.10.029.

8. Y. Benoist and T. Kobayashi, Tempered homogeneous spaces IV. Journal of the Institute of Mathematics of Jussieu **22**, pages 2879–2906, 2023. DOI: 10.1017/S1474748022000287.
9. T. Kobayashi, Recent advances in branching problems of representations, To appear in Sugaku Expositions, Amer. Math. Soc. arXiv: 2112.00642.
10. F. Kassel and T. Kobayashi. Spectral analysis on standard locally homogeneous spaces, preprint, 98 pages, ArXiv: 1912.12601.
11. 小林俊行, リー群とリー代数, 第1回リー群, 数学セミナー, 2024, 4月号, pages 52–57.

#### C. 口頭発表

1. (複数のテーマに関する概説講演)  
(**1.A** と **1.B** は 1 つにまとめる.)  
**1.A.** Non-commutative Harmonic Analysis, Branching Problems, and Discontinuous Groups. The 7th Tunisian-Japanese Conference: Geometric and Harmonic Analysis on Homogeneous Spaces and Applications in Honor of Professor Toshiyuki Kobayashi. Monastir, Tunisia, 31 October–4 November 2023.  
**1.B.** On the Crossroads of Global Analysis and Representation Theory. Geometry, Analysis, and Representation Theory of Lie Groups. In Honour of Professor Toshiyuki Kobayashi (organized by Y. Oshima, H. Sekiguchi, T. Kubo, T. Okuda, Y. Tanaka, and M. Kitagawa). The University of Tokyo, 5–9 September 2022.
2. A Generating Operator for Rankin–Cohen Brackets. (**2.A.** と **2.B.** は内容は異なるが, 大きなテーマとしては繋がっているので 1 つにまとめる.)  
**2.A.** 29th Nordic Congress of Mathematicians with EMS. Aalborg, Denmark, 3–7 July 2023. **2.B.** (Plenary Lecture) International Workshop Lie Theory and Its Applications in Physics (LT-15). Varna, Bulgaria, 19–25 June 2023.
3. “Visible actions” and “only one” — Geometric structure that produces multiplicity-free representations. 東京大学大学院数理科学研究科設立 30 周年記念講演 (The 30th Anniversary Ceremony of the Foundation of the Graduate School of Mathematical Sciences). The University of Tokyo, 15 October 2022.
4. Multiplicities and discrete decomposability for the restriction. (**4.A.**–**4.D.** では講演タイトル, 内容は異なるが, 大きなテーマとしては繋がっているので 1 つにまとめる.) **4.A.** Harish-Chandra’s admissibility theorem and beyond. 18th Discussion Meeting in Harmonic Analysis (In honour of centenary year of Harish Chandra). IIT Guwahati, India, 18–21 December 2023. **4.B.** Harish-Chandra’s admissibility theorem and beyond. Harish-Chandra Centenary Celebrations 2023: Conference on Harish-Chandra. Harish-Chandra Research Institute (HRI) in Allahabad, India, 9–14 October 2023. **4.C.** Representations and Characters: Revisiting the Works of Harish-Chandra and André Weil — A satellite conference of the virtual ICM 2022 (organized by Hung Yean Loke, Tomasz Przebinda, Angela Pasquale, and Binyong Sun). the Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore, Singapore, 9 July 2022. **4.D.** Bounded multiplicity in the branching problems of “small” infinite-dimensional representations, 5 October 2021. リー群論・表現論セミナー (オンライン), 東京大学.
5. Proper Actions and Representation Theory. (**5.A.**–**5.I.** では講演タイトル,

内容は個々に異なるが、大きなテーマとしては繋がっているので1つにまとめる。) **5.A.** Local to Global in Non-Riemannian Geometry, **5.B.** Properness Criterion and its Quantification, **5.C.** Global Analysis on Locally Symmetric Spaces Beyond the Riemannian Case (**5.A.**, **5.B.**, **5.C.** は 2024 年 1 月 1 日~3 日に行った Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric というテーマの 3 回の連続講演. Zariski Dense Subgroups, Number Theory and Geometric Applications. ICTS, Bangalore, India, 1–12 January 2024.) **5.D.** **9.E.** Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric. Colloquium. Yale University, USA, 17 April 2019. **5.E.** Properness criterion. **5.F.** Discontinuous group, Weil’s local rigidity, and deformation. **5.G.** Tempered Subgroups and tempered homogeneous spaces. (**5.E.**, **5.F.**, **5.G.** は Representations and Characters: Revisiting the Works of Harish-Chandra and André Weil — A satellite conference of the virtual ICM 2022 の 4 連続講演のうちの 3 つ. The Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore, Singapore, 1–15 July 2022. organized by Hung Yean Loke, Tomasz Przebinda, Angela Pasquale, and Binyong Sun). **5.H.** Discontinuous dual and properness criterion (25 April, 2022) **5.I.** The Mackey analogy and proper actions (2 May, 2022) (**5.H.**, **5.I.** は Proper Actions and Representation Theory. Mini-courses of Mini-lectures (Organizers: Pierre Clare, Nigel Higson and Birgit Speh) における 4 つのテーマの講演の 2 つ, AIM Research Community: Representation Theory & Noncommutative Geometry, online), 25 April–16 May 2022.

6. Tempered Homogeneous Spaces. (**6.A.**–

**6.K.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては繋がっているので1つにまとめる.)

**6.A.** Tempered homogeneous spaces and tempered subgroups — Dynamical approach **6.B.** Classification theory of non-tempered  $G/H$  — Combinatorics of convex polyhedra **6.C.** Tempered homogeneous spaces — Interaction with topology and geometry (**6.A.**, **6.B.**, **6.C.** は Harich-Chandra’s Tempered Representations and Geometry. 18th Discussion Meeting in Harmonic Analysis (In honour of centenary year of Harich-Chandra): Workshop. IIT Guwahati, India, 12-16 December 2023 における 4 連続講演のうちの 3 つ) **6.D.** Tempered subgroups à la Margulis (9 May, 2022) **6.E.** Tempered homogeneous spaces (16 May 2022) (**6.D.**, **6.E.** は Proper Actions and Representation Theory. Mini-courses of Mini-lectures (Organizers: Pierre Clare, Nigel Higson and Birgit Speh) における 4 連続講演のうち 2 つ, AIM Research Community: Representation Theory & Noncommutative Geometry, online), 25 April–16 May 2022. **6.F.** Symmetry in Geometry and Analysis, In honour of Professor Toshiyuki Kobayashi (organized by M. Pevzner and H. Sekiguchi). Reims University, France, 6–10 June 2022. **6.G.** 緩増加な等質空間 (Tempered Homogeneous Spaces). 日本数学会年会函数解析学分会特別講演 (慶応大学, オンライン), 16 March 2021. **6.H.** Limit Algebras and Tempered Representations. (opening lecture). RIMS Workshop: Lie Theory, Representation Theory and Related Areas. (online), 10 August 2021. **6.I.** Limit Algebras and Tempered Representations. (plenary opening lecture). XIV. International Workshop: Lie Theory and Its Applications in Physics. Bulgaria (online), 20–26 June

2021. **6.J.** Limit algebras and tempered representation. Lie Groups and Representation Theory Seminar. The University of Tokyo, 15 June 2021. **6.K.** This is What I do: Limit algebras and tempered representations. Representation Theory & Noncommutative Geometry. AIM Research Community (online), 8 April 2021.
7. Schrödinger model of minimal representations and branching problems. Minimal Representations and Theta Correspondence: (Gordan Savin 教授選 暦記念研究集会). (online), The Erwin Schrödinger International Institute for Mathematics and Physics (ESI), 11–15 April 2022.
8. Regular Representations on Homogeneous Spaces, (**8.A.–8.K.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては繋がっているので1つにまとめる.) **8.A.** Is representation theory useful for global analysis on a manifold? — Multiplicity: Approach from PDEs, Harish-Chandra’s Tempered Representations and Geometry IIT Guwahati, India, 12-16 December 2023. (Harish-Chandra 生誕 100 年を記念した 4 回の連続講義の第 1 回目) **8.B.** Is representation theory useful for global analysis on a manifold? — Multiplicity: Approach from PDEs, **8.C.** Tempered homogeneous spaces and tempered subgroups — Dynamical approach, **8.D.** Classification theory of non-tempered  $G/H$  — Combinatorics of convex polyhedra, **8.E.** Tempered homogeneous spaces — Interaction with topology and geometry, (**8.B.**, **8.C.**, **8.D.**, **8.E.** は Analysis on Homogeneous Spaces における 4 回連続講演, Noncommutative Geometry and Analysis on Homogeneous Spaces. Williamsburg, USA, 16–20 January 2023.) **8.F.** Basic Questions in Group-Theoretic Analysis on Manifolds. MATH-IMS Joint Pure Mathematics Colloquium Series. The Chinese University of Hong Kong, 25 November 2022. **8.G.** A Foundation of Group-theoretic Analysis on Manifolds. Colloquium di dipartimento. Dipartimento di Matematica, Università di Roma “Tor Vergata” (online), 18 February 2021. **8.H.** Representation Theory of Reductive Groups from Geometric and Analytic Methods (in honour of Simon Gindikin). Kavli IPMU, Japan, 27–28 January 2020; **8.I.** Regular Representations on Homogeneous Spaces. (plenary lecture). International Workshop: Lie Theory and Its Applications in Physics (LT-13). Varna, Bulgaria, 17–23 June 2019; **8.J.** Regular Representations on Homogeneous Spaces. (opening lecture). RIMS Workshop: Developments in Representation Theory and Related Topics (organizer: Yoshiki Oshima). RIMS, Kyoto University, 9–12 July 2019; **8.K.** Regular Representations on Homogeneous Spaces. Dynamics of Group Actions (Yves Benoist 教授選 暦記念研究集会). Cetraro, Italy, 27–31 May 2019.
9. Global Geometry and Analysis on Locally Symmetric Spaces—Beyond the Riemannian Case. (**9.A.–9.D.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては繋がっているので1つにまとめる.) **9.A.** Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric. Colloquium, National University of Singapore. (online), 13 August 2021. **9.B.** Sound of an anti-de Sitter manifold. (opening lecture). Inaugural Day of the French–Kazakhstan school of Mathematics. (online), 25 June 2021. **9.C.** Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-

metric. Seminar. University of Padova, Italy, 3 June 2019. **9.D.** Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric. Colloquium. Oklahoma State University, 3 May 2019.

10. Branching Laws for Infinite Dimensional Representations of Real Lie Groups; Symmetry Breaking Operators. (**10.A.**–**10.D.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては繋がっているので1つにまとめる.)
- 10.A.** Branching Problems and Symmetry Breaking Operators. Geometry, Symmetry and Physics. Yale University, USA, 23 April 2019. **10.B.** A Program for Branching Problems in the Representation Theory of Real Reductive Groups: Classification Problem of Symmetry Breaking Operators. Representation Theory inspired by the Langlands Conjectures, in connection with the AMS-AWM Noether lecture by Birgit Speh. Denver, USA, 17 January 2020. **10.C.** Finite Multiplicity Theorems and Real Spherical Varieties. 松本久義氏還暦記念研究集会, (opening lecture) Tokyo, March 27–29, 2019. **10.D.** Holographic Transform, 20 August, 2021, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis (Online Tambara), August 17-21, 2021.

#### D. 講義

1. 数理科学概論 I (文科生) (教養学部文科 1,2 年生, S セメスター, 対面): フェルミ推定, 微積分, Taylor 展開, 偏微分, Lagrange の未定乗数法, 近似と概算, 微分方程式の初歩, 多変数関数の積分を講義した.
2. 数物先端科学 IV/幾何学 XE (数理大学院・4 年生共通講義, A セメスター, 対面): Inspired by the traditional concepts of generating functions for orthogonal polynomials, I have introduced a novel notion called “generating opera-

tors” for a family of differential operators between two manifolds. In the lecture, I started with classical examples like the generating functions for Catalan numbers, Jacobi polynomials, and heat kernels. Next, I presented a new explicit formula for the generating operators of Rankin–Cohen brackets using higher-dimensional residue calculus. Subsequently, we delved into some classical analysis of Hilbert spaces of holomorphic functions, including the Hardy space and weighted Bergman spaces. Following that, I explained fundamental ideas of analytic representation theory, using the infinite-dimensional representations of  $SL(2, \mathbb{R})$  as an example, and examined intertwining operators and symmetry breaking operators between representations. Finally, I discussed the generating operators for the Rankin–Cohen brackets from the viewpoint of representation theory based on [1, 2, 3, 4].

3. 数学講究 XB (数理科学概説)「対称性の数学」, (理学部数学科 4 年生), 2023 年 5 月 9 日.
4. Harish-Chandra’s Tempered Representations and Geometry IIT Guwahati, India, 12–16 December 2023. (Harish-Chandra 生誕 100 年を記念した 4 回の連続講義)

I delivered four lectures on some foundational progress in recent years about "Analysis on homogeneous spaces" to graduate students, posdoc researchers, and experts.

We discuss what kind of geometry  $X$  guarantees a good control of the transformation group on the function space, and the answer brings us naturally to the notion of spherical varieties/real spherical manifolds in f Lecture 1 by using PDEs. In Lectures 2-4 we discussed spectrum of the unitary representation  $L^2(X)$  with

emphasis on the temperedness criterion. We employ "dynamical approach" in Lecture 2, combinatorics approach in Lecture 3, and "limit algebras" and viewpoints from "geometric quantization" in Lecture 4.

5. Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-Metric. Zariski Dense Subgroups, Number Theory and Geometric Applications. ICTS, Bangalore, India, 1–12 January 2024 (1月1日から3日にわたる3回の連続講義).

Summary: The local to global study of geometries was a major trend of 20th century geometry, with remarkable developments achieved particularly in Riemannian geometry. In contrast, in areas such as pseudo-Riemannian geometry, familiar to us as the space-time of relativity theory, and more generally in pseudo-Riemannian geometry of general signature, surprising little was known about global properties of the geometry even if we impose a locally homogeneous structure. This theme has been developed rapidly in the last three decades.

In the series of lectures, I discussed two topics by the general theory and some typical examples.

(a) Global geometry: Properness criterion and its quantitative estimate for the action of discrete groups of isometries on reductive homogeneous spaces, existence problem of compact manifolds modeled on homogeneous spaces, and their deformation theory.

(b) Spectral analysis: Construction of periodic  $L^2$ -eigenfunctions for the Laplacian with indefinite signature, stability question of eigenvalues under deformation of geometric structure, and spectral decomposition on the locally homogeneous space of indefinite metric.

6. Analysis on Homogeneous Spaces at

minicourse. Winter School: Noncommutative Geometry and Analysis on Homogeneous Spaces. Williamsburg, USA, 16–20 January 2023.

I delivered four lectures on some foundational progress in recent years about "Analysis on homogeneous spaces" to graduate students, posdoc researchers, and experts.

We discuss what kind of geometry  $X$  guarantees a good control of the transformation group on the function space, and the answer brings us naturally to the notion of spherical varieties/real spherical manifolds in Lecture 1 by using PDEs. In Lectures 2-4 I discussed spectrum of the unitary representation  $L^2(X)$  with emphasis on the temperedness criterion. We employ "dynamical approach" in Lecture 2, combinatorics approach in Lecture 3, and "limit algebras" and viewpoints from "geometric quantization" in Lecture 4 based on Benoist–Kobayashi [8].

#### E. 修士・博士論文

1. (課程博士) ペレズ ビクトール (VÍCTOR PÉREZ-VALDÉS): Construction and classification of matrix-valued differential symmetry breaking operators from  $S^3$  to  $S^2$  (3次元球面から2次元球面への対称性破れの行列値微分作用素の構成と分類について).
2. (修士) 青山天馬 (Temma AOYAMA): Deformation of the heat kernel and Brownian motion from the perspective of the Ben Saïd-Kobayashi-Ørsted  $(k, a)$ -generalized Laguerre semigroup theory.
3. (修士) 村上怜司 (Reiji MURAKAMI): Branching problem of tensoring two Verma modules and its application to differential symmetry breaking operators (ヴェーマ加群のテンソルの分岐則と微分対称性破れ作用素への応用).

## F. 対外研究サービス

1. 日仏数学連携拠点 FJ-LMI (French-Japanese Laboratory of Mathematics and its Interactions), 設立および日本側代表 (vice director) (2023年9月1日-).
2. Kavli IPMU(数物宇宙連携機構), 上席科学研究所員併任 (2009.8-2011.5); 主任研究員 (Principal Investigator) 併任 (2011.6-2022.3); 連携研究員 (2022.4-).  
[ジャーナルのエディター]
3. Editor in Chief, Japanese Journal of Mathematics (日本数学会, Springer-Nature) (2006-)
4. Editor, International Mathematics Research Notices (Oxford 大学出版) (2002-2021)
5. Editor in Chief, Takagi Booklet, vol. 1-22 (日本数学会) (2006-)
6. Editor, Geometriae Dedicata (Springer) (2000-)
7. Editor, Advances in Pure and Applied Mathematics (de Gruyter) (2008-)
8. Editor, International Journal of Mathematics (World Scientific) (2004-)
9. Editor, Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo (2007-)
10. Editor, Kyoto Journal of Mathematics (2010-)
11. Editor, Representation Theory (アメリカ数学会) (2015-2019)
12. Editor, AMS Translation Series (アメリカ数学会) (2016-)
13. Editor, Tunijian Journal of Mathematics (2017-)
14. Editor, Special Issue in commemoration of Professor Kunihiko Kodaira's centennial birthday (J. Math. Sciences, The University of Tokyo).
15. Editor, Special Issue in honor of Professor Masaki Kashiwara's 70th birthday (Publ. RIMS) 2017-2021.
16. Chief Editor, Mikio Sato's Collected Papers, (Springer-Nature).
17. 共立出版, 『共立講座 数学探検(全18巻)』, 『共立講座 数学の魅力(全14巻+別巻1)』, 『共立講座 数学の輝き(全40巻予定)』の3シリーズ編集委員
18. 編集委員, 数学の現在  $i, e, \pi$ , (with 斎藤毅, 河東泰之), 東京大学出版会.  
[学会・他大学の委員など]
19. ある国際賞(数学部門)の授賞委員会: Prize Committee (mathematics), 2020-2021, 国外.
20. ある国際賞の授賞委員会: Prize Committee (mathematics), 2019 および 2020, 国外.
21. ICM2022 における招待講演者および Plenary lecturers の Selection Committee の責任者 (Chair, Lie Theory and its generalizations, ICM2022), 2019-2022.
22. ある国際数学者賞の授賞委員会: Prize Committee (International Prize, 数学部門) 2018, 国外.
23. ある国内の数学の賞(複数)の授賞委員会 (anonymous, various years).
24. 京都大学数理解析研究所運営委員 (2015-2017; 2017-2019).
25. 京都大学数理解析研究所専門委員 (2007-2009; 2009-2011; 2015-2017; 2017-2019; 2021-).
26. 科学研究費等の審査委員: 日本 (JSPS), 米国 (NSF-AMS), EU, ドイツ, ルクセンブルク, 中華人民共和国・香港 (various years).
27. OIST の数学部門における国際 Advisory Board (2021-).  
[国際研究集会のオーガナイザーなど]
28. オーガナイザー, 日仏数学連携拠点開設記念コンファランス (Opening Conference of French-Japanese Laboratory of Mathematics and its Interactions), April 4-5, 2024 (with M. Pevzner).
29. オーガナイザー, Periods and Branching Problems for Representations of Real,  $p$ -adic and Adelic Groups, BIRS Conference, Canada, July 2024 (with M. Pevzner, B. Speh).

30. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, (virtual 玉原国際セミナーハウス), August 19–23, 2023 (オンライン).
  31. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, (virtual 玉原国際セミナーハウス), August 17–21, 2022 (オンライン).
  32. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, (virtual 玉原国際セミナーハウス), August 17–21, 2021(オンライン).
  33. オーガナイザー, Integral Geometry, Representation Theory and Complex Analysis, Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe, 27–28 January 2020.
  34. オーガナイザー, 高木レクチャー, 第 24 回 (東京大学 IPMU, 2019 年 12 月); 第 23 回 (京都大学数理研, 2019 年 6 月) (with Y. Kawahigashi, T. Kumagai, H. Nakajima, K. Ono and T. Saito).
  35. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, (virtual 玉原国際セミナーハウス), 18–22 August 2020 (オンライン).
  36. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, 玉原国際セミナーハウス, 20–24 August 2019.
  37. オーガナイザー, リー群論・表現論セミナー (2007–present 東大; 2003–2007 RIMS; 1987–2001 東大)
  38. オーガナイザー, 日仏数学連携拠点, FJ-LMI セミナー, 2023.10– (with M. Pevzner).
  39. 群馬県立太田高等学校の大学訪問, 模擬講義, 2023 年 11 月 8 日.
  40. Scientific Committee, “Representation Theory and Non Commutative Geometry” at IHP 2025, Paris, France.
- G. 受賞
1. Doctrat Honoris Causa (University of Reims), 2022, France.
  2. 日本数学会出版賞 (2019) 『数学の現在  $i, e, \pi$ 』 東京大学出版会, (斎藤毅氏, 河東泰之氏との共同受賞).
  3. アメリカ数学会フェロー (2017) 「簡約リー群の構造論と表現論に対する貢献」 (Contribution to Structure Theory and Representation Theory of Reductive Lie groups).
  4. 紫綬褒章 (Medal with Purple Ribbon)(2014) 「数学研究」.
  5. [学生の受賞] 東京大学学位記授与式における総代, Víctor Pérez-Valdés (2023 年度 (2024 年 3 月), 総代), 東京大学学位記授与式における総代, 甘中一輝 (2020 年度 (2021 年 3 月), 総代・答辞), 田森宥好 (2019 年度 (2020 年 3 月), 総代).
- H. 海外からのビジター
1. M. Pevzner (University of Reims, France), September 2023–, French-Japanese Laboratory of Mathematics and its Interactions, director.
  2. Wen Tao Teng (JSPS PosDoc), October 2023–. He is working on the  $(k, a)$ -generalized Fourier transforms.
  3. 郡山幸雄 (エコールポリテクニーク, France), (2024.3.31–2024.4). Giving an invited lecture at Opening Conference of French-Japanese Laboratory of Mathematics and its Interactions における招待講演 (Deriving Egalitarian and Proportional Principles from Individual Monotonicity) を行う.
  4. Étienne Ghys, (CNRS, École Normale Supérieure de Lyon, France), (2024.3.31–2024.4). Giving an invited lecture at Opening Conference of French-Japanese Laboratory of Mathematics and its Interactions における招待講演 (Linking num-

bers of modular knots) を行う.

5. Jean-Pierre Bourguignon (IHES, France), (2024.3.31–2024.4). Giving an invited lecture at Opening Conference of French-Japanese Laboratory of Mathematics and its Interactions における招待講演 (Mathematicians and Spinors) を行う.

## 権業 善範 (GONGYO Yoshinori)

### A. 研究概要

今年度は、昨年度行っていた研究の修正を主に行なっていた。その研究に解析的 Deligne–Mumford スタックのコンパクト問題が派生し、それについて研究を進めた。一方、近年行なっていた向井型予想に関する研究を一つまとめてプレプリント [7] を arXiv で発表した。また新しい研究として、一般化対に対する標準環の有限生成問題について研究を本格的に始めた。これは来年度中にまとめて発表できればなと思っている。

This academic year, I mainly revised the research I had worked last year. The compactification problem of analytical Deligne–Mumford stack was derived from this research, and I proceeded with research on it. On the other hand, he published a preprint [7] on arXiv that summarizes the research he has been working in recent years on Mukai-type conjectures. In addition, as a new project, we seriously start research on the problem of finite generation problem of the canonical rings for generalized pairs. I hope to be able to announce this within the next year.

### B. 発表論文

1. Y. Gongyo, Y. Nakamura, H. Tanaka : “Rational points on log Fano threefolds over a finite field”, J. Eur. Math. Soc. (JEMS) 21 (2019), no. 12, 3759–3795.
2. S. Ejiri and Y. Gongyo : “Nef anti-canonical divisors and rationally connected fibrations”, preprint, Compos.

Math. 155 (2019), no. 7, 1444–1456.

3. Y. Gongyo and S. Takagi : “Kollár’s injectivity theorem for globally F-regular varieties”, Eur. J. Math. 5 (2019), no. 3, 872–880.
4. S. R. Choi and Y. Gongyo : “On a generalized Batyrev’s cone conjecture”, Math. Z. 300 (2022), no. 2, 1319–1334.
5. W. Chen, Y. Gongyo, and Y. Nakamura : “On a generalized minimal log discrepancy”, preprint, arXiv:2112.09501, to appear in JMSJ
6. Y. Gongyo, and J. Moraga, “Generalized complexity of surfaces”, preprint, arXiv:2301.08395.
7. Y. Gongyo, “Effective non-vanishing and Mukai type conjecture”, preprint, arXiv:2306.08841

### C. 口頭発表

1. 向井型の射影空間の積の特徴づけの予想, “湯布院代数幾何学ワークショップ”, 2023年12月26日–12月29日
2. Effective non-vanishing and Mukai type conjecture, “新潟代数シンポジウム” 2023年12月6日–12月8日
3. 向井型の射影空間の積の特徴づけの予想, “代数幾何学城崎シンポジウム”, 2023年10月24日–27日
4. The Mukai type conjecture, “Recent development in Algebraic Geometry, Arithmetic and Dynamics (Professor De Qi Zhang’s 60 birthday conference)”, Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore, 21st, Aug.–1st, Sep. 2023.
5. 有効消滅性と向井型予想について, “京都大学代数幾何セミナー” 2023年6月12日
6. 高次元極小モデル理論の構築とその応用, “2023年度日本数学会年会代数学賞受賞講演, 中央大学後楽園キャンパス” 2023年3月17日
7. Generalized complexity and the Mukai type conjecture., “Korea-Japan Confer-

ence in Algebraic Geometry', Korea, Daejon' 2023年2月14日

8. Generalized complexity and the Mukai conjecture., "The 1st Algebraic geometry Atami symposium, 熱海" 2023年2月9日
9. Generalized complexity and Mukai's type conjecture., "YMSC AG seminar (Zoom)" 2022年12月15日
10. 一般的複雑性と射影空間の直積の特徴付けに関する向井型予想について "名古屋代数幾何学セミナー," 2022年10月14日

#### D. 講義

1. S1 ターム数学基礎理論演習: 数理科学基礎の演習
2. S2・A ターム線形代数学演習: 線形代数学講義の演習
3. 学術フロンティア講義 (現代の数学—その源泉とフロンティア—)(一部担当)
4. S ターム ベクトル解析
5. A ターム 数学統論 XE・基礎数理特別講義 II
6. A ターム 自然科学ゼミナール (群論)

#### F. 対外研究サービス

1. 日本数学会広報委員 (2023年6月まで)
2. 東大代数幾何セミナー組織員
3. International workshop on Birational Geometry at Nagoya University の組織員
4. 国際研究集会「Birational Geometry and Algebraic Dynamics」の組織員

#### G. 受賞

2023年度日本数学会代数学賞

2023年度文部科学大臣表彰 若手科学者賞

### 斎藤 毅 (SAITO Takeshi)

#### A. 研究概要

局所体のアーベル拡大の分岐群について, Hasse–Arf の定理とよばれる整数性が成立する. 加藤和也氏はこの古典的な定理を, 剰余体の拡大が非分離な場合にも分岐指数が 1 で剰余体が単生成な場合に拡張していた. 剰余体の拡大が一般の場合に

も Hasse–Arf の定理については不等式がなりたち, 等号成立と同値な条件を log 単生成という条件として定式化することにより, 加藤氏の結果がどこまで一般化できるか明らかにした. 証明のために, 対数極つき微分形式の加群のトレース射を構成した.

For the ramification groups of abelian extensions of local fields, the Hasse–Arf theorem asserts an integrality. Kazuya Kato generalized this classical theorem to the case where the residue field extension is inseparable under the assumption that the ramification index is 1 and that the residue field extension is monogenic. An inequality holds without any assumption on the residue field extension and by formulating a condition equivalent to the equality as the log monogenicity, I clarified how much one can generalize of Kato's result. The proof is based on a construction of the trace morphism for the modules of differential forms with log poles.

#### B. 発表論文

1. T. Saito "Graded quotients of ramification groups of local fields with imperfect residue fields", Amer. J. Math.145 (2023), no.5, 1389–1464.
2. T. Saito "A characterization of ramification groups of local fields with imperfect residue fields", Arithmetic Geometry, pp 421–433, proceedings of International conference on arithmetic geometry 2020, TIFR.
3. T. Saito "Cotangent bundles and micro-supports in mixed characteristic case", Algebra & Number Theory 16-2 (2022), 335–368.
4. T. Saito "Frobenius-Witt differentials and regularity", Algebra & Number Theory 16-2 (2022), 369–391.
5. T. Saito "Characteristic cycles and the conductor of direct image", Journal of the American Mathematical Society, 34 (2021), 369–410.
6. K. Kato, T. Saito "Coincidence of two

- Swan conductors of abelian characters”, *Épjournal de Géométrie Algébrique*, epiga:5395, 11 novembre 2019, Volume 3
7. K. Kato, I. Leal, T. Saito “Refined Swan conductors mod  $p$  of one-dimensional Galois representations”, *Nagoya Mathematical Journal* 236 (2019), 134–182.
  8. T. Saito “Ramification groups of coverings and valuations”, *Tunisian Journal of Mathematics* Vol. 1, No. 3, 373-426, 2019.
  - (with Ahmed Abbes and Kazuya Kato), September 5, 2019 CAS Beijing. (中国)
  8. CC, Wild Ramification and Irregular Singularities, Sep 25, 2019 at IMPAN in Warsaw, Poland. (ポーランド)
  9. Characteristic cycle of a constructible sheaf, Arithmetic Geometry in Carthage, Summer School, Tunisian Academy Beit al-Hikma, Carthage, Tunisia Thursday, June 20-21, 2019. (チュニジア)
  10. Characteristic cycle of an  $\ell$ -adic sheaf, CAS Beijing, September 4, 2019 (中国)

### C. 口頭発表

1. On the Hasse-Arf theorem. *Arithmetic Geometry*, 2023 September 18, IM-VAST (ベトナム) 第 19 回北陸数論研究集会「超幾何関数の数論とその周辺」金沢大学 2023 年 11 月 25 日
2. Upper ramification groups of local fields with imperfect residue fields, May 30, 31, 2022, Franco-Asian Summer School on Arithmetic Geometry, Centre International de Rencontres Mathématiques (CIRM), Luminy, (フランス)
3. 余接空間と局所体の分岐群 2022 年 12/23 九大代数学セミナー 九州大学伊都キャンパス
4. Wild ramification and the cotangent bundle in mixed characteristic. Eighth Pacific Rim Conference, 7 August 2020, Online. (アメリカ) Colloquium at University of Minesota, Feb 18 2021, Online. (アメリカ)
5. Graded Quotients of Ramification Groups of a Local Field with Imperfect Residue Field, January 7, 2020, International conference on arithmetic geometry 2020, TIFR, Mumbai. (インド) mercredi 22 janv. 2020, IHES. (フランス)
6. Etale Cohomology and the Characteristic Cycle, September 6, 2019, BICMR, Pekin University. (中国)
7. Ramification groups of a local field

### E. 修士・博士論文

1. (修士) 大江 亮輔 (OOE Ryosuke):  $F$ -characteristic cycle of a rank one sheaf on an arithmetic surface
2. (修士) 松本 晃二郎 (MATSUMOTO Kojiro): On the potential automorphy and the local-global compatibility for the monodromy operators at  $p \neq \ell$  over CM fields
3. (修士) 康 子毅 (KANG Ziyi): Existence of Normal Integral Basis and Arithmetic Splitting for Certain Types of Abelian Extensions
4. (修士) 張 □□ (1 つ目の文字は金を 3 つ、2 つ目の文字は土を 3 つ) (ZHANG Xinyao): On the pro-modularity in the residually reducible case for some totally real fields

### F. 対外研究サービス

1. *Journal of Algebraic Geometry*, エディター
2. *Documenta Mathematica*, エディター
3. *Japanese Journal of Mathematics*, エディター

### 齊藤 宣一 (SAITO Norikazu)

#### A. 研究概要

数値解析学の立場から、様々な数理モデルに対する数値計算技術の数学的基盤理論の構築を行って

いる。具体的には、計算モデル、すなわち、数理モデルとしての微分方程式を差分法、有限要素法、有限体積法などで離散化して得られる有限次元方程式の系統的な導出と、計算モデル自体の数学的正当性の確立を行っている。結果として、理工学諸分野に向けては、数値シミュレーション手法の正当性を確立し、経験に依存した研究、すなわち、「匠の技」を数学的に体系化・言語化することで、経験の少ない人でも安心して利用可能な、高品質シミュレーション手法の提供を目指している。一方で、純粋数学に向けては、解析学における研究の対象となるべき新しい問題設定を提示し、微分方程式論における新しい研究分野を開拓し発展させることも目指している。今年度の主な成果は次の通り。

- 1) 一般的な Hamiltonian を持つ平均場ゲーム方程式に対して、有限要素法による数値計算法の開発とその数学的性質の研究を行った。
- 2) 交通流の連続モデルである Aw–Rascle モデルを、多数の junction がある大規模なネットワーク上で数値計算し、車両クラスターの発生と消滅の時間変化を研究した。(吉田広顕, 上田祐暉, 千葉悠喜との共同研究)

My current research theme is a development of a mathematical theory of numerical methods for various mathematical models. Specifically, I systematically derive computational models, i.e., finite-dimensional equations resulting from discretizations of differential equations using the finite difference method, the finite element method, or the finite volume method, and establish mathematical justification for those computational models themselves. As a result, for science and engineering fields, I aim to establish the validity of numerical methods and to provide high-quality simulation methods that can be used by inexperienced people. On the other hand, for pure mathematics, I aim to present new problems that should be the subject of research in analysis and to open and develop a new research field in the theory of differential equations.

- 1) I developed numerical methods using the fi-

nite element method and examined their properties for the mean-field game equations with a general Hamiltonian.

- 2) We numerically computed the Aw–Rascle model, a continuum model of traffic flow, on a large-scale network with numerous junctions and studied the temporal evolution of vehicle clusters. (Joint research with H. Yoshida, Y. Ueda and Y. Chiba.)

## B. 発表論文

1. N. Saito and Y. Sugitani: “Analysis of the immersed boundary method for a finite element Stokes problem”, *Numer. Methods Partial Differential Equations* **35** (2019) 181–199.
2. Y. Ueda and N. Saito: “Stability and error estimates for the successive-projection technique with B-splines in time”, *J. Comput. Appl. Math.*, **358** (2019) 266–278.
3. Y. Chiba and N. Saito: “Weak discrete maximum principle and  $L^\infty$  analysis of the DG method for the Poisson equation on a polygonal domain”, *Jpn. J. Ind. Appl. Math.*, **36** (2019) 809–834.
4. T. Nakanishi and N. Saito: “Finite element method for radially symmetric solution of a multidimensional semilinear heat equation”, *Jpn. J. Ind. Appl. Math.*, **37** (2020) 165–191.
5. N. Saito: “Variational analysis of the discontinuous Galerkin time-stepping method for parabolic equations”, *IMA J. Numer. Anal.*, **41** (2021) 1253–1278.
6. 齊藤宣一, 数値解析における反例, *応用数理*, **31** (2021) 15–22.
7. T. Nakanishi and N. Saito: “A mass-lumping finite element method for radially symmetric solution of a multidimensional semilinear heat equation with blow-up”, *Int. J. Comput. Math.*, **99** (2022) 1890–1917.
8. D. Inoue, Y. Ito, T. Kashiwabara, N. Saito and H. Yoshida: “A fictitious-play

finite-difference method for linearly solvable mean field games”, ESAIM Math. Model. Numer. Anal., **57** (2023) 1863–1892.

9. D. Inoue, Y. Ito, T. Kashiwabara, N. Saito and H. Yoshida: “Model predictive mean field games for controlling multi-agent systems”, IFAC J. Syst. Control, **24** (2023) DOI: 10.1016/j.ifacsc.2023.100217
10. Y. Chiba and N. Saito: “Nitsche’s method for a Robin boundary value problem in a smooth domain”, Numer. Methods Partial Differential Equations, **39** (2023) 4126–4144.

#### C. 口頭発表

1. Outlet boundary conditions for the Navier–Stokes equations, Mathematics and Computation for Clinical Problems: I, II and III, ICIAM 2019: The 9th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, 15-19 July 2019, Valencia, Spain
2. The Keller–Segel system of chemotaxis, finite element method, and finite volume method, Colloquium (online), The Hong Kong Polytechnic University, 17 May, 2021, Hong Kong.
3. 数値解析における様々な反例, ものづくり企業に役立つ応用数理解法の研究会 (online), 2021年6月24日.
4. 計算モデルの正当性を保証する数理, CREST「現代の数理科学と連携するモデリング手法の構築」成果報告公開シンポジウム (online), 2021年9月23日.
5. Analysis of the finite element method for the Stokes problems with singular source terms (plenary lecture), 2021 EIMS International Conference on Computational Mathematics (online), Ewha Institute of Mathematical Sciences (EIMS), Ewha Womans University, 25-27 August, 2021, Korea.

6. Lax–Milgram とその後の 70 年, YN70(+ $\delta$ ): 西浦廉政先生の古希 (+ $\delta$ ) 記念研究集会, 2022年9月22日, 札幌アスティ 45

7. The Keller–Segel system of chemotaxis, finite element method, and finite volume method (invited lecture), EASIAM Conference 2022(online), October 15, 2022.
8. Well-posedness of one-dimensional models of blood flow in arteries, WCCM-APCOM 2022(online), July 31–August 5, 2020, Yokohama, Japan
9. 時間発展方程式の数値解析における最近の話題, 武蔵野大学数理工学シンポジウム 2023, 2023年11月16–17日, 武蔵野大学有明キャンパス
10. Variational analysis of the discontinuous Galerkin time-stepping method for parabolic equations, IFFS Seminar, November 22, 2023, University of Electronic Science and Technology of China

#### D. 講義

1. 計算数理解習: 計算数理 I・計算数理の内容に沿った計算実習. (理学部・教養学部 3 年生向け講義. 数理分類番号:451)

#### E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 井上大輔 (INOUE Daisuke): Numerical Methods for Nonlinear Partial Differential Equations Arising from Large-Scale Multi-Agent Control Problems
2. (課程博士) 江藤 徳宏 (ETO Tokuhiko): Numerical Analysis for Geometric Evolution Equations
3. (修士) 福永康輝 (FUKUNAGA Kouki): ネットワーク上における交通流モデルの数値解析

#### F. 対外研究サービス

1. Journal of Scientific Computing 編集委員
2. Numerische Mathematik 編集委員
3. International Journal of Computer Mathematics 編集委員

4. Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics 編集委員
5. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo 編集委員
6. JSIAM Letters 編集委員
7. 日本数学会 社会連携協議会委員
8. 数学・数理科学専攻若手研究者のための異分野・異業種研究交流会 2023 (日本数学会, 日本応用数理学会, 統計関連学会連合) 2023年10月13日, 運営委員および実行委員
9. 日本応用数理学会 理事および代表会員
10. 日本応用数理学会 「科学技術計算と数値解析」研究部会 幹事
11. 見学会 (群馬県立前橋高等学校, 2023年11月8日) における模擬授業

## 佐々田 槇子 (SASADA Makiko)

### A. 研究概要

大規模相互作用系を一般的な枠組みで扱うため、局所的な状態を表す集合  $S$  と、相互作用が起きている底空間を表す局所連結グラフ  $(X, E)$  に加えて、これまで我々の研究で扱ってきた局所的な相互作用をより一般化した、局所的な相互作用の定式化を行なった。さらに、この拡張された (大規模) 相互作用系に対して、配置空間を定義し、その上での一様関数と一様形式の空間がこれまでと同様に定式化できることを確認した。さらに、これまでより弱い「相互作用が exchangeable である」という仮定の元で保存量と 0 次一様コホモロジーが対応することを示し、さらに「相互作用が irreducibly quantified である」という仮定の元で既存の結果と同様に 1 次の一様コホモロジーが消えることを確認した。これらの定式化を用いて、局所的な相互作用を、保存量空間の構造をもとに分類し、 $S$  が 3 点以下の集合の場合に完全な分類を得た。さらに、この定式化による普遍的な枠組みにおいて、拡散型の流体力学極限方程式の拡散行列がどのように表されるのかという一般的な予想を得た。これらの研究は全て坂内健一氏との共同研究であり、局所的な相互作用の分類についてはさらに高力潤氏、山本修司氏、和知秀忠氏との共同研究である。

In order to treat large-scale interacting systems in a general framework, we have developed a formulation of local interaction, which is a generalization of the local interaction introduced in our previous studies, in addition to the set  $S$  representing the set of local states and the locally connected graph  $(X, E)$  representing the underlying space where the interaction takes place. Furthermore, for this extended (large-scale) interacting system, we define the configuration space and confirm that the uniform functions and uniform forms on the configuration space can be formulated in the same way as before. Furthermore, we show that the 0-th uniform cohomology corresponds to the conserved quantities under the weaker assumption that the interaction is exchangeable, and we also show that the 1-st uniform cohomology vanishes under the assumption that the interaction is irreducibly quantified. Using these formulations, we classify local interactions based on the structure of the space of conserved quantities and obtain a complete classification when  $S$  is a set of three or less points. Furthermore, we obtained a general conjecture on how the diffusion matrix of the diffusion-type hydrodynamic limit equations can be expressed in this universal formulation. All of these studies were done in collaboration with Kenichi Bannai, and the classification of local interactions was done in collaboration with Kenichi Bannai, Jun Koriki, Shuji Yamamoto, and Hidetada Wachi.

### B. 発表論文

1. D. A. Croydon and M. Sasada : “Duality between box-ball systems of finite box and/or carrier capacity”, RIMS Kokyuroku Bessatsu, 79 (2020), 63–107.
2. D. A. Croydon, M. Sasada and S. Tsujimoto : “Dynamics of the ultra-discrete Toda lattice via Pitman’s transformation”, RIMS Kokyuroku Bessatsu, 78 (2020), 235–250.
3. O. Blondel, C. Erignoux, M. Sasada and M. Simon : “Hydrodynamic limit for

a facilitated exclusion process”, *Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist.*, 56-1 (2020), 667–714.

4. D. A. Croydon, M. Sasada : “Discrete integrable systems and Pitman’s transformation”, *Advanced Studies in Pure Mathematics* 87 381–402 (2021).
5. D. A. Croydon, M. Sasada : “Generalized hydrodynamic limit for the box-ball system”, *Comm. Math. Phys.*, 383(1) 427–463 (2021).
6. D. A. Croydon, M. Sasada: “On the Stationary Solutions of Random Polymer Models and Their Zero-Temperature Limits”, *J. Stat. Phys.* 188(3) (2022).
7. D. A. Croydon, M. Sasada, S. Tsujimoto: “Bi-infinite Solutions for KdV- and Toda-Type Discrete Integrable Systems Based on Path Encodings”, *Mathematical Physics, Analysis and Geometry* 25(4) (2022).
8. D. A. Croydon, T. Kato, M. Sasada and S. Tsujimoto : “Dynamics of the box-ball system with random initial conditions via Pitman’s transformation”, *Mem. Amer. Math. Soc.* 283(1398) (2023).
9. M. Sasada and R. Uozumi : “Yang-Baxter maps and independence preserving property”, to appear in *Electron. J. Probab.*
10. H. Suda, M. Mucciconi, T. Sasamoto and M. Sasada : “Relationships between two linearizations of the box-ball system : Kerov-Kirillov-Reschetikhin bijection and slot configuration”, to appear in *Forum of Mathematics, Sigma*.

#### C. 口頭発表

1. Statistical mechanics meets integrable system, Women at the Intersection of Mathematics and Theoretical Physics Meet in Okinawa, 沖縄科学技術大学院大学, 2023年3月
2. Axiomatization of the theory of hydro-

dynamic limits and its benefits, 27th rencontre ITZYKSON : Fluctuations far from Equilibrium, France, 2023年6月

3. Probabilistic approaches to discrete integrable systems, 43rd Conference on Stochastic Processes and their Applications, Portugal, 2023年7月
4. Hydrodynamic limit equations derived from microscopic interacting particle systems, ICIAM Minisymposium “Nonlinear PDEs & Probability”, 早稲田大学, 2023年8月
5. Independence preserving property and integrable systems, Stochastic Processes and Related Fields, 京都大学, 2023年9月
6. Yang-Baxter 写像と独立性保存則, 日本数学会秋季総合分科会, 東北大学大学院理学研究科, 2023年9月
7. 離散可積分系への確率論的アプローチ, 日本数学会秋季総合分科会 無限可積分系特別セッション 特別講演, 東北大学大学院理学研究科, 2023年9月
8. 確率論と離散可積分系の出会い, 2023年度武蔵野大学 数理工学シンポジウム MCME SYMPOSIUM 2023, 武蔵野大学, 2023年11月
9. Bi-infinite solutions and invariant measures for systems of KdV- and Toda-type locally-defined dynamics, Dynamics Days 2023, 東京理科大学, 2023年11月
10. 相互作用する多粒子系に魅せられて, 現象数理学三村賞 2023年度 授賞式・記念講演会, 明治大学, 2023年12月

#### D. 講義

1. 確率過程論・確率統計学 III : 確率過程の特に重要なクラスであるマルチンゲールについて講義した。(数理大学院・4年生共通講義)
2. 基礎数理特別講義 V・解析学 XA : 講義題目は「確率論と離散可積分系の出会い」である。近年, 可積分系に対して確率論的なアプローチで解析を行うことで確率論の立

場からも、また可積分系の立場からも興味深い性質が得られることがわかってきた。また、可積分系に対する流体力学の理論である一般化流体力学を数学的に検証する上でも、離散可積分系に対する確率論的なアプローチが重要になってきている。この講義では、こうした確率論と離散可積分系の出会いによる近年の新しい発展を具体例を中心に紹介した。授業の構成は以下の通りである。0. イントロダクション（背景と目的）1. 有限箱玉系 2. 無限箱玉系の定式化と Pitman 変換 3. 離散可積分系 4. 局所決定格子力学系の解の存在と一意性 5. 箱玉系の不変分布 6. 離散可積分系の不変分布と独立性保存則 7. ソリトン分解とソリトンの分布 8. 一般化流体力学極限（数理大学院・4年生共通講義）

3. 自然科学ゼミナール（数理科学）：「ダイヤモンドはなぜ美しい（砂田利一著）」の受講者による輪読を行った。（教養学部前期課程講義）

#### E. 修士・博士論文

1. (修士) 矢後徹也 (YAGO Tetsuya): ストレステストにおける確率的要素の導入と最大化戦略の離散近似

#### F. 対外研究サービス

1. 日本数学会 学術委員会委員
2. 理化学研究所 AIP センター客員研究員
3. 理化学研究所 数理創造プログラム数理物理ワーキンググループ 世話人
4. 数学オリンピック財団 評議員
5. Probability Theory and Related Fields, Associate Editor
6. Annales de l'Institut Henri Poincaré, Probabilités et Statistiques, Associate Editor
7. International Mathematical Union Committee for Women in Mathematics, Ambassador
8. 月例談話会「Catch-all Mathematical Colloquium of Japan」世話人
9. 東京確率論セミナー 幹事
10. 京都大学数理解析研究所 運営委員会委員

11. 日本学術会議 連携会員
12. 21st international symposium "Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems" 世話人
13. Connections Workshop : Stochastic Processes and Related Fields 世話人

#### G. 受賞

1. 2021 年 11 月 国立研究開発法人 科学技術振興機構 輝く女性研究者賞 (ジュン アシダ賞)
2. 2022 年 1 月 藤原洋数理学賞奨励賞
3. 2023 年 12 月 現象数理学三村賞奨励賞

#### H. 海外からのビジター

1. Patrícia Gonçalves (Instituto Superior Técnico University of Lisbon Portugal) Oct. 27-Nov.1, 2023, During her stay, Professor Gonçalves worked on the hydrodynamic limits and equilibrium fluctuations for multi-species exclusion processes and partial exclusion processes with Kohei Hayashi and me. We derived the stochastic Burgers equation from weakly asymmetric partial exclusion processes and the coupled KPZ equations from weakly asymmetric multi-species partial exclusion processes.

#### 志甫 淳 (SHIHO Atsushi)

##### A. 研究概要

昨年度までの研究で、標数  $p > 0$  の完全体  $k$  上の代数多様体に対して、滑らかかつ良いコンパクト化が可能な場合は対数的クリスタリコホモロジーと一致し、有理的にリジッドコホモロジーと一致し、有限生成  $W(k)$  加群で、 $\text{cdh}$  降下性質を満たす良い整  $p$  進コホモロジー理論を特異点解消についての強い仮定の下で構成していた。この研究についての論文を改訂中である。(Veronika Ertl 氏, Johannes Sprang 氏との共同研究)

また、以前構成した相対的対数的クリスタルコホモロジーの重み篩の研究を相対的対数的収束コホモロジーを用いて捉えなおした論文を改訂中であ

る。(中島幸喜氏との共同研究)  
単純正規交差対数多様体の族に対しても対数的  
クリスタリンサイト上に重み篩を構成する研究を  
行った。

以前執筆した標数 0 の対数的代数多様体の射に  
対する相対冪単対数的ド・ラーム基本群につい  
ての論文が出版された。(Bruno Chiarellotto 氏,  
Valentina Di Proietto 氏との共同研究)

By the previous academic year, we had proved  
the existence of good integral  $p$ -adic cohomol-  
ogy theory for algebraic varieties over a per-  
fect field  $k$  of characteristic  $p > 0$  which co-  
incides with log crystalline cohomology when  
it is smooth and has a nice compactification,  
which coincides rationally with rigid cohomol-  
ogy, which is finitely generated over  $W(k)$  and  
which satisfies the cdh-descent property. We  
are revising the article on this study. (Joint  
work with Veronika Ertl and Johannes Sprang)  
Also, we are revising the article in which we  
reinterpreted the weight filtration on relative  
log crystalline cohomology, which we had con-  
structed before, in terms of relative log conver-  
gent cohomology. (Joint work with Yuki Yoshi  
Nakkajima)

We studied to construct the weight filtration  
on log crystalline site also for families of simple  
normal crossing varieties.

The article we wrote before on relatively unipo-  
tent log de Rham fundamental groups for mor-  
phisms of log varieties of characteristic 0 is pub-  
lished.

#### B. 発表論文

1. Y. Nakkajima and A. Shiho: “Weight-filtered convergent complex”, arXiv:2210.01599. (84 pages)
2. V. Ertl, A. Shiho and J. Sprang: “Integral  $p$ -adic cohomology theories for open and singular varieties”, arXiv:2105.11009v2. (66 pages)
3. B. Chiarellotto, V. Di Proietto and A. Shiho: “Comparison of relatively unipo-  
tent log de Rham fundamental groups”,  
Mem. Amer. Math. Soc. **288** (2023), no.  
1430, v+111 pp.
4. V. Ertl and A. Shiho: “On infinite-  
ness of integral overconvergent de Rham-  
Witt cohomology modulo torsion”, To-  
hoku Math. J. **72**(2020), 395–410.
5. H. Esnault and A. Shiho: “Chern classes  
of crystals”, Trans. Amer. Math. Soc.  
**371**(2019), 1333–1358.

#### C. 口頭発表

1. Chern classes of (non locally free) crys-  
tals,  $p$ -adic cohomology and arithmetic  
geometry 2022, 東北大学, 2022 年 11 月 9  
日.
2. 整  $p$  進コホモロジー理論について, 談話  
会, 京都大学理学部数学教室 (オンライ  
ン), 2021 年 10 月 27 日.
3. On integral  $p$ -adic cohomology, Alge-  
braic geometry and arithmetic geometry  
conference 2019, University of Science  
and Technology of China(中国), 2019 年  
12 月 17 日.
4. On integral  $p$ -adic cohomology, Over and  
around sites in characteristic  $p$ , in honor  
of Bernard Le Stum, Università degli  
Studi di Padova(イタリア), 2019 年 9 月  
18 日.

#### D. 講義

1. 数理科学基礎：行列と線型写像の基礎につ  
いて講義した。(教養学部前期課程講義)
2. 数理科学基礎演習：「数理科学基礎」に対  
応する演習を行った。(教養学部前期課程  
講義)
3. 線型代数学 1：抽象的な線型空間や計量線  
型空間について講義した。(教養学部前期  
課程講義)
4. 数学基礎理論演習：「線型代数学 1」に対  
応する演習を行った。(教養学部前期課程  
講義)
5. 線型代数学 2：行列式, 対角化, 二次形式に  
ついて講義した。(教養学部前期課程講義)
6. 線型代数学演習：「線型代数学 2」に対  
応する演習を行った。(教養学部前期課程講義)

7. 常微分方程式：常微分方程式論の基礎について講義した。(教養学部前期課程講義)
8. 代数学 III：体論, ガロア理論について講義した。(理学部 3 年生向け講義)

E. 修士・博士論文

1. (博士) 李 公彦 (LI Kimihiko):  $q$ -de Rham complexes of higher level.

F. 対外研究サービス

1. Journal of the Mathematical Society of Japan 編集委員
2. 研究集会「代数的整数論とその周辺」運営委員会委員

高木 俊輔 (TAKAGI Shunsuke)

A. 研究概要

昨年度に引き続き, 山口樹氏 (東京大学) と共同で随伴イデアル層の純射での振る舞いについて調べ, その成果をプレプリント [1] にまとめた. ほとんどの結果は昨年度に得られていたが, プレプリントを書き上げるのに時間を要した. また, 非正則環上の Briançon–Skoda 型の定理について, Wenliang Zhang 氏 (イリノイ大学シカゴ校) との共同研究が進行中である.

Continuing from last year, I collaborated with Tatsuki Yamaguchi (University of Tokyo) to study the behavior of adjoint ideal sheaves under pure morphisms and wrote up the results in the preprint [1]. While most results were obtained last year, it took some time to finalize the preprint. Additionally, joint work with Wenliang Zhang (University of Illinois at Chicago) on the Briançon–Skoda type theorem on singular rings is ongoing.

B. 発表論文

1. S. Takagi and T. Yamaguchi : “On the behavior of adjoint ideals under pure morphisms”, arXiv:2312.17537, submitted.
2. K. Sato and S. Takagi : “Deformations of log terminal and semi log canonical

singularities”, Forum Math. Sigma **11** (2023), E35.

3. K. Sato and S. Takagi : “Arithmetic and geometric deformations of  $F$ -pure and  $F$ -regular singularities”, arXiv:2103.03721, to appear in Amer. J. Math.
4. K. Sato and S. Takagi : “Weak Akizuki–Nakano vanishing theorem for globally  $F$ -split 3-folds”, manuscripta math. (2024).
5. S. Takagi : “Finitistic test ideals on numerically  $\mathbb{Q}$ -Gorenstein varieties”, J. Algebra **571** (2021), 266–279.
6. K. Sato and S. Takagi : “General hyperplane sections of threefolds in positive characteristic”, J. Inst. Math. Jussieu. **19** (2020), no. 2, 647–661.
7. Y. Gongyo and S. Takagi : “Kollár’s injectivity theorem for globally  $F$ -regular varieties”, Eur. J. Math. **5** (2019), 872–880.

C. 口頭発表

1. Deformations of klt and slc singularities, Birational Geometry Seminar 2024 in UCLA, オンラインセミナー, 2024 年 2 月.
2. On the behavior of adjoint ideals under pure morphisms, Conference on Singularities and Birational Geometry in Seoul, Korea, Yonsei University, 2024 年 1 月.
3. On the behavior of adjoint ideals under pure morphisms, International workshop on Birational Geometry, 名古屋大学, 2023 年 10 月.
4. Behavior of multiplier ideals under pure morphisms, FRG Special Month in Ann Arbor, University of Michigan, USA, 2023 年 5 月.

D. 講義

1. 数理科学概論 III (文科生) : 有理数の完備化について講義した。(教養学部前期課程講義)

2. 全学自由研究ゼミナール：可換環論の入門的講義として、完備局所環の構造定理について解説した。(教養学部前期課程講義)

#### E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 山口 樹 (YAMAGUCHI Tatsuki): Studies on  $F$ -singularities in equal characteristic zero via ultraproducts
2. (修士) 伊澤 智広 (IZAWA Tomohiro): Okounkov bodies and positivity of adjoint bundles

#### F. 対外研究サービス

1. Algebra & Number Theory 編集委員.
2. Journal of the Korean Mathematical Society 編集委員.
3. 日本数学会代数学分科会 運営委員.
4. 代数学賞委員会 委員長.
5. 岩波書店「数学叢書」編集顧問.
6. 文部科学省 科学技術・学術政策研究所 科学技術動向研究センター 専門調査員.
7. 東京可換環論セミナー 世話人.
8. 国際研究集会 “Birational Geometry and Algebraic Dynamics” (東京大学数理科学研究科・11月27日–12月1日) 世話人.

#### G. 受賞

1. 2019 年度日本数学会代数学賞, 受賞題目「標数 0 の特異点と  $F$  特異点」.

#### H. 海外からのビジター

1. Wenliang Zhang (University of Illinois at Chicago) stayed during June 5-16 and discussed the Briançon–Skoda type theorem on singular rings.
2. Ilya Smirnov (Basque Center for Applied Mathematics) stayed during November 20 and December 15 and discussed  $F$ -injective thresholds.

### 高山 茂晴 (TAKAYAMA Shigeharu)

#### A. 研究概要

複素多様体間の固有正則写像  $f : X \rightarrow Y$  に関して、その相対随伴束  $K_{X/Y} + mL$  およびその順像

層  $f_*(K_{X/Y} + mL)$  の正値性に関する研究を行った。この正値性の研究は  $f : X \rightarrow Y$  や  $L$  をどう設定するかにより、多種多様な問題に応用される。本年度の研究の一つ目は、正則ベクトル束の正値性に関する Griffiths 予想である。 $E$  を  $Y$  上の階数  $r$  の豊富ベクトル束とする。 $f : X = \mathbf{P}(E) \rightarrow Y$  を  $E$  の射影化、 $L = \mathcal{O}(1) \rightarrow X$  を標準超平面切断束とする。このとき  $f_*(K_{X/Y} + rL) = \det E$ ,  $f_*(K_{X/Y} + (r+1)L) = E \otimes \det E$  となる。 $E$  が豊富ならば、これら  $\det E, E \otimes \det E$  には順像層として中野正なエルミート計量が入る。Griffiths 予想とは「 $E$  に Griffiths 正なエルミート計量が入る」というものであり、上の考察とは幾らかの(大きな)食い違いがある。 $\det E, E \otimes \det E$  の正値性を与える計量を注意深く構成し、正値性を評価する必要がある。今のところ実験中である。二つ目は、 $f : X \rightarrow Y$  の一般ファイバーの対数的幾何種数が 1 の場合の研究である。極小モデルプログラムへの応用を視野に入れ 3~4 年前の研究を発展させる形で研究を行った。来年度も引き続き研究を行う。

Let  $f : X \rightarrow Y$  be a proper surjective holomorphic mapping between complex manifolds. I studied the positivity of relative adjoint type bundles  $K_{X/Y} + mL$  and its direct image sheaves  $f_*(K_{X/Y} + mL)$ . This study of positivity can be applied to various geometric situations depending on how  $f : X \rightarrow Y$  and  $L$  are set. I studied 2 topics in this year. The first one is a conjecture of Griffiths about the positivity of ample vector bundles. Let  $E$  be an ample vector bundle on  $Y$  of rank  $r$ . Let  $f : X = \mathbf{P}(E) \rightarrow Y$  be its projectivization, and let  $L = \mathcal{O}(1) \rightarrow X$  be the universal quotient line bundle. Then we have  $f_*(K_{X/Y} + rL) = \det E$ ,  $f_*(K_{X/Y} + (r+1)L) = E \otimes \det E$ . It is known that  $\det E, E \otimes \det E$  respectively admits a Hermitian metric with Nakano positive curvature as a direct image sheaf. A conjecture of Griffiths predicts that “ $E$  admits a Hermitian metric with Griffiths positive curvature”. There are some (not a small) discrepancy between Griffiths’ conjecture and the above ob-

servation. We, presumably, need to construct carefully metrics on  $\det E, E \otimes \det E$  and need to estimate their positivities. The second one is a study of the case where the logarithmic genus of the general fiber of  $f : X \rightarrow Y$  is 1. We conducted this research by expanding on research done three to four years ago with a view to applying it to minimal model programs. We will continue this research next year.

#### B. 発表論文

1. S. Takayama: “Singular Griffiths semi-positivity of higher direct images”, *Math. Ann.* (2023), online first.
2. S. Takayama: “Singularities of  $L^2$ -metric in the canonical bundle formula”, *Amer. J. Math.* **144** (2022) 1725–1743.
3. S. Takayama: “Mumford goodness of canonical  $L^2$ -metrics on direct image sheaves over a curve”, *Adv. Math.* **405** (2022), Paper No. 108485, 22 pp.
4. S. Takayama: “Asymptotic expansions of fiber integrals over higher-dimensional bases”, *J. reine angew. Math.*, **773** (2021), 67–128.
5. S. Takayama: “Moderate degeneration of Kähler-Einstein manifolds with negative Ricci curvature”, *Publ. RIMS.* **55** (2019) 779–793.
6. S. Takayama: “Moderate degenerations of Ricci-flat Kähler-Einstein manifolds over higher dimensional bases”, *J. Math. Sci. Univ. Tokyo* **26** (2019) 335–359.
7. S. Takayama: “A filling-in problem and moderate degenerations of minimal algebraic varieties”, *Algebraic Geom.* **6** (2019) 26–49.

#### C. 口頭発表

1. Limits of  $L^p$ -space structures on pluricanonical systems. An Alpine meeting on nonpositive curvature in Kähler geometry. フランス (オソワ), 2023 年 6 月.
2. 多重標準線形系の  $L^p$  構造の極限について,

第 28 回複素幾何シンポジウム, 金沢県政記念 しいのき迎賓館, 2022 年 11 月.

3. Asymptotic expansions of fiber integrals and applications, 第 15 回代数・解析・幾何学セミナー, 鹿児島大学, 2020 年 2 月.
4. Asymptotic expansions of fiber integrals and application, *Birational geometry and moduli spaces*, オーストラリア (シドニー大学), 2019 年 12 月.
5. Asymptotic expansions of fiber integrals, *Tianyuan International Workshop in Several Complex Variables* 中国 (長春), 2019 年 7 月.

#### D. 講義

1. 複素解析学 II: 複素関数論の古典的な内容, 調和関数, 解析接続, リーマンの写像定理, 楕円関数などについて講義した. (3 年生向け講義)
2. 微分積分学統論: 1 年生の微分積分学で学んだ内容に続く, 多変数関数および写像の微分積分について講義した. (教養学部前期課程講義)
3. 微分積分学 (2): 数理科学基礎に引き続き, 高校で学習した微分・積分を発展させた解析学の基本的な考え方と方法について講義した. (教養学部前期課程講義)
4. 解析学 XE・数物先端科学 VI: 多変数複素解析学の基礎, 特に岡理論について野口潤次郎著「岡理論新入門」に沿って講義した. 解析層の接続性, 岡の上空移行原理, 岡の近似定理, クザン問題, 岡の擬凸定理等についてその理論の概説を行った. (数理大学院・4 年生共通講義)

#### E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 渡邊 祐太 (WATANABE Yuta): Bogomolov-Sommese vanishing with multiplier ideals and studies on positivity of singular Hermitian metrics on holomorphic vector bundles.

#### F. 対外研究サービス

1. (Organizer) 第 24 回多変数複素解析葉山シンポジウム, (於 湘南国際村センター, 神

奈川県葉山町), 2023 年 7 月.

- (Organizer) 第 29 回複素幾何シンポジウム, (於 金沢県政記念しいのき迎賓館, 石川県金沢市), 2023 年 12 月.
- (Editor) Forum Mathematicum.

## 辻 雄 (TSUJI Takeshi)

### A. 研究概要

$p$  進 Hodge 理論および  $p$  進コホモロジー論について研究している. 基底 prism が  $q$ -crystalline prism 上にある場合に相対 prismatic crystal とそのコホモロジーを  $q$ -Higgs 加群を用いて局所的に記述する結果について, cohomological descent を用いた大域的記述や, 積構造・Frobenius 引き戻しとの関係も含めて論文を完成させた.  $q$ -Higgs 束の Frobenius 引き戻しでの振る舞いに関連して, prismatic  $F$ -crystal の prismatic コホモロジーの Nygaard filtration の  $q$ -Higgs 束を用いた構成を与えた. 基底 prism が  $q$ -crystalline prism 上にない場合や基底なしの場合の crystal やそのコホモロジーの局所的記述についても, 考えているスキームが 1 の原始  $p$  乗根を含む仮定のもとに, 変数  $q$  を付け加え数論的  $q$ -Higgs 場も考えることにより類似の記述を与えた. また Ahmed Abbes 氏および Michel Gros 氏と,  $p$  進 Simpson 対応について, 第一無限小変形への射の大域的持ち上げの存在を仮定しない関手性の研究を行った. 昨年度の研究により, 射の持ち上げ torsor に伴う Higgs-Tate 代数を用いた Higgs 束の捻られた逆像および捻られた高次順像の構成を得ていた. 引き続き共同研究を行い,  $p$  進 Simpson 対応の関手性の局所版を示し, また Higgs-Tate 代数とは異なる手法を用いた関連研究との関係を明らかにした.

Takeshi Tsuji is working on  $p$ -adic Hodge theory and  $p$ -adic cohomology. He finished writing a paper on the description of relative prismatic crystals and their cohomology with a base prism lying over the  $q$ -crystalline prism in terms of  $q$ -Higgs modules, including the global description via cohomological descent and clarifying the relation to the Frobenius pull-back

and product structures. In connection with the study of behavior of  $q$ -Higgs bundles under the Frobenius pull-back, he gave a construction of the Nygaard filtration of the prismatic cohomology of a prismatic  $F$ -crystal in terms of  $q$ -Higgs bundles. In the case of a more general base prism and in the case without a base, he obtained a similar description by adding the variable  $q$  and considering arithmetic  $q$ -Higgs fields, assuming the scheme in question contains a primitive  $p$ -th root of unity. He studied, with Ahmed Abbes and Michel Gros, functoriality of  $p$ -adic Simpson correspondence without assuming the existence of a global lifting of a morphism to the first infinitesimal deformations. In the last academic year 2022, they had obtained a construction of twisted pull-backs and twisted higher direct images of Higgs bundles via the Higgs-Tate algebra associated to the torsor of liftings of a given morphism of varieties. Continuing the collaboration, they showed functoriality of the local  $p$ -adic Simpson correspondence, and clarified the relation of our twisting operation with other methods used in some related studies.

### B. 発表論文

- T. Tsuji, Prismatic crystals and  $q$ -Higgs fields, arXiv:2403.11676v1
- M. Morrow, T. Tsuji, Generalised representations as  $q$ -connections in integral  $p$ -adic Hodge theory, arXiv:2010.04059, submitted.
- T. Tsuji, *Crystalline  $\mathbb{Z}_p$ -representations and  $A_{\text{inf}}$ -representations with Frobenius*, the proceedings of Simons symposium:  $p$ -adic Hodge theory 2017, Springer 2020, 161–319.
- T. Tsuji, *Saturated morphisms of logarithmic schemes*, Tunisian Journal of Mathematics **1** (2019), 185–220.

### C. 口頭発表

- Prismatic crystals,  $q$ -Higgs modules, and their cohomology, Workshop on  $p$ -adic

Arithmetic Geometry (Spring), Institute for Advanced Study, USA, 2024 年 3 月

2.  $p$  進 Hodge 理論の進展, 代数的整数論とその周辺, 京都大学数理解析研究所, 2023 年 12 月
3. Prismatic cohomology and  $q$ -Dolbeault complex,  $p$ -adic cohomology and arithmetic geometry 2022, 東北大学, 2022 年 11 月
4. Generalized Coleman power series and Iwasawa cohomology for Lubin-Tate extensions, Around  $p$ -adic cohomologies, Padova, Italy, 2022 年 9 月
5. Prismatic cohomology and  $A_{\text{inf}}$ -cohomology with coefficients, Franco-Asian Summer School on Arithmetic Geometry, Luminy, France, 2022 年 5 月
6. Integral cohomologies in the  $p$ -adic Simpson correspondence, Arithmetic Geometry - Takeshi 60, 東京大学, 2021 年 9 月
7. Coefficients in integral  $p$ -adic Hodge theory via generalized  $A_{\text{inf}}$ -representations,  $p$ -adic cohomology and arithmetic geometry 2019, 東北大学, 2019 年 11 月
8. Coefficients in integral  $p$ -adic Hodge theory, Arithmetic Geometry in Carthage, Tunis, Tunisia, 2019 年 6 月
9. Coefficients in Integral  $p$ -adic Hodge Theory via Generalized  $A_{\text{inf}}$ -representations and  $q$ -connections, Simons symposium:  $p$ -adic Hodge theory (2019), Elmau, Germany, 2019 年 4 月

#### D. 講義

1. 数理科学基礎. 微分積分学・線形代数学についての導入的講義. 微積を担当. (教養学部前期課程講義, 理科 1 類, S1)
2. 微分積分学 1. 微分積分学の講義. テイラーの定理, テイラー展開, 多変数関数の微分などを扱った. (教養学部前期課程講義, 理科 1 類, S2)
3. 微分積分学 2. 微分積分学の講義. 多変数関数の極値 (ヘッセ行列), 重積分, 無限級

数, 広義積分などを扱った. (教養学部前期課程講義, 理科 1 類, A)

4. 代数学 XC・代数構造論 II. ホモロジー代数の講義. 関連する加群についての基礎的概念, Ext, Tor やアーベル圏, 導来関手, 層の理論などを扱った. (数理大学院・4 年生共通講義, S)

#### E. 修士・博士論文

1. (修士) 渡部 匠 (WATANABE Takumi): クリスタリン表現に対応する  $(\varphi, \Gamma)$  加群について

#### F. 対外研究サービス

1. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo, エディター
2. Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux, エディター

### 葉廣 和夫 (HABIRO Kazuo)

#### A. 研究概要

1. 階数  $n$  の自由群  $F_n$  の IA-自己同型群  $\text{IA}_n$  は, 自己同型群  $\text{Aut}(F_n)$  の部分群であり,  $F_n$  のアーベル化に自明に作用する元からなる.  $\text{IA}_n$  の 1 次コホモロジーは河澄, Cohen-Pakianathan, Farb によって決定された. 安定域における高次コホモロジーの “Albanese 部分” は Pettet (2 次の場合) と片田によって決定された. 論文 2 では,  $\text{IA}_n$  の安定コホモロジー全体の構造について片田と共同で研究し, これが,  $\text{IA}_n$  の Albanese コホモロジーと無限生成多項式環とのテンソル積に安定に同型であるという予想を立て, コホモロジーが表現論的安定であるという仮定の下でそれを証明した.
2. Johnson-森田理論は, 曲面の基本群の降中心列への写像類群作用を調べることによる曲面の写像類群に対する代数的アプローチである. 論文 1 では Massuyeau と共同で, 3 次元のハンドル体の写像類群に対する Johnson-森田理論の対応物を研究した. この理論は曲面の写像類群の場合とかなりの程度平行に論じることができ, ハンドル体写像類群に新しい構造を与える.

1. The IA-automorphism group  $\text{IA}_n$  of the free

group  $F_n$  of rank  $n$  is the subgroup of the automorphism group  $\text{Aut}(F_n)$  of  $F_n$  consisting of elements acting trivially on the abelianization of  $F_n$ . The first cohomology of  $\text{IA}_n$  was determined by Kawazumi, Cohen–Pakianathan and Farb. The “Albanese part” of the higher cohomology in a stable range was determined by Pettet (in degree 2) and Katada. Joint with Katada, we studied the structure of the stable cohomology of  $\text{IA}_n$ , and formulated a conjecture about the algebraic structure of the stable cohomology of  $\text{IA}_n$ , which states that the Albanese cohomology of  $\text{IA}_n$  is stably isomorphic to the tensor product of the Albanese cohomology of  $\text{IA}_n$  and a polynomial ring with infinitely many generators. We proved it under the assumption that the cohomology is representation-stable in the sense of Church and Farb.

2. The Johnson–Morita theory is an algebraic approach to the mapping class groups of surfaces by studying the action of the mapping class group on the lower central series of the fundamental group of the surface. Joint with Massuyeau, we studied its variant for the 3-dimensional handlebody. This theory is quite parallel to the surface mapping class group case, and give new structures for the handlebody groups.

#### B. 発表論文

1. K. Habiro and G. Massuyeau: “The Johnson–Morita theory for the handlebody group”, preprint arXiv:2401.07705.
2. K. Habiro and M. Katada: “On Borel’s stable range of the twisted cohomology of  $\text{GL}(n, \mathbb{Z})$ ”, to appear in Osaka J. Math.
3. K. Habiro and M. Katada: “On the stable cohomology of the (IA-)automorphism groups of free groups”, preprint arXiv:2211.13458.
4. K. Habiro and Y. Kotorii: “Ribbon Yetter–Drinfeld modules and tangle invariants”, J. Topol. Anal., published online.

5. K. Habiro and A. Vera: “Double Johnson filtrations for mapping class groups”, to appear in J. Topol. Anal.
6. A. Beliakova and K. Habiro: “A categorification of the ribbon element in quantum  $sl(2)$ ”, Acta Math. Vietnam. **46** (2021) 225–264.

#### C. 口頭発表

1. On the stable cohomology of the (IA-)automorphism groups of free groups, トポロジー火曜セミナー, 東京大学大学院数理科学研究科, 2023 年 4 月.
2. 量子トポロジーについて, 数理科学講演会, 東京大学大学院数理科学研究科, 2023 年 4 月.
3. On the stable cohomology of the IA-automorphism groups of free groups, Mapping class groups: pronilpotent and cohomological approaches, SwissMAP Research Station in Les Diablerets, September 2023.
4. Johnson homomorphisms for handlebody groups, Tokyo-Seoul Conference in Mathematics 2023, 東京大学大学院数理科学研究科, 2023 年 10 月.

#### D. 講義

1. 数理科学基礎 (線型代数), 線型代数学 1, 線型代数学 2 (教養学部前期課程講義)
2. 数学統論 XC・基礎数理特別講義 IV (A セメスター): Hopf 代数と量子不変量. この講義では, モノイダル圏, braided モノイダル圏とその中のモノイドや Hopf モノイドについて解説した. 特に, quasitriangular Hopf 代数の加群の圏に braided モノイダル圏の構造が入ることを詳しく説明し, 量子包絡代数  $U_q(sl_2)$  の有限次元表現の場合を例として扱った. また, 位相幾何的な Hopf 代数構造の例として, ハンドルボディ内の底タングルの圏における Hopf モノイドについて解説した. (数理大学院・4 年生共通講義)
3. 数学講究 XB (S セメスター、リレー講義の 1 回): Hochschild ホモロジーなどのホ

モロロジー理論について (理学部 4 年生)

4. 数理科学概論 (A セメスター、リレー講義の 1 回): テンソル圏と結び目の不変量 (統合自然 2 年生)

#### F. 対外研究サービス

1. Quantum Topology, editor
2. 日本数学会トポロジー分科会 トポロジー連絡会議

#### H. 海外からのビジター

Gwénaél MASSUYEAU (University of Burgundy, France), 2023 年 11 月 22 日~2023 年 12 月 1 日. He gave a talk “An analogue of the Johnson-Morita theory for the handlebody group” at the Tuesday Topology Seminar.

### 平地 健吾 (HIRACHI Kengo)

#### A. 研究概要

強擬凸領域の大域的な不変量と領域の境界である CR 多様体の不変量の対応の研究を続けている. 強擬凸領域には完備アインシュタイン・ケーラー計量が定まり, そのチャーン形式の (発散する) 積分の繰り込みを考えることにより多くの積分不変量が定義できる. いくつかのチャーン形式については, この積分不変量を境界の CR 構造の曲率の積分として表すことができるが, この翻訳は完成していない. そこで, この翻訳の手がかりを得るために, 領域を変形するときの積分不変量の変分を計算した. 嬉しいことに積分不変量の変分は境界の局所的な CR 不変量で与えられる. 今年度はフェファーマンのアンビエント計量を用いてこの変分を具体的に計算するアルゴリズムを作成した. これにより計算が困難である積分不変量の比較が可能となる.

I continue to study the correspondence between global invariants of a strongly pseudoconvex domain and invariants of the CR manifold given as the boundary of the domain. A complete Einstein-Kähler metric is defined for a strongly pseudoconvex domain, and many integral invariants can be defined by considering the renormalization of the (divergent) integrals

of the Chern forms. For some Chern forms, this integral invariant can be expressed as the integral of the curvature of the CR structure of the boundary, but this translation is not complete. To obtain a clue to this translation, we computed the variation of the integral invariant when deforming the domain. It turns out that the variation can be described using those given by the local CR invariants of the boundary. This year, we constructed an algorithm to explicitly compute this variation using Feferman’s ambient metric. This enables the comparison of integral invariants that are difficult to compute.

#### B. 発表論文

1. K. Hirachi, Normal form for pseudo-Einstein contact forms and intrinsic CR normal coordinates, *Complex Anal. Synerg.* 8 (2022), no. 3, Paper No. 13, 7 pp

#### C. 口頭発表

1. Local and global invariants of CR geometry, The 6th Workshop “Complex Geometry and Lie Groups”, Online, February 2021
2. CR 幾何, 共形幾何の問題, 複素幾何学の諸問題 II, オンライン & 大阪市立大学, 2021 年 9 月
3. Invariant theory for the Szegő kernel, Virtual East-West Several Complex Variables seminar, November, Online, 2021
4. Normal form for pseudo-Einstein contact forms and intrinsic CR normal coordinates, The Conference on Complex Geometric Analysis in honor of Kang-Tae Kim’s 65th birthday, Online & POSTECH (Korea), January 2022
5. Normal scale for pseudo-Einstein contact forms and intrinsic CR normal coordinates, Conformal Geometry, Analysis, and Physics, Seattle (USA), June 2022
6. Normal forms for pseudo-Einstein contact forms and intrinsic CR normal co-

ordinates, Complex Analysis and Geometry - XXVI, Levico Terme (Italy), September 2022

7.  $Q$ -prime curvatures associated with Chern classes, Complex Analysis, Geometry, and Dynamics II, Portorož (Slovenia) June 2023
8. Normal scale for pseudo-Einstein contact forms and intrinsic CR normal coordinates, 複素幾何における葉層と力学系の諸問題, 京都大学, 2023年11月
9.  $Q$ -prime curvatures and renormalization of Chern classes for strictly pseudoconvex domains, Conference on Differential Geometry and Geometric Analysis, 国立清華大学 (台湾) December 2023

#### D. 講義

1. 数学 I: 微分積分学の入門講義 (前期課程文系)

#### E. 修士・博士論文

1. (修士) 神田 秀峰 (KANDA Shuho): The hard Lefschetz duality for locally conformally almost Kähler manifolds

#### F. 対外研究サービス

1. 日本数学会 教育委員会委員
2. Nagoya Journal of Mathematics 編集委員
3. Complex Analysis and its Synergies 編集委員
4. 多変数関数論葉山シンポジウム 組織委員
5. epiMaths committee 委員

### 古田 幹雄 (FURUTA Mikio)

#### A. 研究概要

専門は4次元トポロジーとゲージ理論である。特にゲージ理論の無限次元の幾何学としての側面を中心に研究をしている。現在の中心的研究対象は Seiberg-Witten 方程式による4次元多様体の安定コホモトピー不変量と、それと関連した3次元多様体の Floer ホモトピー型である同方程式は非線型偏微分方程式であるが、その線形化の主要部分である Dirac 方程式の性質が大きく反映す

る。これと関連したテーマとして、準古典近似が状態の厳密な個数を与えるための局所化のメカニズムがあり、また最近、物性物理に現れるトポロジカル相への数学的アプローチについても考察している。

今年度は次の研究を行った。

- 格子上の楕円型作用素の離散近似  
前年度までの議論において、連続的な Dirac 方程式と離散的な Wilson-Dirac 作用素の指数を比較するためにポイントとなるのは後者のアприオリ評価であった。その証明を見通しよく行うことは、方程式に非線形項を導入したときの議論のために必要である。今年度は、ベクトル束を、自明なベクトル束に埋め込むことにより、見通しのよい議論を与えられることを見出した。
- 位相的  $K$  群の複数の定式化  
Wilson-Dirac 作用素に対して指数を定式化する際に、Wilson 項の役割と Dirac 作用素の役割を分離する議論の構成を模索した。その方法として位相的  $K$  群の定式化そのものの適切な変種を用いる方針を考えている。異なる Hilbert 空間の上の作用素の指数の比較のトイモデルとして楕円型微分作用素に対する指数の切除定理の Witten deformation を用いた議論がある。実際、 $K$  群の定式化の複数の変形を試みた。しかし、現在、まだ満足いく定式化は見出されていない。

I have been studying 4-dimensional topology and gauge theory, in particular an aspect of gauge theory as infinite dimensional geometry. My current interest is a cohomotopy version of Seiberg-Witten invariants and Seiberg-Witten Floer homotopy type, which are invariants of 4-manifolds and 3-manifolds respectively. The linearization of the Seiberg-Witten monopole equation has Dirac equation as its principal part, and the Seiberg-Witten invariants reflects some properties of the family index of Dirac operators. As related topics, I study the local-

ization of solution of Dirac operators and also study a mathematical approach to topological phase in material science.

This academic year, the following research was conducted:

- Discrete Approximation of Elliptic Operators

In the research up to the previous year, we compared the index of the continuous Dirac equation with that of the discrete Wilson-Dirac operator. A crucial aspect for this comparison was the a priori estimate of the latter. We expect that a clear proof of this a priori estimate is relevant for discussions when introducing nonlinear terms into the equations. This year, we found that embedding vector bundles into trivial vector bundles provides a clearer argument.

- Modifications of formulation for topological  $K$ -groups

We have been exploring the construction of arguments that separate the roles of the Wilson term and the Dirac operator when formulating the index for the Wilson-Dirac operator. As a method for this, we are considering using appropriate variations of the formulation of topological  $K$ -groups themselves. As a toy model for comparing the indices of operators on different Hilbert spaces, there is a discussion using the Witten deformation of the index theorem for elliptic differential operators. In fact, we attempted several transformations of the formulation of  $K$ -groups. However, a satisfactory formulation has not yet been found.

## B. 発表論文

1. Hidenori Fukaya, Mikio Furuta, Yoshiyuki Matsuki, Shinichiroh Matsuo, Tetsuya Onogi, Satoshi Yamaguchi, and Mayuko Yamashita : “Mod-two APS index and domain-wall fermion”, Lett.

Math. Phys. 112, no. 16 (2022): 1295 – 1311.

2. Takashi Okada, Atsushi Mochizuki, Mikio Furuta, and Je-Chiang Tsai : “Flux-augmented bifurcation analysis in chemical reaction network systems”, Phys. Rev. E 103, 062212 (2021)
3. Hidenori Fukaya, Mikio Furuta, Shinichiroh Matsuo, Tetsuya Onogi, Satoshi Yamaguchi, and Mayuko Yamashita. “The Atiyah-Patodi-Singer index and domain-wall fermion Dirac operators.” Comm. Math. Phys. 380, no. 3 (2020): 1295 – 1311.

## C. 口頭発表

1. “Index of the Wilson-Dirac operator”, Topology of 4-manifolds and Related Topics A Conference in Honor of Jongil Park’ s 60th Birthday, Jeju January, 2024 (韓国)
2. “Finite dimensional approximations and Floer homotopy types”, Intelligence of Low-dimensional Topology 2023, Kyoto University
3. “Index of the Wilson-Dirac operator revisited: a discrete version of Dirac operator on a finite lattice”, 理研 iTHEMS Math Seminar Talk, 2022 年 2 月
4. “The Atiyah-Patodi-Singer index theorem and domain walls”, MATERIALS RESEARCH MEETING 2019 Materials Innovation for Sustainable Development Goals, YOKOHAMA SYMPOSIA 2019 DECEMBER
5. “The Atiyah-Patodi-Singer index theorem and domain walls”, International Molecule-type Workshop Frontiers in Lattice QCD and related topics 2019 April Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University

## D. 講義

1. 集合と位相：現代数学の基礎としての集合と位相の概念の解説。（理学部 2 年生

(後期)

2. 集合と位相演習：「集合と位相」の講義内容に関する演習。(理学部2年生(後期))

#### E. 修士・博士論文

1. (論文博士) 宮澤 仁 (MIYAZAWA Jin):  
Real Seiberg–Witten theory and its applications to surfaces in 4-manifolds

### 増田 弘毅 (MASUDA Hiroki)

#### A. 研究概要

レヴィ過程(連続時間ランダムウォーク)の汎関数として定まる統計量の分布近似, 関連する統計的モデリング全般とその応用, さらに計算機での実装を軸に研究を行なっている. 最近, 個体群動態・相互作用動態の統計に関する数理基盤の構築にも取り組んでいる.

1. スチューデントレヴィ過程で駆動される回帰モデリング法を提案し, トレンド・スケール・自由度パラメータを段階的推定について考察した. とくに各パラメータについて離散観測頻度が推定精度にどのように影響するかを定量化し, 近似信頼集合を容易に計算できるサンプリング方式を導出した. モデルの離散近似誤差の累積と擬似尤度による推定可能性の両立がボトルネックであったが, データを適切に間引くことで同時漸近分布の導出に至った. 提案した推定法はコーシー擬似尤度およびスチューデント擬似尤度に依拠しており, 異なる時間スケールを組み合わせた段階的最適化を行うもので, 複雑なチューニングや数値積分をとまなわないという利点がある. 本結果における証明方法は, 非線形局所安定型確率微分方程式モデルへの拡張可能性を示唆している.
2. 一種の正規型連続時間ダイナミック混合効果モデルについて, 対数尤度の局所的性質および最尤推定量の漸近有効性を示した. 当該モデルは, 個別経時データの従属性を, 積分オルンシュタイン-ウーレンベック過程で記述しており, 2個の統計的パラ

メータのみで個体ごと・個体間におけるサンプリングの不均一性をモデリングできる. また数値実験をつうじて, 一部の非線形パラメータについてはモデルの曲率が小さく, したがって推定精度が低くなり得ることを観察した. 一般の漸近有効推定量でしばしば見られる現象である. 本研究で得られた結果は, モデルの分布誤特定について頑健である. ランダム効果・レヴィ駆動ノイズ・観測ノイズのすべてについて非正規型分布を許容しつつ, 正規型擬似尤度解析およびモデル評価基準の開発への展開も進めた.

3. 不等分散型回帰モデルにおける反復型リッジ回帰モデリング法を提案し, その漸近的性質を調べた. 本研究の動機は, スパース推定の欠点であるリスク発散現象に悩まされない推定方式を定式化することであった. ここでは平均と分散の構造を定める高次元パラメータを交互にリッジ推測可能とするモデルを扱っており, 数値最適化は不要である. 当該モデルの雛形は1970年代にすでに提案されていたが, 対応する推定量の漸近的性質についてはこれまで先行研究が存在していなかった. 本結果で得た知見を, レヴィ駆動型確率過程のモデルの推測および係数複雑度選択へと発展させることは今後の課題である.

My research focuses on distributional approximations of Lévy-process functionals related to statistical modelling, its applications, and their implementation on computers. Recently, I have also been working on statistical inference of population and interaction dynamics, toward interpretable statistical modelling.

1. We proposed a Student-Lévy driven regression modelling by estimating trend, scale and degree-of-freedom parameters. In particular, we quantified how the frequency of discrete observations affects the estimation accuracy for each parameter and derived a sampling scheme that

provides us with easily computable approximate confidence sets. We could derive the simultaneous asymptotic distribution of the parameters by thinning the data appropriately to handle the accumulation of discrete approximation errors. The proposed estimation method is based on the stepwise optimizations combining different sampling frequencies, relying on the Cauchy and Student quasi-likelihood functions. The advantage is that it does not involve complicated tuning and numerical integration in the optimizations. Our proofs have the potential to extend to non-linear locally stable stochastic differential equation models.

2. For a class of Gaussian dynamic mixed effects model, we showed the local quadratic approximation of the log-likelihood and the asymptotic optimality of the associated maximum likelihood estimator. The model describes the dependence structure of individual longitudinal data by the time-integrated Ornstein-Uhlenbeck process, which enables us to incorporate sampling heterogeneity within and across individuals with only two statistical parameters. Through numerical experiments, it was observed that for some parameters the curvature of the model can be so small that the estimation accuracy can be low; this is often the case for asymptotically effective estimators. The results could be extended to develop the Gaussian quasi-likelihood analysis and related model-selection criteria while allowing for non-Gaussian distributions for random effects, driving Lévy-driven noise and observation noise.
3. An iterative ridge regression modelling method for heteroscedastic regression models is proposed and its asymptotic properties are investigated. The mo-

tivation for this study was to formulate an estimation scheme that does not suffer from the well-known drawback of sparse estimation, namely the risk divergence (super-efficiency) phenomenon. The methodology enables us to alternately and easily estimate possibly high-dimensional mean and variance parameters; no numerical optimization is required. Although the model was considered in the 1970s, there has been no previous research on the properties of associated estimators. It is a future task to develop our findings into model inference and coefficient complexity selection for Lévy-driven stochastic processes.

#### B. 発表論文

1. K. Ho and H. Masuda: “Adaptive ridge approach to heteroscedastic regression”, arXiv:2402.13642, submitted.
2. H. Masuda, L. Mercuri and Y. Uehara: “Student  $t$ -Lévy regression model in YUIMA”, submitted; preprint, ResearchGate (10.13140/RG.2.2.26646.15682).
3. H. Masuda, L. Mercuri and Y. Uehara: “Quasi-likelihood analysis for Student-Lévy regression”, arXiv:2306.16790, revised and re-submitted.
4. T. Imamura and H. Masuda: “On local likelihood asymptotics for Gaussian mixed-effects model with system noise”, *Statistics and Probability Letters*, accepted. arXiv:2303.16639
5. S. Eguchi and H. Masuda: “Gaussian quasi-information criteria for ergodic Lévy driven SDE”, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 76, 111-157 (2024).
6. Y. Fujinaga and H. Masuda: “Mixed-effects location-scale model based on generalized hyperbolic distribution”, *Japanese Journal of Statistics and Data*

- Science, 6, 669–704 (2023).
7. H. Masuda: “Optimal stable Ornstein-Uhlenbeck regression”, Japanese Journal of Statistics and Data Science, 6, 573–605 (2023).
  8. H. Masuda, L. Mercuri and Y. Uehara: “Noise inference for ergodic Lévy driven SDE”, Electronic Journal of Statistics, 16:(1), 2432–2474 (2022).
  9. H. Masuda and Y. Uehara: “Estimating diffusion with compound Poisson jumps based on self-normalized residuals”, Statistical Planning and Inference, 215, 158–183 (2021).
  10. S. Eguchi and H. Masuda: “Data driven time scale in Gaussian quasi-likelihood inference”, Statistical Inference for Stochastic Processes, 22:(3), 383–430 (2019).
7. Robustifying Gaussian quasi-likelihood inference (December 17, 2023; CMStatistics, HTW Berlin)\*
  8. Asymptotics and computation of robust Gaussian quasi-likelihood inference (January 6, 2024; IMS-APRM 2024, The University of Melbourne’s Parkville Campus)\*
  9. Asymptotics for a dynamic mixed-effects model with low-frequency and unbalanced data (February 6, 2024; Stochastic Analysis and Statistics 2024, University of Tokyo)
  10. Student-Lévy regression with high-frequency sampling (February 14, 2024; Workshop “Infinitely divisible processes and related topics”, ISM)

#### C. 口頭発表

(\*は招待講演)

1. Consistent model selection for locally stable trend-scale regression (June 6, 2023; EFFI Japan-French statistics seminar, online)\*
2. Expanding quasi-likelihood inference for Lévy driven models (July 20; 64th ISI Statistics Congress - Ottawa, Canada)\*
3. Non-Gaussian Ornstein-Uhlenbeck regression (July 28; The 4th International Conference on Science, Mathematics, Environment and Education (ICoS-MEE), virtual)\*
4. Asymptotics for Student-Lévy regression (August 25; ICIAM 2023, Waseda University, Japan)\*
5. Asymptotic inference for a non-Gaussian location-scale mixed-effects model (September 22; MSJ Autumn Meeting 2023 at Tohoku University)
6. Robustifying Gaussian quasi-likelihood inference for volatility (November 14, 2023; Workshop “New Developments in

#### D. 講義

1. 確率統計学基礎・確率統計 II (数学科・教養学部統合自然科学科)：測度論的確率論と小標本統計の入門事項，統計モデルとしての多様な確率分布族，統計推測法を解説した。
2. 確率統計学 II・数理統計学 (数学科・数理大学院)：独立観測モデルを主対象とし，大数の法則や中心極限定理に基づいて，漸近推測理論の基礎概念を解説した。
3. 統計データ解析 I (教養学部前期課程)：統計ソフトウェア R の使い方，確率統計の入門事項を解説した。各トピックでシミュレーションや実データ解析による実演を行った。

#### F. 対外研究サービス

1. Annals of the Institute of Statistical Mathematics 編集委員 (2021 年 7 月～)
2. Bernoulli journal 編集委員 (2019 年 1 月～)
3. Japanese Journal of Statistics and Data Science 編集長 (2022 年 10 月～)
4. Statistical Inference for Stochastic Processes 編集委員 (2014 年 1 月～)

5. International Statistical Institute (ISI) elected member (2012 年 ~)
6. 統計関連学会連合 JJSD 運営委員会委員長 (2024 年 1 月 ~)
7. 日本数学会 統計数学分科会評議員 (2023 年 3 月 ~ 2025 年 2 月)
8. MSJ メモアール編集委員 (2021 年度 ~)

#### H. 海外からのビジター

1. Lorenzo Mercuri (University of Milan), May 13–31, 2023: Inference and related numerics for the Student- $t$  Lévy regression model. Prof. Mercuri also delivered an internal seminar for members of the YUIMA project.
2. Maud Delattre (INRAE: Institut National de la recherche agronomique (National Institute of Agricultural Research)), November 25 – December 8, 2023: Modeling non-Gaussian stochastic differential equations with mixed effects. Prof. Delattre also delivered the talk at the FJ-LMI Seminar on Nov 28.

### 宮本 安人 (MIYAMOTO Yasuhito)

#### A. 研究概要

私の研究領域は楕円型と放物型偏微分方程式です。特に、解の詳しい性質を明らかにすることに興味があります。関数解析を用いた一般的な手法と個々の方程式に特化した個別的手法の両方を用います。ここ数年の具体的な研究テーマは以下のとおりです：

1. **固有値の明示的表示 [1,2]** 有界区間における楕円型方程式の境界値問題に付随する固有値と固有関数を明示的に表示しました。[1] では  $\varepsilon^2 u'' - u + u^3 = 0$  の Neumann 問題, [2] では  $u'' + \varepsilon^2 \sinh u = 0$  の Neumann 問題の場合に研究しました。特に  $\varepsilon \rightarrow 0$  のとき、全ての固有値の漸近展開を求めました。
2. **解のモース指数 (不安定指数)[3]** 外径  $R$  内径  $\rho$  の円環領域における  $\Delta u +$

$|x|^\alpha |u|^{p-1} u = 0, p = (N + 2 + 2\alpha)/(N - 2)$ , の Dirichlet 問題の全ての球対称解のモース指数の下限を求めました。特に、 $\rho \rightarrow 0$  のとき下限が達成されることを示しました。

3. **優臨界方程式の特異球対称解 [4]**  $\Delta u + f(u) = 0$  の  $f$  が優臨界の増大度をもつ場合に、 $f$  に関する緩い条件のもとで球対称な特異解を一意的に持つことを示しました。この結果は、球領域における優臨界方程式の正值解の構造に深い関わりがあり、構造の解明に役立つと期待されています。
4. **ステファン問題の解の漸近挙動 [5]** 半直線上において端点で一定値とするステファン問題の解の漸近挙動を考察しました。まず、境界条件を満たす自己相似解が存在することを示し、広いクラスの初期関数から出発した解がその自己相似解にある意味で収束することを示しました。
5. **楕円型偏微分不等式の正值解の非存在 [6]** 畳み込み積分を持つ楕円型偏微分不等式が、 $\mathbb{R}^N$  全域に対して正值解を持たないための偏微分不等式の指数の条件を導出しました。これは、リウヴィル型定理の拡張に相当します。
6. **非整数回時間偏微分を持つ放物型方程式 [7]** 有界領域  $\Omega$  における非整数回時間偏微分を含む藤田型方程式  $\partial_t^\alpha u = \Delta u + u^{1+2/N}$  の Dirichlet 境界値問題について、正の初期関数が  $u_0 \in L^1(\Omega)$  のとき時間局所解を持ち、さらにノルムが小さいときは時間大域的となることを示しました。
7. **連立楕円型方程式の最小エネルギー解の存在 [8]** 束縛条件下における連立シュレディンガー方程式の最小エネルギー解の存在を、集中コンパクト性原理を用いて証明しました。
8. **非整数回空間偏微分を持つ放物型方程式 [9]** 非整数回空間偏微分を持つ方程式  $\partial_t u + (-\Delta)^{\theta/2} u = f(u), 0 < \theta < 2$ , の時間局所可解性を、 $f$  が非常に早く増大する場合を含む一般的な非線形項において調べました。

9. **一般的な MEMS 型方程式の退化解** [10] MEMS 型方程式  $r^{-(\gamma-1)}(r^\alpha|u'|^{\beta-1}u) = 1/f(u)$  は,  $r > 0$  において退化解が存在し, それが一意的であることを示しました. さらに, 2つの解の交点数を  $\alpha, \beta, \gamma, f$  に応じて場合分けをして求めました. これらは, 解全体の構造解明に役立つと期待されています.

My research field is elliptic and parabolic partial differential equations. In particular, I am interested in detailed properties of solutions. I use general methods using functional analysis and methods specific to each equation. Research themes for the past few years are listed below:

1. **Exact representation of all eigenvalues** [1,2] Exact eigenvalues and eigenfunctions for a linearization semilinear elliptic problems in a finite interval are obtained. The Neumann problems of  $\varepsilon^2 u'' - u + u^3 = 0$  and  $u'' + \varepsilon^2 \sinh u = 0$  are studied in [1] and [2], respectively. In particular, asymptotic expansions for all eigenvalue as  $\varepsilon \rightarrow 0$  are obtained.
2. **Morse index** [3] A lower bound of the Morse index of every radial solution for the Dirichlet problem  $\Delta u + |x|^\alpha |u|^{p-1} u = 0$ ,  $p = (N + 2 + 2\alpha)/(N - 2)$ , on annuli is obtained. Moreover, we show that this lower bound is attained when the inner radius is close to 0.
3. **Singular positive radial solution for supercritical problems** [4] The singular positive radial solution for the supercritical equation  $\Delta u + f(u) = 0$  is constructed and the uniqueness in the space of radial functions is also proved.
4. **Stefan problem** [5] We show that a solution for a one-phase Stefan problem on a half-line converges to a self-similar solution as time goes to infinity.
5. **Liouville type theorems for a PDI**

[6] Sufficient conditions for nonexistence of positive solutions for a certain partial differential inequalities including two convolution terms are proved.

6. **Parabolic equation with time fractional derivative** [7] The existence of local-in-time solution to the Cauchy-Dirichlet problem  $\partial_t^\alpha u = \Delta u + u^{1+2/N}$  on a bounded domain  $\Omega$  is established when an initial function is in  $L^1(\Omega)$ . Moreover, the solution exists globally in time if the  $L^1$ -norm of the initial function is small.
7. **A  $L^2$ -constraint minimization problem for a Schrödinger system** [8] The existence of global minimizers for a certain Schrödinger system with  $L^2$ -constraint is proved.
8. **Parabolic equation with spatial fractional derivative** [9] We obtain integrability conditions for initial functions such that a local-in-time positive solution for parabolic equations with spatial fractional derivative exists.
9. **Radial solutions for MEMS type equations** [10] We prove an existence of a degenerate radial solution for a MEMS type equation  $r^{-(\gamma-1)}(r^\alpha|u'|^{\beta-1}u) = 1/f(u)$  and the uniqueness is also proved. Intersection numbers for two solutions are also obtained. They will be used in the study of a solution structure.

## B. 発表論文

1. Y. Miyamoto, H. Takemura and T. Wakasa, "Asymptotic formulas of the eigenvalues for the linearization of the scalar field equation", to appear in Proc. Royal Soc. Edinburgh Sect. A.
2. S. Aizawa, Y. Miyamoto and T. Wakasa, "Asymptotic formulas of the eigenvalues for the linearization of a one-dimensional sinh-Poisson equation", J. Elliptic Parabol. Equ. **9** (2023), 1043–1070.
3. Y. Miyamoto, "Exact Morse index of ra-

- dial solutions for semilinear elliptic equations with critical exponent on annuli”, *Math. Z.* **304** (2023), Article No. 65 (28 pages).
4. Y. Miyamoto and Y. Naito, “Singular solutions for semilinear elliptic equations with general supercritical growth”, *Ann. Mat. Pura Appl.* **202** (2023), 341–366.
  5. M. Bouguezzi, D. Hilhorst, Y. Miyamoto and J.-F. Scheid, “Convergence to a self similar solution for a one-phase Stefan problem arising in corrosion theory”, *European J. Appl. Math.* **34** (2023), 701–737.
  6. M. Ghergu, Z. Liu, Y. Miyamoto and V. Moroz, “Nonlinear inequalities with double Riesz potentials”, *Potential Anal.* **59** (2023), 97–112.
  7. M. Ghergu, Y. Miyamoto and M. Suzuki, “Solvability for time-fractional semilinear parabolic equations with singular initial data”, *Math. Methods Appl. Sci.* **46** (2023), 6686–6704.
  8. N. Ikoma and Y. Miyamoto, “The compactness of minimizing sequences for a nonlinear Schrödinger system with potentials”, *Commun. Contemp. Math.* **25** (2023), Article No. 2150103 (44 pages).
  9. T. Giraudon and Y. Miyamoto, “Fractional semilinear heat equations with singular and nondecaying initial data”, *Rev. Mat. Complut.* **35** (2022), 415–445.
  10. M. Ghergu and Y. Miyamoto, “Radial single point rapture solutions for a general MEMS model”, *Calc. Var. Partial Differential Equations* **61** (2022), Article 47, (29 pages).

### C. 口頭発表

1. Exact Morse index for semilinear elliptic equations with critical exponent on annuli, 2024 Japan-Korea Workshop on Nonlinear PDEs and Its Applications, 広島大学, 2024年1月17日.
2. 1次元 Shadow Gierer-Meinhardt 系の Hopf 分岐およびその周期と臨界値の明示的表示 (中村駿斗氏, 西垣啓佑氏との共同発表), 第49回発展方程式研究会, 東京理科大学, 2024年12月26日.
3. 固有値の明示的表示と Lamé 方程式, 現象と数理 北九州小研究集会, 北九州国際会議場, 2023年12月2日.
4. 1次元 shadow Gierer-Meinhardt 系の完全分岐図式と Hopf 分岐, 第3回はこたて現象数理研究集会, はこたて未来大学, 2023年11月16日.
5. 優臨界楕円型方程式の球対称解の構造, 実函数論分科会特別講演, 2023年度秋季総合分科会, 東北大学, 2023年9月23日.
6. Structure of radial solutions for supercritical elliptic equations, MSJ-KMS Joint Meeting 2023, 仙台国際センター, 2023年9月19日.
7. Exact Morse index for semilinear elliptic equations with critical exponent on annuli, The 13th AIMS Conference, Wilmington, University of North Carolina Wilmington (アメリカ), 2023年6月1日.
8. Exact Morse index of radial solutions for semilinear elliptic equations with critical exponent on annuli, 北陸応用数理研究会, しいのき迎賓館 (石川県金沢市), 2023年3月24日.
9. Solvability for time-fractional semilinear parabolic equations with singular initial data, 第48回発展方程式研究会, 東京理科大学, 2022年12月26日.
10. Structure of positive radial solutions for semilinear elliptic problem with general supercritical growth, UFPB’s Webinar on Partial Differential Equations and Geometric Analysis, パライバ連邦大学 (ブラジル, オンライン), 2022年11月30日.

#### D. 講義

1. 解析学 IV (S セメスター): 測度論・ルベーグ積分論と関数解析学の初歩を講義した (数学科 3・4 年生)
2. 解析学特別演習 I (S セメスター): 上記の演習 (数学科 3・4 年生)
3. 数理科学演習 II (S セメスター): 柳田英二・栄伸一郎著『常微分方程式論』朝倉書店を履修者 1 名と精読した (統合自然 4 年生)
4. 学術フロンティア講義 (S セメスター全 13 回のうち 3 回): チューリングパターンについて解説した (教養学部 1・2 年生)
5. 卒業研究 (A セメスター): 履修者 2 名と共に区間上の Lamé 方程式の固有値の明示的表示について研究した (統合自然 4 年生)
6. 常微分方程式論 (A セメスター): 常微分方程式の初等解法, 解の一意存在等の基礎理論を講義した (統合自然 2 年生)
7. 常微分方程式論演習 (A セメスター): 上記の演習 (統合自然 2 年生)
8. 数理科学概論 (A セメスター全 13 回のうち 1 回): 非線形偏微分方程式の定性的理論 (統合自然 2 年生)

#### E. 修士・博士論文

1. (修士) 西垣 啓佑 (NISHIGAKI Keisuke): 1 次元 Shadow Gierer-Meinhardt 系の Hopf 分岐およびその周期と臨界値の明示的表示

#### F. 対外研究サービス

1. Lithuanian Mathematical Journal (Associate editor)
2. 日本評論社『数学セミナー』書評委員 (2023 年 9 月まで)
3. 東大数理 木曜応用解析セミナー (世話人)

#### H. 海外からのビジター

1. Danielle Hilhorst (Universite de Paris-Saclay) 2024 年 1 月 20 日~2 月 7 日, Convergence to the self-similar solution of a two phase Stefan problem.
2. Mostafa Fazly (The University of Texas at San Antonio) 2024 年 3 月 20 日~4 月

2 日, Qualitative properties of solutions to elliptic partial differential equations.

#### 山本昌宏 (YAMAMOTO, Masahiro)

##### A. 研究概要

発展方程式論に基づいて制御理論の研究を進め、フィードバック可制御性、可観測性などの重要な性質をきわめて広範な方程式に関して統一的に確立した。また、時間遅れを含む関数偏微分方程式の最適制御の理論を創生した。最近、制御から逆問題の研究に重点を移した: 最適制御問題は偏微分方程式で記述される系を望ましい状態に遷移させるために外力項を求める問題であり、一方で逆問題は、系の状態から系を支配している外力項などを決定する問題であり、最適制御の問題と密接な関係にある。制御論の知見を逆問題に活用していく成果もあげてきた。その一つとして、双曲型偏微分方程式の外力項を決定する逆問題に完全可制御性を応用して、一意性、安定性、さらには与えられた状態を実現する外力項の存在を確立した。偏微分方程式の係数を決定する逆問題においては、偏微分方程式の解の重み付き 2 乗評価である Carleman 評価を利用する Bukhgeim-Klibanov による方法論 (1981) を改良して、最良の安定性評価を導くことに成功した (Inverse Problems 1998, 2001, Comm. Partial Diff. Equations 2001)。当初は、双曲型方程式や放物型方程式に対する係数決定逆問題に対して成果をあげてきたが、その後、弾性体、Navier-Stokes 方程式をはじめとして圧縮性・非圧縮性を問わない多様な流体の方程式、Maxwell の方程式、粘弾性方程式、人口モデルの方程式、退化型放物型方程式などに対しても方法論を拡大し、一意性・安定性を確立し、この課題だけで 100 篇ほどの査読付き論文を公表してきた。その一方で、別種の重要な逆問題でも成果をあげてきた: Dirichlet-to-Neumann 写像による境界値逆問題でデータを境界の勝手な部分に制限した場合の一意性 (J. Amer. Math. Soc. 2010)、物体の形状を平面入射波の散乱データで決定する障害物逆散乱問題において最小データによる一意性など逆問題の理論的な研究を国際的に先導する成果を公表し続けてきた。最近では、時間微分の階数が自然

数とは限らない非整数階偏微分方程式の研究に着手して個別的な逆問題だけではなく、一般論を構築しつつある。

I studied control problems on the basis of the theory of evolution equations. In particular, I worked for properties of the feedback stabilizability and the observability for comprehensive classes of equations within unified frameworks, and optimal control theories for functional differential equations including time-delay partial differential equations.

Recently I have concentrated the interests on inverse problems. The control theory and the inverse problems are related each other, and I can take advantage of control theoretic methods for inverse problems. As one achievement, for inverse source problems for hyperbolic equations, I applied the Hilbert Uniqueness Method and the exact controllability to establish the best possible stability including the existence of a source term realizing given outputs.

Further I have modified a methodology by Bukhgeim and Klivanov (1981) which is based on the Carleman estimate, so that I have succeeded in deriving the best possible stability for inverse coefficient problems of determining spatially varying coefficients of parabolic and hyperbolic equations by a finite number of data (Inverse Problems 1998, 2001, Comm. Partial Diff. Equations 2001). It has turned out that my modified method can be extended to various inverse coefficient problems for the elasticity, the fluid equations, Maxwell's equations, the viscoelasticity equations, population dynamics equations, degenerate partial differential equations, and as for this topic, I have already published about 100 articles (with peer review).

Moreover I contributed for other types of inverse problems such as

(i) Uniqueness for inverse boundary value problems by Dirichlet-to-Neumann maps restricted to an arbitrarily chosen subboundary (J. Amer. Math. Soc., 2010)

(ii) Uniqueness for the inverse obstacle scattering problems within polygonal obstacles by the minimum data.

Since 2010, I have been working also for inverse problems and the general theory for the forward problems for time-fractional diffusion-wave equations.

## B. 発表論文

以下は、該当する査読付き論文のリストである。

1. P. Loreti, D. Sforza and M. Yamamoto, Uniqueness of solution with zero boundary condition for time-fractional wave equations, *Appl. Math. Lett.* **148** (2024), Paper No. 108862, 6 pp.
2. A. Kawamoto, M. Machida and M. Yamamoto, Homogenization and inverse problems for fractional diffusion equations, *Fract. Calc. Appl. Anal.* **26** (2023), no. 5, 2118-2165.
3. G. Floridia, Y. Liu and M. Yamamoto, Blowup in  $L^1(\Omega)$ -norm and global existence for time-fractional diffusion equations with polynomial semilinear terms, *Adv. Nonlinear Anal.* **12** (2023) no. 1, Paper No. 20230121, 15 pp.
4. Y. Luchko and M. Yamamoto, Correction: Comparison principles for the time-fractional diffusion equations with the Robin boundary conditions. Part I: Linear equations *Fract. Calc. Appl. Anal.* **26** (2023), no. 6, 2959-2960.
5. Y. Chen, J. Cheng, S. Lu, and M. Yamamoto, Harmonic measures and numerical computation of Cauchy problems for Laplace equations, *Chinese Ann. Math. Ser. B* **44** (2023), no. 6, 913-928.
6. O. Imanuvilov and M. Yamamoto, Sharp uniqueness and stability of solution for an inverse source problem for the Schrödinger equation, *Inverse Problems* **39** (2023), no. 10, Paper No. 105013, 19 pp.
7. X. Huang, Y. Kian, É. Soccorsi and

- M. Yamamoto, Determination of source or initial values for acoustic equations with a time-fractional attenuation, *Anal. Appl. (Singap.)* **21** (2023), no. 5, 1105-1130.
8. Y. Luchko and M. Yamamoto, Comparison principles for the time-fractional diffusion equations with the Robin boundary conditions. Part I: Linear equations, *Fract. Calc. Appl. Anal.* **26** (2023), no. 4, 1504-1544.
  9. O. Imanuvilov, H. Liu and M. Yamamoto, Unique continuation for a mean field game system, *Appl. Math. Lett.* **145** (2023), Paper No. 108757, 6 pp.
  10. Y. Kian, Y. Liu and M. Yamamoto, Uniqueness of inverse source problems for general evolution equations, *Commun. Contemp. Math.* **25** (2023), no. 6, Paper No. 2250009, 33 pp.
  11. O. Imanuvilov and M. Yamamoto, Global Lipschitz stability for an inverse source problem for the Navier-Stokes equations, *Appl. Anal.* **102** (2023), no. 8, 2200-2210.
  12. Rundell, William; Yamamoto, Masahiro; Uniqueness for an inverse coefficient problem for a one-dimensional time-fractional diffusion equation with non-zero boundary conditions, *Appl. Anal.* **102** (2023) no. 3 815-829.
  13. Cheng, Jin; Lu, Shuai; Yamamoto, Masahiro, Determination of source terms in diffusion and wave equations by observations after incidents: uniqueness and stability. *CSIAM Trans. Appl. Math.* **4** (2023) no. 2 381-418.
  14. Yamamoto, Masahiro, Uniqueness for inverse problem of determining fractional orders for time-fractional advection-diffusion equations. *Math. Control Relat. Fields* **13** (2023) no. 2 833-851.
  15. Huang, Xinchu; Yamamoto, Masahiro; Carleman estimates for a magnetohydrodynamics system and application to inverse source problems. *Math. Control Relat. Fields* **13** (2023) no. 2 470-499.
  16. Yamamoto, M. Uniqueness for inverse source problems for fractional diffusion-wave equations by data during not acting time. *Inverse Problems* **39** (2023) no. 2 Paper No. 024004, 20 pp.
  17. Jiang, Daijun; Li, Zhiyuan; Pauron, Matthieu; Yamamoto, Masahiro, Uniqueness for fractional nonsymmetric diffusion equations and an application to an inverse source problem. *Math. Methods Appl. Sci.* **46** (2023) no. 2 2275-2287.
  18. Liu, Yikan; Yamamoto, Masahiro, Uniqueness of orders and parameters in multi-term time-fractional diffusion equations by short-time behavior. *Inverse Problems* **39** (2023) no. 2 Paper No. 024003, 28 pp.
  19. Li, Zhiyuan; Liu, Yikan; Yamamoto, Masahiro, Inverse source problem for a one-dimensional time-fractional diffusion equation and unique continuation for weak solutions. *Inverse Probl. Imaging* **17** (2023) no. 1 1-22.
- なお、アメリカ数学会のデータベース MathSciNet による被引用の全回数は 7,577 回である (引用著者数 2,580)。
- C. 口頭発表
1. Inverse problem for transport equations of the first order on flow networks, GSSI Gran Sasso Science Institute, L'Aquila 7 October 2022
  2. General treatments for time-fractional diffusion equations and comparison principles, "Taishan Science and Technology Forum International Conference on Theory and Computation of Partial Differential Equations" Shandong University of Technology, Zibo 26 November 2022
  3. Mathematics as foundation for social cooperation – case studies from steel in-

- dustry to environmental issue, Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali Messina, Italy 2 December 2022
4. Case studies for solutions of real-world problems by mathematical thinking from steel industry to environmental issues, Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria Seminario di Analisi Università di Roma La Sapienza 17 February 2023
  5. Stability and uniqueness for inverse problems for partial differential equations by Carleman estimates, 6th Young Scholar Symposium East Asia Section of Inverse Problems International Association Chinese University of Hong Kong 25 March 2023
  6. Recent results on uniqueness and stability for inverse problems for parabolic and Schrödinger equations, The Second HKSIAM Biennial Conference 2023, The Chinese University of Hong Kong 28 August 2023
  7. Introduction to inverse problems enabling us to detect the invisible and some recent mathematical results, New York University Abu Dhabi 8 December 2023
  8. 環境工学などに現れる逆問題, ものづくり企業に役立つ応用数値手法の研究会 (日本応用数理学会)、2023 年 12 月 22 日 (by Zoom)
  9. Inverse problems for time-fractional differential equations and classical diffusion equations University of Sevilla, 24 and 25 January 2024 (集中講義)
  10. Uniqueness about inverse problems for time-fractional differential equations, Recent Advances in Scientific Computing and Inverse Problems, The Hong Kong Polytechnic University, 11 March 2022
- D. 講義
1. 数理科学基礎演習：微分積分学の演習 (教養学部前期課程)
  2. 微分積分学 2：微分積分学の講義 (教養学部前期課程)
  3. 微分積分学演習 (教養学部前期課程)
  4. 解析学 XC: 理学部 3 年生向け講義、A セメスター、逆問題の入門講義で数学解析ならびに数値手法や応用事例の解説
  5. 解析学 XF: 数理大学院、A セメスター、非整数階偏微分方程式の基礎理論：微分の階数が自然数とは限らない偏微分方程式は汚染物質の地中の拡散などのモデル化に有効であることが最近、明らかになってきている。このような拡散は不均質媒質における拡散現象で、古典的な拡散方程式では説明できない特異性をもつ拡散現象である。一方で、非整数階の微分積分の研究はライプニッツまで遡ることができるものの、非整数階偏微分方程式論は完成しておらず、応用にも支障をきたすことが多い。そこで、汚染物質の特異拡散現象などの応用を念頭において、非整数階偏微分方程式論の構築を行う。主な枠組みは作用素論的であり、適切な関数空間を導入した上で、非整数階偏微分方程式を発展方程式として取り扱うものである。
- F. 対外研究サービス
1. Editorial board "Journal of Inverse and Ill-posed Problems", 2011 年 - 現在
  2. Editorial board of "Journal of the China Society of Industrial and Applied Mathematics (J. of Chinese SIAM)", 2011 年 - 現在
  3. "Editorial board of "Applicable Analysis", 2011 年 - 現在
  4. Advisor Board of "Inverse Problems in Science and Engineering", 2011 年 - 2020 年
  5. Editorial Board of "Nonlinear Analysis: Real World Applications" 2011 年 - 現在
  6. Fellow at Institute of Physics (Great Britain) 2011 年 - 2014 年

7. Honorary professor of East China Institute of Technology (China)
8. Guest Professor of Southeast University (Nanjing, China)

#### G. 受賞

1. 2020, James S. W. Wong Prize by Journal of Mathematical Analysis and Applications
2. 2020, Eurasian Association on Inverse Problems (EAIP) Award
3. Honorary Member of Academy of Romanian Scientists (2019 年 4 月より)
4. Accademia Peloritana dei Pericolanti (イタリア、メッシナ、1729 年創立) の外国人会員 (2021 年 3 月より)

#### H. 海外からのビジター

1. Ding Feng (復旦大学): 非整数階偏微分方程式の逆問題の研究、中国政府による派遣 (1 年間)
2. Qiang Zhang (東南大学、南京): 楕円型偏微分方程式の逆問題の研究中国政府による派遣 (1 年間)
3. Oleg Imanuvilov (Colorado State University): 2023 年 5 月 25 日-6 月 12 日、8 月 6 日-8 月 20 日、2024 年 1 月 3 日-1 月 15 日、3 月 10 日-3 月 21 日: 偏微分方程式の逆問題に関する共同研究
4. Fikret Golgeleyen (Bulent Ecevit Zonguldak University): 2023 年 10 月 26 日-11 月 5 日、2024 年 3 月 14 日-3 月 24 日
5. Yury Luchko (Berlin University of Applied Sciences and Technology): 2024 年 3 月 4 日-3 月 25 日

### 吉田 朋広 (YOSHIDA Nakahiro)

#### A. 研究概要

擬似尤度解析、漸近決定理論、確率過程の統計学、極限定理、漸近展開、セミマルチンゲール、Malliavin 解析、計量ファイナンス、統計的学習理論、計算機統計を研究している:

1. Malliavin 解析と極限定理
2. 混合正規分布を極限に持つマルチンゲールに対する漸近展開
3. マイクロストラクチャーノイズ下でのプレアベレーシング推定量の漸近展開
4. Euler-Maruyama 近似誤差の漸近展開
5. Skorohod 積分の漸近展開
6. fractional Brownian motion の汎関数の漸近展開
7. Wiener 汎関数に対する一般展開公式
8. 擬似尤度解析の理論
9. 有限時間離散観測下でのボラティリティに対する擬似尤度解析とパラメトリック推定量の漸近展開
10. ジャンプフィルターと安定的なボラティリティ推定
11. 部分擬似尤度解析と長期記憶過程を成分に持つ統計モデルの推測理論
12. 擬似尤度解析と情報量規準
13. 確率過程のスパース推定
14. HY 推定法とリード・ラグ推定
15. 確率微分方程式に対する適合型推定アルゴリズム
16. 点過程とリード・ラグ、リミット・オーダー・ブック
17. 退化拡散過程の推定
18. 因果推論と生存解析
19. 極限定理の因果推論への応用
20. 確率微分方程式に対するシミュレーション・統計解析ソフトウェアの開発 (YUIMA プロジェクト)
21. 確率過程とディープラーニング

I am studying quasi-likelihood analysis, asymptotic decision theory, statistics for stochastic processes, limit theorems, asymptotic expansion, semimartingales, Malliavin calculus, quantitative finance, statistical machine learning and computational statistics:

1. Malliavin calculus and limit theorems
2. Asymptotic expansion for a martingale that has a mixed normal limit distribution

3. Asymptotic expansion of the pre-averaging estimator under microstructure noise
  4. Asymptotic expansion in Euler-Maruyama approximation
  5. Asymptotic expansion of Skorohod integrals
  6. Asymptotic expansion of various functionals of a fractional Brownian motion
  7. General expansion formula for Wiener functionals
  8. Theory of the Quasi-Likelihood Analysis (QLA)
  9. Quasi-Likelihood Analysis for volatility in finite time horizon and asymptotic expansion of the QLA estimators
  10. Jump filters for stable volatility estimation
  11. Partial Quasi-Likelihood Analysis and inference for a statistical model having long-memory components
  12. Quasi-Likelihood Analysis and information criteria for model selection
  13. Sparse estimation of stochastic processes
  14. Applications of the HY estimator to lead-lag estimation
  15. Adaptive estimation methods for stochastic differential equations
  16. Statistical inference for point processes applied to lead-lag phenomena and limit order book
  17. Estimation for a degenerate diffusion process
  18. Causal inference and survival analysis
  19. Limit theorems applied to causal inference
  20. Statistical package for simulation and statistical analysis for stochastic differential equations (YUIMA Project)
  21. Stochastic processes and deep learning
- B. 発表論文
1. Delattre, S., Gloter, A., Yoshida, N.: “Rate of estimation for the stationary distribution of stochastic damping Hamiltonian systems with continuous observations”, *Annales de l’ Institut Henri Poincaré*, 58 (4) (2022) 1998-2028
  2. Park, Y., Zhan, R., Yoshida, N.: “Beyond central limit theorem for higher-order inference in batched bandits”, *NeurIPS 2022 Workshop CML4Impact* (2022) <https://openreview.net/forum?id=FuN85V24J7V>
  3. Yoshida, N.: “Asymptotic expansion and estimates of Wiener functionals”, *Stochastic Processes and their Applications*, 157 (2023) 176-248.
  4. Yamagishi, H., Yoshida, N.: “Order estimate of functionals related to fractional Brownian motion”, *Stochastic Processes and their Applications*, 161 (2023) 490-543.
  5. Tudor, Ciprian A., Yoshida, N.: “High order asymptotic expansion for Wiener functionals”, *Stochastic Processes and their Applications*, 164 (2023) 443-492.
  6. Mishura, Y., Yamagishi, H., Yoshida, N.: “Asymptotic expansion of an estimator for the Hurst coefficient”, *Statistical Inference for Stochastic Processes*, 27 (2024) 181-211.
  7. Yoshida, J., Yoshida, N.: “Quasi-maximum likelihood estimation and penalized estimation under non-standard conditions”, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, to appear.
  8. Yoshida, J., Yoshida, N.: “Penalized estimation for non-identifiable models”. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, to appear.
  9. Gloter, A., Yoshida, N.: “Non-adaptive estimation for degenerate diffusion processes”, *Theory of Probability and Mathematical Statistics*, to appear.
  10. Gloter, A., Yoshida, N.: “Quasi-likelihood analysis for adaptive estimation of stochastic damping Hamiltonian systems with continuous observations”, *Annales de l’ Institut Henri Poincaré*, 58 (4) (2022) 1998-2028

tion of a degenerate diffusion process”, arXiv:2402.15256 (2024)

### C. 口頭発表

1. Ibragimov-Khasminskii theory and recent developments in statistical inference for stochastic processes. Advances in Stochastics & Statistics in honor of Rafail Z. Khasminskii 90th anniversary, Online 2021.6.10 招待講演
2. Global jump filters and realized volatility. ISI World Statistics Congress 2021, Hague, Virtual 2021.7.16 招待講演
3. Adaptive and non-adaptive estimation for degenerate diffusion processes. Statistics of Stochastic Processes in Discrete and Continuous Time (on-line). Kyiv, Ukraine, 2022.10.11 招待講演
4. Batched bandits and conditional Edgeworth expansion. DYNSTOCH 2023 - Workshop on Statistical Methods for Dynamical Stochastic Models, Imperial College London, 2023.3.28
5. Some recent developments in asymptotic expansion. Mathematical Finance and Stochastics: A Conference in Honor of David Nualart, San Sebastian, Spain, 2023.5.30 招待講演
6. Yoshida, N.: Higher-order asymptotic distribution theory with the Malliavin calculus and its applications to statistics. 64th ISI World Statistics Congress, Ottawa, Canada, 2023.7.17 招待講演
7. Yoshida, N.: Quasi-likelihood analysis and estimation for a degenerate diffusion process. 6th International Conference on Econometrics and Statistics (EcoSta 2023), Waseda, Tokyo, 2023.8.1 招待講演
8. Yoshida, N.: Malliavin calculus and precise distributional approximations. Workshop on Eco-Stat Asymptotics 2023 (WESA2023), University of Verona, Verona, 2023.9.11 招待講演
9. Yoshida, N.: 17th International Con-

ference Computational and Financial Econometrics (CFE 2023), HTW Berlin, University of Applied Sciences, Berlin, Germany, 2023.12.17 招待講演

10. Yoshida, N.: Asymptotic expansion for batched bandits. IMS-Asia-Pacific Rim Meeting 2024, Melbourne, Australia, 2024.1.6 招待講演

### D. 講義

1. 統計財務保険特論 VII・数学統論 X G: 統計推測の漸近論を、擬似尤度解析の枠組みで、従属性の構造によらない方法で一般的に構成した。古典的時系列モデル、点過程、伊藤過程のポラティリティ推定の例を用いて、従属系の漸近推測論を構成するために何が必要か観察し、独立観測の場合の統計推測の漸近決定理論を概観した。一般論を展開するための基礎となる確率場の分布収束に関する結果を準備した。Ibragimov-Khasminskii 理論を非線形従属系に適用する際のボトルネックを解消する、統計的確率場に対する多項式型大偏差不等式を証明した。多項式型大偏差不等式と擬似尤度比確率場の収束により、推定量の極限定理、積率収束、ベイズ推定量の漸近挙動を示した。(数理大学院・4年生共通講義)
2. 統計財務保険特論 X・数学統論 X H: マルチンゲール中心極限定理を紹介し、統計学への応用に触れた。D 空間の位相とコンパクト性、D 空間上の確率分布列のタイトネスと C-タイトネス、Aldous のタイトネス条件について話した。さらに、確率変数列の安定的収束の概念を紹介し、マルチンゲール列の混合ガウス過程への安定的収束を証明した。混合型極限定理の非エルゴード的統計学における意味を説明し、有限時間高頻度観測における伊藤過程のポラティリティパラメータ推定への応用に関して議論した。(数理大学院・4年生共通講義)

### E. 修士・博士論文

1. (論文博士) 山岸 颯 (YAMAGISHI Hayate): Asymptotic expansion of estimators related to stochastic processes

driven by fractional Brownian motion  
(非整数ブラウン運動によって駆動される確率過程に関わる推定量の漸近展開)

2. (修士)行徳 義弘 (GYOTOKU Yoshihiro):  
Nonparametric regression of point processes with applications to deep learning  
(点過程のノンパラメトリック回帰とその深層学習への応用)

#### F. 対外研究サービス

1. 統計数理研究所リスク解析戦略研究センター客員教授
2. 日本アクチュアリー会評議員
3. Statistical Inference for Stochastic Processes, editorial board
4. (公財) 生命保険文化センター理事
5. Asia-Pacific Seminar in Probability and Statistics (APSPS), オーガナイザー

#### G. 受賞

第 8 回藤原洋数理科学賞大賞 (2019)

#### H. 海外からのビジター

1. Ciprian A. Tudor, Université de Lille, France, 2023.5.9-5.18. collaborative research
2. Lorenzo Mercuri, University of Milan, Italy, 2023.5.12-5.31. YUIMA development
3. Yury Kutoyants, University of Le Mans, France, 2023.8.17-8.31. collaborative research
4. Mark Podolskij, University of Luxembourg, Luxembourg, 2024.2.3-2.10. Invited talk at Stochastic Analysis and Statistics 2024
5. Chiara Amorino, University of Luxembourg, Luxembourg, 2024.2.6-2.8. Invited talk at Stochastic Analysis and Statistics 2024

## ウィロックス ラルフ (WILLOX Ralph)

### A. 研究概要

今年は主として下記の 5 つの数理物理学および数理モデル化と関係する課題について研究を行い、研究成果を得た。

- Université Paris-Saclay (フランス) の Alfred Ramani と Basile Grammaticos, または本研究科の Takafumi Mase との共同研究で、昨年の続きで高次元の双有理写像における特異点の構造と写像の反復合成による次数増大の間の関係を考察した。線形化可能な 2 階の方程式の coupling から得られる高次元の写像の特異点と次数増大との関係についての論文は現在 2 つも作成中であり、高階の有理的漸化式の力学系次数の新しい計算アルゴリズムについての論文は現在 1 つ作成中である。
- Basile Grammaticos と École Polytechnique (パリ・フランス) の Alix Benoit との共同研究で Lamé 方程式の可積分な離散化法を提唱し、現在この方法で構成できた離散系の一般解と周期解の振舞いを解析している。
- Takafumi Mase と Turku University (フィンランド) の Jarmo Hietarinta との共同研究で、2 次元の格子上で定義される偏差分方程式の初期値・境界値問題が方程式の代数的 entropy の計算にどのような影響をもたらすかという問題について今年も引き続き研究を行った。この問題に関する結果を発表する論文は現在作成中である。
- Université Paris-Saclay の Mathilde Badoual と Basile Grammaticos との共同研究で、ポリオワクチンの接種によるポリオへの感染リスクを計るための数理モデルを構成し、現在そのモデルの解析的および定性的な分析を行なっている。
- Polish Academy of Sciences の Institute of Geophysics の Mariusz Bialecki との共同研究で、地震発生のモデル化などで最近よく利用されている「cluster analysis」による概念と結果を用いて、fully asynchronous Elementary Cellular Automata

の漸近挙動の研究を始めた。

Over the past year my research has mainly dealt with the following 5 topics in mathematical physics and mathematical modelling.

- Continuing the joint research I started in 2019 with Alfred Ramani and Basil Grammaticos (Université Paris-Saclay, France), and with Takafumi Mase (this institute), I studied possible connections between the singularities that arise in birational mappings on higher dimensional spaces, and the degree growth of the iterates of such mappings. We are currently finishing two papers detailing this connection for special mappings, including examples that are obtained by coupling linearizable second order mappings. We are also preparing a paper that deals with a novel algorithm for calculating the dynamical degree for higher order rational recurrence relations.
- Together with Basil Grammaticos and Alix Benoit (École Polytechnique, Paris) I proposed a discretisation technique that produces integrable discrete versions of the Lamé equation. Currently we are investigating the behaviour of the general solution as well as of the periodic solutions of the discrete systems we obtained.
- In collaboration with Jarmo Hietarinta (Turku University, Finland), Takafumi Mase and I are continuing our research on the influence that specific initial value and boundary value problems have on algebraic entropy computations for difference equations defined on a two-dimensional lattice. We are currently finishing a paper announcing our results.
- Together with Mathilde Badoual (Université Paris-Saclay) and Basil Grammaticos, I constructed a mathemati-

cal model to study the risk of vaccine-induced polio contaminations and we are currently carrying out an analytical and qualitative study of the properties of this model.

- In collaboration with Mariusz Białecki (Polish Academy of Sciences, Institute of Geophysics) I am studying the asymptotic behaviour of certain fully asynchronous Elementary Cellular Automata, in terms of ideas and results that stem from so-called ‘cluster analysis’, which is a technique that has recently been introduced for the analysis of models for the onset of earthquakes.

## B. 発表論文

1. J.J.C. Nimmo, C.R. Gilson and R. Willox: “Darboux dressing and undressing for the ultradiscrete KdV equation”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **52** (2019) 445201 (36pp).
2. J. Hietarinta, T. Mase and R. Willox: “Algebraic entropy computations for lattice equations: why initial value problems do matter”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **52** (2019) 49LT01 (13pp).
3. D. Um, R. Willox, B. Grammaticos and A. Ramani: “On the singularity structure of the discrete KdV equation”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **53** (2020) 114001 (24pp).
4. B. Grammaticos, A. Ramani, R. Willox and J. Satsuma: “Discrete Painlevé equations from singularity patterns: The asymmetric trihomographic case”, *J. Math. Phys.* **61** (2020) 033503 (20pp).
5. B. Grammaticos, R. Willox and J. Satsuma: “Revisiting the Human and Nature Dynamics model”, *Regular & Chaotic Dynamics* **25** (2020) 178–198.
6. H. Iino and R. Willox: “Discretisation of an integrable sub-case of the Hénon-Heiles system” (in Japanese), *Reports of*

Institute for Mathematics and Computer Science, Tsuda University **42** (2021) 135–140.

7. R. Willox: “Discretising and ultradiscretising the ‘Human and Nature Dynamics Model’ — new challenges and the limits of modelling —”, Reports of Institute for Mathematics and Computer Science, Tsuda University **42** (2021) 1–16.
8. D. Um, A. Ramani, B. Grammaticos, R. Willox and J. Satsuma: “On the singularities of the discrete Korteweg-de Vries equation”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **54** (2021) 095201 (26pp).
9. B. Grammaticos, T. Tamizhmani and R. Willox: “On the singularity structure of a discrete modified-Korteweg-de Vries equation”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **55** (2022) 265203 (21pp).
10. B. Grammaticos and R. Willox: “Full-deautonomisation of a class of second-order mappings in ancillary form”, *Open Communications in Nonlinear Mathematical Physics* **3** (2023) ocnmp:10496 (22pp).

### C. 口頭発表

1. Solution to the direct and inverse scattering problems for the ultradiscrete KdV equation, Integrable systems, special functions and combinatorics, Sabhal Mòr Ostaig, the Gaelic College, the Isle of Skye, UK, 2019 年 6 月.
2. On the direct and inverse scattering problems for udKdV, China-Japan Joint Workshop on Integrable Systems 2019, Hayama, 2019 年 8 月.
3. Integrability tests for lattice equations – or why lattice equations are more interesting (and subtle) than ordinary mappings, Integrable Systems 2019, The University of Sydney, Australia, 2019 年 11 月.
4. Discretising and ultradiscretising the “Human and Nature Dynamics Model” – new challenges and the limits of modelling, From Nonlinear Waves to Integrable Systems, Tsuda University, Institute for Mathematics and Computer Science, held online on Zoom, 2020 年 11 月.
5. The singularity structure of integrable lattice equations, Integrable Systems 2021, The University of Sydney, Australia, held online through Zoom, 2021 年 12 月.
6. Direct and inverse scattering for the ultradiscrete KdV equation, invited lecture at the ‘workshop on box-ball systems from integrable systems and probabilistic perspectives September 19-23, 2022’, Centre de Recherches Mathématiques, Université de Montréal, Quebec, Canada, 2022 年 9 月.
7. The Laurent phenomenon for the Burchall-Chaundy polynomials, seminar at the School of Mathematics, Statistics and Actuarial Science, University of Kent, UK, 2023 年 2 月.
8. The singularity structure of the discrete KdV and mKdV equations, SIDE14.2: “Symmetries and Integrability of Difference Equations”, University of Warsaw, Poland, 2023 年 6 月.
9. Testing for integrability using the full-deautonomisation method, invited lecture at the conference “Dualities and Symmetries in Integrable Systems”, Sabhal Mòr Ostaig – the Gaelic College, the Isle of Skye, UK, 2023 年 6 月.
10. Integrability criteria for second order maps, invited seminar at the TSVP Thematic Program ‘Exact Asymptotics: From Fluid Dynamics to Quantum Geometry’, Okinawa Institute of Science and Technology (OIST), Japan, 2023 年 10 月.

#### D. 講義

1. 現象数理 II・非線形数理・現象数理学 (S セメスター)：オムニバス形式で、様々な分野における自然現象を記述する数理モデルやセルオートマトンの構成法、及びそれらのモデルの解析について論じる講義 (理学部 4 年生・大学院生・教養学部統合自然科学科数理自然科学 4 年生の共通講義)
2. 数値シミュレーション技法・グローバル教養特別演習 II (21)・専門英語 (61) (A セメスター)：英語で行われる数理モデル化と数値シミュレーションについての入門講義 (教養学部後期課程 PEAK・USTEP 生)
3. 応用数学 XE・無限次元構造論 (A セメスター)：連続の無限次元可積分系について論じる講義 (理学部 4 年生・大学院生の共通講義)  
内容：無限次元可積分系への入門として、様々な観点から非線形偏微分方程式における「可積分性」について講じた。対称性という概念から出発し、方程式の保存量や特殊解、またはハミルトン構造などについて説明し、無限次元可積分系に付随する線形問題 (Lax pair) と保存量との関係、線形問題の拡張から得られる無限次元可積分系の階層と対称性およびその階層のtau関数について講じた。  
Course contents: this course is intended as an introduction to the field of infinite dimensional integrable systems, focusing on several aspects of “integrability” for nonlinear partial differential equations. Starting from the notion of a “symmetry”, I first discussed the link with conserved quantities and Hamiltonian structures for such equations. In the latter half of the course I explained the link between the underlying linear structure (Lax pair) for integrable systems and the existence of infinitely many conservation laws, symmetries and tau functions for the associated integrable hierarchies.
4. 数理科学広域演習 I (A セメスター) 英語で「Mathematical Writing & Communi-

cation」について論じるオムニバス形式の講義 (修士課程 FoPM コース生)

#### F. 対外研究サービス

1. ソルヴェ 国際研究所「Instituts Internationaux de Chimie et Physique, fondés par E. Solvay」評議員.
2. 日本数学会・加藤フェロー運営委員会・委員.
3. SIDE (Symmetries and Integrability of Difference Equations) Conference Series, Member of the Steering Committee.
4. Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, Advisory Board Member.
5. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo, Editorial Board Member.
6. Journal of the Physical Society of Japan, Associate Editor.
7. ICIAM2023 プログラム委員会委員.
8. Journal of Physics A, Special Issue: “Dualities and Symmetries in Integrable Systems”, Guest Editor (with M. Fairon, N. Joshi & A. Veselov).
9. “Painlevé equations, Applications, and Related Topics”, mini symposium organized during ICIAM 2023 TOKYO, Waseda University (22/08/2023–23/08/2023), co-organizer (with A. Dzhamay, A. Stokes & T. Takenawa).
10. Alix BENOIT (パリの École Polytechnique 3 年生) の Bachelor Thesis の指導。(論文題目: “Numerical investigation of discrete Lamé equations”)

#### H. 海外からのビジター

1. Alexander STOKES (外国人特別研究員・JSPS postdoctoral fellow) 2021 年 11 月 29 日～2023 年 11 月 28 日。  
研究課題: 「離散パルヴェ方程式の幾何学的理論の拡張へ - 特異点、エントロピーと可積分性」  
Research theme: “Extending the geometric theory of discrete Painlevé equations: singularities, entropy and integra-

bility”

2. Mariusz BIAŁECKI (Polish Academy of Sciences, Institute of Geophysics) 2023 年 4 月 13 日~29 日, 2023 年 11 月 1 日~20 日, 2024 年 2 月 4 日~23 日. Together with Prof. Bialecki we are investigating the asymptotic behaviour of certain asynchronous Elementary Cellular Automata.
3. Anton DZHAMAY (University of Northern Colorado, USA • BIMSA, Beijing, China) 2023 年 8 月 8 日~26 日, 2024 年 1 月 4 日~14 日. Together with Prof. Dzhamay we are investigating the geometry of discrete Painlevé equations with special symmetry groups.
4. Andy HONE (University of Kent, UK) 2023 年 8 月 18 日~29 日. Together with Prof. Hone we are investigating functional equation versions of recursion relations for special solutions to some discrete Painlevé equations.
5. Mathilde BADOUAL (Université Paris-Saclay/Paris-Cité, CNRS/ IN2P3, IJ-CLab, Orsay, France) 2024 年 8 月 20 日~26 日. Together with Prof. Badoual we are investigating a novel model for describing the epidemiological effects of vaccine-induced polio contaminations on a non-perfectly vaccinated population.

## 特別教授 (University Professor)

川又 雄二郎 (KAWAMATA Yujiro)

### A. 研究概要

論文 [1] では、滑らかな代数多様体を非可換多様体へ変形することを研究した。非可換スキームというものを考えるとき、非可換環は局所化を持たないので、構造層が定義できないというところがネックとなった。そこで、非可換スキームを、半順序集合によってパラメトライズされた非可換な結合代数の集まりと、それらの間の貼り合わせ準同型写像の集まりとして定義した。貼り合わせ写像はコサイクル条件を満たすほか、平坦でかつ双有理条件を満たすものと仮定した。局所化の代わりに、包含関係に対応した順序関係に沿った貼り合わせ写像を用いて非可換スキームを定義したのだった。

変形の底空間としては可換な Artin 局所環またはその射影的極限  $R$  を考え、滑らかな代数多様体  $X$  の  $R$  上の変形とは、 $R$  上平坦な非可換スキーム  $\mathcal{X}$  と、 $R$  の剰余環に  $\mathcal{X}$  を底変換したものから  $X$  への同型射の組として定義した。このとき、Artin 局所環  $R$  の小さな拡大  $R'$  に対して、 $R$  上の変形を  $R'$  上の変形へ延長できるかどうかという問題が、 $X$  の 3 次の Hochschild コホモロジーの一部に値を持つ障害類によって判定でき、しかも延長可能である場合には延長の集合が 2 次の Hochschild コホモロジーの部分集合によって記述されることを証明した。系として、半普遍変形の底空間の一般的な記述ができることを証明した。

これと並行して、導来 McKay 同値が非可換変形によって保存されるかという問題を研究した (論文準備中)。Gorenstein 特異点  $Y$  に対して、その可換クレパント特異点解消 (CCR)  $X$  と、非可換クレパント特異点解消 (NCCR)  $S$  が共に存在すると仮定した場合に、導来圏が同値になる： $D^b(X) \cong D^b(S)$  というのが導来 McKay 同値予想である。この予想は、低次元の場合などではすでに証明されている。そこで、 $X$  と  $S$  を共に非可換変形したとき、導来同値が延長されるかという問題を考察した。 $Y$  が 2 次元の巡回商特異点で

ある場合を取り上げ、この予想が正しいことを検証した。その過程で、非可換スキーム上の連接加群のアーベル圏  $\text{Coh}(\mathcal{X})$  が定義できたり、tilting 加群が存在することを示した。単射的分解を使ったコホモロジー群が Čech コホモロジーの方法で計算できることなども証明した。

In paper [1], we studied deformations of a smooth algebraic variety to non-commutative varieties. The difficulty in considering a non-commutative scheme was the fact that non-commutative rings do not have localizations, so the structure sheaf cannot be defined. Therefore, I defined a non-commutative scheme as a collection of non-commutative associative algebras parametrized by a partially ordered set and a collection of pasting homomorphisms between them. The pasting homomorphisms are assumed to be flat and satisfy the birationality condition as well as the cocycle condition.

We considered a commutative Artin local ring or its projective limit  $R$  as the base of a deformation. A deformation of a smooth algebraic variety  $X$  over  $R$  is a pair consisting of a non-commutative scheme  $\mathcal{X}$  which is flat over  $R$  and an isomorphism between the base change of  $\mathcal{X}$  over the residue field of  $R$  to  $X$ . We consider the problem of extending a deformation over  $R$  to a small extension  $R'$  of  $R$ , and proved the following: (1) There is an obstruction class taking value in some Hochschild cohomology of degree 3. (2) If an extension exists, then the set of all extensions is described by the Hochschild cohomology of degree 2. As a corollary, we proved that a general description of the base ring of the semi-universal deformation.

We also studied a question of whether the derived McKay correspondence is preserved under non-commutative deformations (paper in preparation). For a Gorenstein singularity  $Y$ , assume that there exist both a commutative

crepant resolution of singularities (CCR)  $X$  and a non-commutative crepant resolution of singularities (NCCR)  $S$ . The derived McKay correspondence conjecture states that the bounded derived categories are equivalent:  $D^b(X) \cong D^b(S)$ , though the abelian categories  $\text{Coh}(X)$  and  $\text{Coh}(S)$  are very different. This conjecture is already proved in the low-dimensional cases. We now consider the question of whether the derived equivalence is extended when  $X$  and  $S$  are both non-commutatively deformed. We look at the case where  $Y$  is a 2-dimensional cyclic quotient singularity and verified that this expectation is correct. In the process, we defined an abelian category  $\text{Coh}(\mathcal{X})$  of coherent sheaves on a non-commutative scheme and proved the existence of a tilting object. We also proved that cohomology groups defined by using injective resolutions can be computed by the method of Čech cohomology.

#### B. 発表論文

1. *On formal non-commutative deformations of smooth varieties.* arXiv:2402.15685
2. *Deformations over non-commutative base.* to appear in *Comptes Rendus Acad. Sci. - Sér. Math.*
3. *Semi-orthogonal decomposition and smoothing.* arXiv:2112.14452
4. *Non-commutative deformations of perverse coherent sheaves and rational curves.* *J. Algebraic Geom.* 32 (2023), pp. 59–91. <https://doi.org/10.1090/jag/805>
5. *On the derived category of a weighted projective threefold.* *Bollettino dell'Unione Matematica Italiana*, 15 (2022), 245–252. Catanese's 70th birthday issue. DOI: 10.1007/s40574-021-00277-6
6. *Semi-orthogonal decomposition of a derived category of a 3-fold with an ordinary double point.* *Recent Developments in Algebraic Geometry: to Miles Reid for his 70th Birthday.* LMS Lecture Notes Series 478, 2022, 183–215.
7. *On non-commutative formal deformations of coherent sheaves on an algebraic variety.* *EMS Surv. Math. Sci.* 8 (2021), 237–263. DOI: 10.4171/EMSS/49
8. *Non-commutative deformations of simple objects in a category of perverse coherent sheave.* *Selecta Math.* 26, Article number: 43 (2020) DOI: 10.1007/s00029-020-00570-w
9. with Fabrizio Catanese. *Fujita decomposition over higher dimensional base.* *European J. Math.* 5-3 (2019), 720–728. DOI: 10.1007/s40879-018-0287-0.

#### C. 口頭発表

1. *On derived McKay correspondence between non-commutative deformations of commutative and non-commutative crepant resolutions.* Higher Dimensional Algebraic Geometry, Univ. California San Diego, La Jolla, CA, USA, January 10–14, 2024.
2. *On derived McKay correspondence between non-commutative deformations of commutative and non-commutative crepant resolutions.* McKay Correspondence, Tilting Theory and Related Topics, Kavli-IPMU, Univ. Tokyo, December 18–22, 2023.
3. *On non-commutative deformations of complex manifolds.* International Workshop on Birational Geometry, Nagoya Univ., October 10–13, 2023.
4. *On non-commutative deformations of complex manifolds.* Aspects of Algebraic Geometry, Cetraro, Italy, September 18–22, 2023.
5. *On non-commutative deformations of complex manifolds.* A Journey through Algebraic and Complex Geometry, Buyeo, Korea, September 11–15, 2023.
6. (1) *On deformations over non-*

*commutative base.* (2) *On non-commutative deformations of complex manifolds.* Recent Developments in Algebraic Geometry, Arithmetic and Dynamics, Univ. Singapore, Singapore, August 14–September 1, 2023.

7. *On non-commutative deformations of complex manifolds.* Conference in Algebraic and Arithmetic Geometry, Yanqi Lake, Beijing, China, July 12–14, 2023.
8. *On deformations over non-commutative base.* Morningside Center of Mathematics, CAS, Beijing China, July 7, 2023.
9. *Non-commutative deformations, semi-orthogonal decompositions and  $Q$ -Gorenstein smoothing.* Taiwan Univ., Taipei, Taiwan, March 31, 2023.
10. *Derived categories of singular varieties.* The 1st Algebraic Geometry Atami Symposium, February 7–10, 2023.

#### F. 対外研究サービス

以下のシンポジュームのオーガナイザー

1. *Birational Geometry and Algebraic Dynamics — in honor of the 60th birthday of Professor Keiji Oguiso.* Univ. Tokyo, November 27–December 1. Organizers: Yoshinori Gongyo (Univ. Tokyo), Yujiro Kawamata (Univ. Tokyo), Yusuke Nakamura (Univ. Tokyo), Shunsuke Takagi (Univ. Tokyo).
2. *Algebraic Geometry in East Asia.* KIAS, Seoul, Korea, November 6–10, 2023. Organizers: Jungkai Chen (National Taiwan University), Meng Chen (Fudan University), Kiryong Chung (Kyungpook National University), Baohua Fu (Morningside Center of Mathematics), Yujiro Kawamata (University of Tokyo), JongHae Keum (KIAS), Quy Thuong Le (Vietnam National University), Naichung Conan Leung (CUHK), Wei-Ping Li (HKUST), Hsueh-Yung Lin (National Taiwan University), Yusuke

Nakamura (University of Tokyo), Ho Hai Phung (Institute of Mathematics, VAST), Xiaotao Sun (Tianjin University), Joonyeong Won (Ehwa Womans University), De-Qi Zhang (National University of Singapore).

## 准教授 (Associate Professors)

### 足助 太郎 (ASUKE Taro)

#### A. 研究概要

複素解析的な葉層構造について、主に特性類の変形、Julia 集合について研究した。具体的には、特性類の変形の研究に関しては、その基礎付けとして形式枠について研究した。また、Julia 集合に関しては、特異葉層の Julia 集合について研究した。

I studied holomorphic foliations, in particular, deformations of characteristic classes and Julia sets. To be more precise, I studied formal frames as a part of preparations for studying characteristic classes, and Julia sets of singular holomorphic foliations.

#### B. 発表論文

1. T. Asuke : “On Fatou and Julia sets of foliations”, J. Math. Soc. Japan **72** (2020), 1145–1159.
2. T. Asuke : “On the Fuks–Lodder–Kotschick class for deformations of foliations”, Proceedings of the conference Contemporary Mathematics in Kielce 2020, February 24–27 2021, 2021, 1–15.
3. T. Asuke : “On a characteristic class associated with deformations of foliations”, Internat. J. Math. **34** (2023), 2350003.
4. T. Asuke : “Formal frames and deformations of affine connections”, to appear in Tohoku Math. Jour.

#### C. 口頭発表

1. 特異葉層の Fatou 集合と、葉層不変計量の関係について、関東力学系セミナー、東京大学、2019/4/26.
2. 葉層構造の Fatou 集合について、日本数学会 2020 年度年会 (日本大学理工学部)、伝染病対策のため中止。講演も取りやめ。
3. On the Fuks–Lodder–Kotschick class for deformations of foliations, Contem-

porary Mathematics in Kielce 2020, Katedra Matematyki, Wydział Nauk Ścisłych i Przyrodniczych, Uniwersytetu Jana Kochanowskiego w Kielcach, Kielce (Poland), 2021/2/24, オンライン

4. 葉層の変形に関するある特性類について、日本数学会 2021 年度年会、慶應大学、2021/3/16, オンライン.
5. On the structure of characteristic classes of codimension-one foliations, 36th Summer Topology Conference, July 18–22, 2022, University of Vienna, Department of Mathematics (Austria), 2022/7/18, オンライン.
6. 形式枠とその葉層構造の変形に関する特性類への応用について、葉層構造論シンポジウム、東京大学、2022/10/21, オンライン.
7. Some metric-like tensors for pseudo(semi)groups, Current themes in complex dynamics, July 3–7, 2023, Institut de Mathématiques, Université Toulouse (France), '23/7/4.
8. 余次元 1 の複素解析的な葉層構造の Fatou–Julia 分解、葉層構造論シンポジウム、東京大学、2023/10/20.

#### D. 講義

1. 数理科学基礎 (微積) (S1 ターム) : 数学全般に関する入門講義。微分積分学に重点を置いた (教養学部前期課程講義).
2. 微分積分学① (S2 ターム), ② (A セメスター) : 微分積分学に関する基礎的な事項に関して講義した (教養学部前期課程講義).
3. 幾何学 III (A セメスター) : 微分形式などのテンソル場に関する入門講義 (理学部 3 年生向け講義).
4. 数学講究 XA (S セメスター), 数学特別講究 (A セメスター) : 成書を題材として学生が発表する形式でセミナーを行い、必要に応じて助言・指導した (理学部 4 年生

向け講義).

5. 数学講究 XB (5/31) : 「葉層構造の特性類の変形について」と題して講義した(理学部4年生向け講義, オムニバス形式の内の一コマ).

#### F. 対外研究サービス

1. 葉層構造論シンポジウム, 東京大学, '23/10/19~21.

### 伊藤 健一 (ITO Kenichi)

#### A. 研究概要

今年度は,  $C^2$  級の長距離型ポテンシャルを持つ Schrödinger 作用素に対し, 定常散乱理論の構成, 一般化固有関数の漸近挙動の特徴付けおよび時間依存散乱理論を構成を行い, さらに定常散乱理論と時間依存散乱理論の同値性を示した. 対応する古典力学から示唆されることとして, ポテンシャルの滑らかさに関する  $C^2$  級の仮定はこれ以上弱めることはできず, 最良であると考えられる. これらの結果は Ikebe–Isozaki (1982) や Gatal–Yafaev (1999) による先行研究の一般化となっている. 証明には Hörmander によるポテンシャルの分解と昨年度に得られた極限レゾルベントに対する強型放射条件評価を用いる. 本研究は E. Skibsted 氏 (オーフス大学) との共同研究である.

This year we obtained, for the Schrödinger operator with a  $C^2$  long-range potential, the stationary scattering theory, characterization of asymptotics of generalized eigenfunctions and the time-dependent scattering theory. We also proved equivalence of the stationary and time-dependent theories. According to the corresponding classical mechanics, we could not further relax the  $C^2$  smoothness of the potential, and hence the assumption would be optimal. The results are generalizations of former works by Ikebe–Isozaki (1982) and Gatal–Yafaev (1999). For the proofs we employ the decomposition of potential by Hörmander and the strong form of radiation condition bounds for the limiting resolvents obtained last year.

This is a joint work with E. Skibsted (Aarhus University).

#### B. 発表論文

1. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted: “Stationary scattering theory for 1-body Stark operators, I”, *Pure Appl. Funct. Anal.* **7** (2022), 825–861.
2. K. Ito and E. Skibsted: “Stationary scattering theory for one-body Stark operators, II”, *Ann. Henri Poincaré* **23** (2022), 513–548.
3. K. Ito and E. Skibsted: “Stationary scattering theory on manifolds”, *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* **71** (2021), 1065–1119.
4. K. Ito and A. Jensen: “Hypergeometric expression for the resolvent of the discrete Laplacian in low dimensions”, *Integr. Equ. Oper. Theory* **93** (2021), 32.
5. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted: “New methods in spectral theory of  $N$ -body Schrödinger operators”, *Rev. Math. Phys.* **33** (2021), 2150015.
6. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted: “Commutator methods for  $N$ -body Schrödinger operators”, *Spectral Theory and Mathematical Physics, STMP 2018, Santiago, Chile*.
7. K. Ito and E. Skibsted, “Spectral theory on manifolds”, *Advanced Studies in Pure Mathematics related to MSJ-SI 2018*.
8. K. Ito and E. Skibsted, “Radiation condition bounds on manifolds with ends”, *J. Funct. Anal.* **278** (2020), 108449.
9. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted, “Spectral theory for 1-body Stark operators”, *J. Differential Equations*. **268** (2020), 5179–5206.
10. K. Ito and E. Skibsted: “Time-dependent scattering theory on manifolds”, *J. Funct. Anal.* **277** (2019), 1423–1468.

### C. 口頭発表

1. Stationary scattering theory for  $C^2$  long-range potentials, RIMS 共同研究(公開型)「スペクトル・散乱理論とその周辺」, 京都大学, 2023 年 12 月.
2. Stationary scattering theory for  $C^2$  long-range potentials, Second Chile-Japan Workshop on Mathematical Physics and Partial Differential Equations, University of Santiago, Chile, チリ共和国, 2023 年 9 月.
3. Generalized Fourier transform for  $C^2$  potentials, Mathematics seminar, Aarhus University, デンマーク王国, 2023 年 3 月.
4. Strong radiation bounds for long-range perturbations, 愛媛解析セミナー, 愛媛大学, 2023 年 1 月.
5. Pseudodifferential expression for the S-matrix of a perturbed Stark Hamiltonian, Mathematics seminar, Aarhus University, デンマーク王国, 2022 年 9 月.
6. Pseudodifferential expression for the S-matrix of perturbed Stark Hamiltonian, 信州微分方程式セミナー, 信州大学(オンライン), 2021 年 12 月.
7. Hypergeometric expression for the fundamental solution to the 2-dimensional discrete Laplacian (2次元離散 Laplace 作用素の基本解に対する超幾何表示), 数学域談話会, 筑波大学(オンライン), 2021 年 11 月.
8. Hypergeometric expression for the resolvent of the discrete Laplacian in low dimensions, Effective models, critical phenomena and spectral methods in Quantum Transport (dedicated to Arne Jensen's 70th birthday), Aalborg, デンマーク王国(オンライン), 2021 年 10 月.
9. Pseudodifferential expression for the S-matrix of perturbed Stark Hamiltonian, 第 174 回神楽坂解析セミナー, 東京理科大学(オンライン), 2021 年 7 月.
10. Hypergeometric expression for the resolvent of the discrete Laplacian in low di-

mensions, 微分方程式の総合的研究, 京都大学(オンライン), 2020 年 12 月.

### D. 講義

1. 解析学 VIII・線形微分方程式論: 擬微分作用素の基本的性質とその応用に関する講義. (数理大学院・4年生共通講義)
2. 実解析学 II: Fourier 解析に関する講義. (教養学部統合自然科学科講義)
3. 実解析学演習 II: Fourier 解析に関する演習. (教養学部統合自然科学科講義)
4. 数理科学セミナー II: 関数解析学に関するセミナー科目. (教養学部統合自然科学科講義)
5. 数理科学演習 II: 卒業研究予備に相当する科目. (教養学部統合自然科学科講義)
6. 特別研究: 卒業研究. (教養学部統合自然科学科講義)

### E. 修士・博士論文

1. (修士) 在田 晋一 (ARITA Shinichi): 離散星状空間上の減衰するポテンシャルに対する絶対連続スペクトルの存在について
2. (修士) 白翰 祐斗 (SHIRASAYA Yuto): Classification of threshold properties for the one-dimensional matrix-valued Schrödinger operator (1次元行列値シュレディンガー作用素の閾値性質の分類)

### F. 対外研究サービス

1. 日本数学会函数方程式論分科会 情報委員会 委員長
2. 日本数学会函数解析学分科会 分科会委員 (偏微分方程式の函数解析学的研究グループ・連絡委員)
3. 東京大学解析学火曜セミナー 世話人

## 今井 直毅 (IMAI Naoki)

### A. 研究概要

Hamann 氏との共同研究で, Fargues-Fontaine 曲線上の放物束のモジュライの双対複体を, モジュラス指標を用いて記述した. 応用として, Hodge-Newton 可約な場合の Harris-Viehmann 予想を以前より精密な形で証明し, また一般の放

物部分群に対する幾何学的 Eisenstein 関手の理論を推し進めた。

加藤氏, Youcis 氏との共同研究で, 超スペシャルレベルの Abel 型志村多様体に対しプリズム実現関手を構成し, それを用いて整モデルの特徴付けを与えた。これにより, シュトゥーカ実現に関する Pappas–Rapoport の予想を超スペシャルレベルの Abel 型志村多様体の場合に証明した。さらに, プリズム F クリスタルに対するクリスタル de Rham 比較同型を証明し, プリズム実現関手とクリスタル実現関手の整合性を証明した。

Fox 氏, Howard 氏との共同研究で  $\mathrm{GU}(2, n-2)$  に対する Rapoport–Zink 空間の既約成分を Deligne–Lusztig 多様体と関係づけることで記述した。

In a joint work with Hamann, we described the dualizing complex of moduli of parabolic bundles on Fargues–Fontaine curves using modulus characters. As applications, we proved the Harris–Viehmann conjecture for the Hodge–Newton reducible case in a more precise form and advanced the theory of geometric Eisenstein functor for general parabolic subgroups.

In a joint work with Kato and Youcis, we constructed a prismatic realization functor for Shimura varieties of abelian type at the hyperspecial level and used it to give a characterization of the integral models. By this, we proved Pappas–Rapoport’s conjecture on shtuka realizations in the case of Shimura varieties of abelian type at the hyperspecial level. In addition, we proved the crystal-de Rham comparison isomorphism for prismatic F-crystals, and proved the compatibility between prismatic and crystal realization functors.

In a joint work with Fox and Howard, we described the irreducible components of Rapoport–Zink spaces for  $\mathrm{GU}(2, n-2)$  by relating them to Deligne–Lusztig varieties.

## B. 発表論文

1. L. Hamann and N. Imai: “Dualizing complexes on the moduli of parabolic bundles”, arXiv:2401.06342.

2. N. Imai, H. Kato and A. Youcis: “The prismatic realization functor for Shimura varieties of abelian type”, arXiv:2310.08472.
3. M. Fox, B. Howard and N. Imai: “Rapoport–Zink spaces of type  $\mathrm{GU}(2, n-2)$ ”, arXiv:2308.03816.
4. N. Imai and T. Tsushima: “Shintani lifts for Weil representations of unitary groups over finite fields”, to appear in *Math. Res. Lett.*
5. A. Bertoloni Meli, N. Imai and A. Youcis: “The Jacobson–Morozov morphism for Langlands parameters in the relative setting”, *Int. Math. Res. Not.* (2024), no. 6, 5100–5165.
6. N. Imai and J.-S. Koskivirta: “Partial Hasse invariants for Shimura varieties of Hodge-type”, *Adv. Math.* 440 (2024), Paper No. 109518, 47 pp.
7. N. Imai and T. Tsushima: “Local Galois representations of Swan conductor one”, *Pacific J. Math.* 326 (2023), no. 1, 37–83.
8. N. Imai and T. Tsushima: “Geometric construction of Heisenberg–Weil representations for finite unitary groups and Howe correspondences”, *Irina Suprunenko Memorial Issue, Eur. J. Math.* 9 (2023), no. 2, Paper No. 31, 34 pp.
9. N. Imai and J.-S. Koskivirta: “Automorphic vector bundles on the stack of G-zips”, *Forum Math. Sigma* 9 (2021), Paper No. e37, 31 pp.
10. N. Imai and T. Tsushima: “Affinoids in the Lubin–Tate perfectoid space and simple supercuspidal representations II: wild case”, *Math. Ann.* 380 (2021), no. 1–2, 751–788.

## C. 口頭発表

1. 被覆群に対する局所 Langlands 対応とその幾何化, 大岡山談話会, 東京工業大学, 2024 年 1 月 17 日.

2. Prismatic realizations on Shimura varieties, Number theory and arithmetic geometry, NTU-UTokyo Joint Conference 2023, National Taiwan University, 台湾, 2023 年 12 月 7 日.
  3. Geometric Satake equivalence for  $p$ -adic covering groups, Arithmetic and Cohomology of Algebraic Varieties, Institute of Mathematics of the Vietnam Academy of Science and Technology, ベトナム, 2023 年 9 月 19 日.
  4. Prismatic realizations on Shimura varieties of abelian type, Satellite Conference in Number Theory of International Congress of Basic Science, Morningside Center of Mathematics, 中国, 2023 年 7 月 13 日.
  5. Cohomology of moduli spaces of mixed characteristic local shtukas, The 10th East Asian Number Theory Conference, Capital Normal University (online), 中国, 2023 年 2 月 14 日.
  6. On the Rapoport-Zink space for  $GU(2, 4)$  for unramified primes, Arithmetic of Shimura Varieties, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, ドイツ, 2023 年 2 月 4 日.
  7. The supersingular locus of the Shimura variety of  $GU(2, n - 2)$ , Séminaires de Géométrie Arithmétique et Motivique, Institut Galilée, Paris 13, フランス, 2022 年 9 月 23 日.
  8. Local Langlands correspondence for covering groups and geometrization, LAGA mini course, Paris 13, フランス, 2022 年 9 月 15 日, 22 日, 29 日.
  9. The supersingular locus of the Shimura variety of  $GU(2, n - 2)$ , 30e Rencontres arithmétiques de Caen, フランス, 2022 年 5 月 27 日.
  10. Convolution morphisms and Kottwitz conjecture, Caltech number theory seminar, Caltech, アメリカ, 2020 年 2 月 13 日.
- D. 講義
1. 代数学 II : 環と加群に関する講義. (3 年生向け講義)
  2. 代数学特別演習 II : 環と加群に関する演習. (3 年生向け講義)
  3. 数理科学基礎 (補修) : 数理科学の基礎. (教養学部前期課程講義)
  4. 数学特殊講義 H, 数学特別講義 H, 数学最先端特別講義 H: 局所 Langlands 対応の幾何化. (集中講義) 東京工業大学理学院数学系, 2024 年 1 月.
- F. 対外研究サービス
1. 博士論文審査委員, Joseph Muller, Cohomology of Deligne-Lusztig varieties associated to PEL Rapoport-Zink spaces with signature  $(1, n - 1)$ , Paris 13, 2023 年 4 月 13 日.
  2. 第 21 回 JMO 夏季セミナー講師, Langlands 対応, ヴィラキケ滝, 2023 年 8 月 22 日.
  3. The 3rd International Undergraduate Mathematics Summer School 講師, Local Langlands correspondence and geometric realization, Seoul National University, 2023 年 8 月 16 日, 17 日.
- H. 海外からのビジター
1. Alex Youcis, JSPS 外国人特別研究員, 2021 年 9 月～2023 年 11 月. He worked on Shimura varieties. He gave a talk titled “Prismatic realization functor for Shimura varieties of abelian type” at Number Theory Seminar on November 1, 2023.
  2. Joseph Muller (Université Sorbonne Paris Nord), 外国人協力研究員, 2022 年 4 月～2023 年 9 月, JSPS 外国人特別研究員, 2023 年 10 月～. He worked on Rapoport-Zink spaces.
  3. Stefan Reppen (Stockholm University), 外国人協力研究員, 2023 年 4 月～2023 年 8 月, JSPS 外国人特別研究員, 2023 年 9 月～. He worked on moduli spaces of  $G$ -bundles. He gave a talk titled “On

moduli of principal bundles under non-connected reductive groups” at Number Theory Seminar on June 21, 2023.

4. Wansu Kim (KAIST), 外国人客員研究員, 2023 年 10 月～. He worked on moduli spaces of shtukas. He gave a talk titled “On Igusa varieties” at Number Theory Seminar on October 18, 2023.
5. Linus Hamann (Stanford University), 2023 年 10 月. He worked on the local Langlands correspondence. He gave a talk titled “Geometric Eisenstein Series over the Fargues-Fontaine curve” at Number Theory Seminar on October 25, 2023.

## 岩木 耕平 (IWAKI Kohei)

### A. 研究概要

2023 年度は以下の研究を行った。

- (i) 位相的漸化式分配関数のリサージェンス性に関する研究.
- (ii) 位相的漸化式分配関数のパラメータに関する漸近展開に関する研究.

位相的漸化式とは、与えられた代数曲線からある特別な微分形式の族を機能的に定める漸化式であり、行列模型におけるループ方程式に起源を持つものである。構成された微分形式の積分値の母関数として、“分配関数”と呼ばれる摂動パラメータ  $\hbar$  の形式的べき級数が定義され、その展開係数は (例えば Gromov–Witten 不変量のような) 数え上げ幾何学的な情報を含んでいることが様々な例で証明 (または予想) されている。しかしながら、この分配関数は  $\hbar$  のべき級数として大抵の場合発散することが知られており、そのリサージェンス性 (Borel 総和可能性や Stokes 現象を記述する接続公式) の研究が近年興味を集めている。

(i) の研究は理論物理学者の Marcos Mariño (Geneva) と共同で行ったものであり、我々は分配関数に起こる Stokes 現象を明示的に記述する“予想公式”を発見した。この公式は、Stokes 現象により生じる指数関数的に小さな項を全ての次数まで込めて明示的に与えるもので、これまで

発見されていなかったものである。ただし、この公式の導出において正則アノマリー方程式の非摂動解析など数学的に厳密ではない議論を重ねたので、現時点では得られた公式は予想の段階であるが、いくつかの例に関しては Pade 近似による数値実験で公式の有効性が確認されている。この成果については数理物理の雑誌に投稿中であり、この報告書の作成時点で前向きな査読報告を受けている。

(ii) は、位相的漸化式のインプットとなる代数曲線に含まれるパラメータに関する分配関数の漸近展開に関する研究であり、昨年度から引き続き継続している。昨年得られた分配関数の漸近展開の係数を機能的に求めるアルゴリズムを様々な代数曲線に対して適用し、例えば (不確定) 共形ブロックの展開係数が位相的漸化式から再現されることなどが部分的に確認された。また、上記の漸近展開を楕円曲線のモジュラスで書き直すことで Eisenstein 級数による自由エネルギーの表示 (準モジュラー性) が得られることや、その表示が正則アノマリー方程式と整合していることも確認できた。これらの観察は楕円関数と Painlevé 関数のより深い関係性について示唆的であり、次年度もこれらの結果について整理し、論文としてまとめる予定である。

The following topics were studied in 2023.

- (i) Studies on resurgence properties of topological recursion partition functions.
- (ii) Studies on asymptotic expansion of topological recursion partition functions.

Topological recursion (TR) is a recursive algorithm that defines a family of special differential forms from a given algebraic curve. TR has its origins in the loop equations in matrix models. A formal power series in a perturbation parameter  $\hbar$ , called the “partition function”, is defined as the generating function of the integrals of the constructed differential forms, and the series coefficients are proven (or conjectured) to contain various enumerative geometric information such as Gromov–Witten invariants. However, it is known that this partition

function typically diverges as a power series in  $\hbar$ , and the study of its resurgence properties (Borel summability and the connection formulas describing Stokes phenomena) has recently attracted by both mathematicians and theoretical physicists.

The research (i) was proceeded in collaboration with a theoretical physicist Marcos Mariño (Geneva), where we discovered an explicit “conjectural formula” which describes the Stokes phenomena occurring in the partition function. This formula provides explicit expressions for exponentially small terms arising from Stokes phenomena up to all orders, which had not been previously identified. However, the derivation of this formula involved mathematically non-rigorous arguments, such as non-perturbative analysis of the holomorphic anomaly equation. Therefore, the obtained formula is on the conjectural level at this moment. However, the effectiveness of the formula has been confirmed for several examples through numerical experiments based on the Pade approximation. This achievement is currently under review for publication in a mathematical physics journal, and we received positive referee reports as of the preparation of this report.

The research (ii) involves the asymptotic expansion of partition functions with respect to parameters contained in algebraic curves, which serve as inputs to TR. This research has been ongoing since last year. I applied the algorithms, which was obtained last year, to compute asymptotic expansions of partition functions for various examples, and observed that our algorithm partially reproduce series coefficients of (irregular) conformal blocks. Furthermore, by rewriting the aforementioned asymptotic expansions in terms of the modulus of elliptic curves, we could obtain expression of free energies via Eisenstein series. It also has been confirmed that these representations are consistent with the holomorphic anomaly equation. These observations are suggestive of

deeper relationships between elliptic functions and Painlevé functions. I’m planning to summarize these results into a paper in 2024.

## B. 発表論文

1. T. Aoki, K. Iwaki and T. Takahashi, “Exact WKB analysis of Schrödinger equations with a Stokes curve of loop type”, *Funkcialaj Ekvacioj*, **62** (2019), 1–34.
2. K. Iwaki, T. Koike and Y. Takei, “Voros Coefficients for the Hypergeometric Differential Equations and Eynard-Orantin’s Topological Recursion - Part II : For the Confluent Family of Hypergeometric Equations”, *Journal of Integrable Systems*, **4** (2019).
3. H. Fuji, K. Iwaki, M. Manabe and I. Satake, “Reconstructing GKZ via topological recursion”, *Communications in Mathematical Physics*, **371** (2019), 839–920.
4. K. Iwaki, “2-parameter  $\tau$ -function for the first Painlevé equation: Topological recursion and direct monodromy problem via exact WKB analysis”, *Communications in Mathematical Physics*, **377** (2020), 1047–1098.
5. H. Fuji, K. Iwaki, H. Murakami and Y. Terashima, “Witten-Reshetikhin-Turaev function for a knot in Seifert manifolds”, *Communications in Mathematical Physics*, **386** (2021), 225–251.
6. K. Iwaki and O. Kidwai, “Topological recursion and uncoupled BPS structures I: BPS spectrum and free energies”, *Advances in Mathematics*, **398** (2022), Paper No.108191.
7. K. Iwaki, T. Koike and Y. Takei, “Voros Coefficients for the Hypergeometric Differential Equations and Eynard-Orantin’s Topological Recursion - Part I : For the Weber Equation”, *Annales Henri Poincaré*, **24** (2023), 1305–1353.
8. K. Iwaki and O. Kidwai, “Topologi-

cal recursion and uncoupled BPS structures II: Voros symbols and the  $\tau$ -function”, Communications in Mathematical Physics, **399** (2023), 519–572.

9. 岩木耕平, “完全 WKB 解析, 位相的漸化式と Painlevé 方程式”, 雑誌「数学」, 第 75 巻 4 号, 2023 年.
10. K. Iwaki and M. Mariño, “Resurgent Structure of the Topological String and the First Painlevé Equation”, arXiv:2307.02080 [hep-th], preprint, 2023.

### C. 口頭発表

1. Topological recursion, quantum curves and Painlevé equations (invited), Applicable resurgent asymptotics: towards a universal theory (online), Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, April 2021.
2. Topological recursion, Painlevé  $\tau$ -function and exact WKB analysis (invited), Combinatorics of Moduli Spaces, Cluster Algebras and Topological Recursion (online), Moscow, June 2021.
3. Topological recursion, uncoupled BPS structures and exact WKB (invited), BPS states, mirror symmetry and exact WKB (online), July 2021. Sheffield University, United Kingdom.
4. 完全 WKB 解析とその周辺 (招待講演), 日本数学会関数方程式論分科会特別講演, 2021 年 9 月.
5. Voros coefficients for isomonodromy systems associated with Painlevé equations and BPS invariants, Painlevé Equations : From Classical to Modern Analysis, IRMA, October 2022.
6. Topological recursion, BPS structure and Painlevé  $\tau$ -function (invited), Workshop on Mirror symmetry and Related Topics, Kyoto University, December 2022.
7. Topological Recursion, Painlevé Equation, Exact WKB and Resurgence (invited), Summer School : Wall-Crossing Structures, Analyticity and Resurgence IHES, June 2023.
8. Non-linear Stokes phenomenon for Painlevé transcendents and topological recursion (invited), ICIAM 2023, Waseda University, August 2023.
9. Topological recursion, resurgence and BPS structure (invited), Quantisation of moduli spaces from different perspectives, SwissMAP Research Station, September 2023.
10. Non-linear Stokes phenomenon for Painlevé  $\tau$ -function and topological recursion, Complex Lagrangians, Mirror Symmetry, and Quantization, BIRS, October 2023.

### D. 講義

1. 数学講究 XB : 完全 WKB 解析と位相的漸化式に関する概説を行った. (理学部数学科 4 年生)
2. 数理科学基礎, 微分積分学 I・II : 微分積分学の基礎的な内容を扱った. (教養学部前期課程講義)
3. 常微分方程式 : 初等解法, 解の存在と一意性に関する定理などを扱った. (教養学部前期課程講義)
4. 複素解析学, 複素解析学演習 : Cauchy の積分定理や留数定理などを扱った. (教養学部基礎科学科講義)
5. 解析学 XH (数理大学院・4 年生共通講義) : 複素領域の常微分方程式論に関する以下の発展的な内容を扱った: Gauss の超幾何微分方程式のモノドロミー行列の計算, 完全 WKB 解析の基礎理論 (WKB 解の構成, Stokes グラフ, Voros の接続公式), クラスター代数との関係, 共形ブロックと Heun の微分方程式のアクセサリー・パラメータの関係に関する予想.

## F. 対外研究サービス

1. 群馬県高校生数学キャンプ “2 次曲線”. (2023 年 10 月 9 日, 29 日, 群馬県庁.)
2. 研究集会 “超局所解析と漸近解析における諸問題” の開催 (2023 年 11 月 6 日 ~ 10 日, 京都大学数理解析研究所. 神本晋吾氏 (広島大学), 佐々木真二氏 (芝浦工業大学), 廣瀬三平氏 (芝浦工業大学) との共同開催.)
3. 研究集会 “Topics on mathematical structures in string theory” の開催 (2024 年 2 月 8 日 ~ 9 日, 東京大学大学院数理科学研究科. 梶浦宏成氏 (千葉大学), 池田暁志氏 (城西大学) との共同開催.)
4. 数学の魅力 #10, “互いに素な数の個数” (2024 年 3 月 10 日, 東京大学大学院数理科学研究科)

## G. 受賞

2022 年度日本数学会賞建部賢弘特別賞.

業績題目: 完全 WKB 解析, クラスタ代数, パンルヴェ方程式および位相的漸化式の研究

## H. 海外からのビジター

- Xiaomeng Xu (BICMR) talked about “Stokes matrices of confluent hypergeometric systems and the isomonodromy deformation equation” on 21 August.
- Benedetta Facciotti (University of Birmingham) talked about “The Wild Riemann-Hilbert Correspondence via Groupoid Representations I” on 31 October.
- Nikita Nikolaev (University of Birmingham) talked about “The Wild Riemann-Hilbert Correspondence via Groupoid Representations II” on 31 October .

## 植田 一石 (UEDA Kazushi)

### A. 研究概要

Tarig Abdelgadir 氏, Daniel Chan 氏および大川新之介氏と共同で, 軌道体射影曲線というクラスのスタックに対して安定性の概念を導入し, 安定軌道体射影曲線のモジュライスタックが Hassett の意味で安定な重み付けられた点付き曲線のモ

ジュライスタックと同型になることを示した。また, 軌道体射影曲線の退化を非可換代数幾何 (あるいは Abel 圏) の観点から考察し, 安定化部分群を持つ点が衝突する極限として, 特異点を持つ軌道体ではなく, 滑らかな非可換代数曲線 (つまり, 有限なホモロジー次元を持つ Abel 圏) が得られることも示した。

Tarig Abdelgadir 氏および大川新之介氏と共同で, 非可換 3 次曲面の概念を定義した上で, 標識付き非可換 3 次曲面のモジュライ空間の幾何学的不変式論的なコンパクト化を 8 次元の射影的トーリック多様体として構成して, それが射影平面上の 6 点の配置空間を余次元 4 の局所閉部分多様体として含んでいる事を示した。

3 次元射影空間の 4 次超曲面が持ち得る  $A_1$  特異点の個数の最大値は 16 であり, 16 個の  $A_1$  特異点を持つ 3 次元射影空間の 4 次超曲面は Kummer 曲面であって, そのモジュライは Siegel モジュラー多様体になる事が古典的に知られている。 $A_1$  特異点の代わりに  $D_4$  特異点を考えると, 2 次の Gorenstein K3 曲面が持ち得る  $D_4$  特異点の個数の最大値である 4 個の  $D_4$  特異点を持つ K3 曲面のモジュライ空間は直交群に関するモジュラー多様体になるが, このモジュライ空間を具体的に記述し, 対応する保型形式環の生成元の次数と関係式を決定した。

Yankı Lekili 氏と共同で, Brieskorn–Pham 特異点の Milnor ファイバーの Rabinowitz 深谷圏に対するホモロジー的ミラー対称性を証明した。その系として, Rabinowitz フレアホモロジーが同変行列因子化のなす微分次数圏の Hochschild ホモロジーと同型になる事が分かる。

In a joint work with Tarig Abdelgadir, Daniel Chan, and Shinnosuke Okawa, we introduced the notion of stable orbifold projective curves, and showed that the moduli stack of stable orbifold projective curves is isomorphic to the moduli stack of weighted pointed stable curves in the sense of Hassett with respect to the weights determined by the automorphism groups of the stacky points. We also studied degenerations of orbifold projective curves corresponding to collisions of stacky points from the point of view

of noncommutative algebraic geometry, and obtained smooth noncommutative curves as their limits.

In a joint work with Tarig Abdelgadir and Shinosuke Okawa, we introduced a notion of noncommutative cubic surface, constructed a compact moduli of marked noncommutative cubic surfaces as an eight-dimensional projective toric variety, and showed that it contains the configuration space of six points on the projective plane as a locally closed subvariety of codimension four.

It is a classical fact that the maximum number of  $A_1$ -singularities on a quartic hypersurface in the three-dimensional projective space is sixteen, a quartic hypersurface in the three-dimensional projective space with sixteen  $A_1$ -singularities is a Kummer surface, and the moduli space of Kummer surfaces is a Siegel modular variety. If we consider  $D_4$ -singularities instead of  $A_1$ -singularities, then the maximum number of  $D_4$ -singularities that a Gorenstein K3 surface of degree two can have is four, and the moduli space of Gorenstein K3 surfaces of degree two with four  $D_4$ -singularities is an orthogonal modular 3-fold. We described this moduli space explicitly, and determined the degrees of the generators and relations of the corresponding graded ring of automorphic forms. In a joint work with Yankı Lekili, we proved homological mirror symmetry for Rabinowitz Fukaya categories of Milnor fibers of Brieskorn–Pham singularities. As a corollary, one obtains isomorphisms of Rabinowitz Floer homologies with Hochschild homologies of dg categories of equivariant matrix factorizations.

#### B. 発表論文

1. Y. Lekili and K. Ueda, On homological mirror symmetry for the complement of a smooth ample divisor in a K3 surface, *Kyoto J. Math.* 64 (2), 557–564 (2024).
2. A. Ishii, A. Nolla, and K. Ueda, Dimer models and group actions, *Math. Z.* 306, 6 (2024).

#### C. 口頭発表

1. Mirror symmetry and degeneration, 日本数学会年会幾何学分科会特別講演, 大阪公立大学杉本キャンパス, 2024年3月17日.
2. Dimer models and stable Fukaya categories, Eastern Hemisphere Colloquium on Geometry and Physics, オンライン, 2024年3月13日.
3. Moduli of Calabi–Yau manifolds as moduli of  $A_\infty$ -structures, Tsinghua-Tokyo workshop on Calabi-Yau, 富士研修所, 2024年1月16日.
4. Homological mirror symmetry for maximally degenerate Calabi-Yau manifolds, Workshop on Mirror symmetry and Related Topics, 京都大学数学教室, 2023年12月21日.
5. Homological mirror symmetry for Milnor fibers of simple elliptic hypersurface singularities, Workshop on Mirror symmetry and Related Topics, 京都大学数学教室, 2023年12月20日.
6. Stable Fukaya categories of Milnor fibers, Mirror Symmetry and Differential Equations, Feza Gürsey Center for Physics and Mathematics, イスタンブール, トルコ, 2023年7月13日.
7. Stable Fukaya categories of Milnor fibers, QSMS workshop on symplectic geometry and related topics, オーシャンスイートチェジュホテル, 濟州島, 大韓民国, 2023年2月9日.
8. Homological mirror symmetry and elliptic fibrations, QSMS workshop on symplectic geometry and related topics, オーシャンスイートチェジュホテル, 濟州島, 大韓民国, 2023年2月7日.

#### D. 講義

1. 幾何学 XF・数物先端科学 III: ホモロジー的ミラー対称性に関する講義. 概複素構造とその可積分性の定義, Newlander–Nirenberg の定理, シンプレクティック多様体と Lagrange 部分多様体, Hamilton ベ

クトル場と運動量写像, シンプレクティック商, トーリック多様体, dg 圏,  $A_\infty$  圏, ホモロジー的ミラー対称性などを扱った. 特に, 楕円曲線  $E$  に対し, 構造層  $\mathcal{O}_E$  と単位元の構造層  $\mathcal{O}_0$  のなす Ext 代数の次数代数としての同型類は  $E$  の複素構造に依らないが, そこに入る dg 構造 (あるいは  $A_\infty$  構造) から  $E$  の複素構造が復元される事や, そこから楕円曲線に対するホモロジー的ミラー対称性が証明される事などを紹介した. (数理大学院・4年生共通講義)

2. 全学自由研究ゼミナール: B. Pierce et al., Logical Foundations の輪講を行った. (教養学部前期課程講義)
3. 自然科学ゼミナール: 文献 P. Zimmermann et al., Computational mathematics with SageMath の輪講を行った. (教養学部前期課程講義)

#### E. 修士・博士論文

1. (博士) 筒井勇樹 (TSUTSUI Yuki): Graded modules associated with permissible  $C^\infty$ -divisors on tropical manifolds
2. (修士) 富永直弥 (TOMINAGA Naoya): 実閉体上の柱状代数分解による量化記号消去

#### F. 対外研究サービス

1. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo の編集委員

### 大島 芳樹 (OSHIMA Yoshiki)

#### A. 研究概要

実簡約 Lie 群の表現の制限や誘導の既約分解についての研究を行った.  $G$  を実簡約 Lie 群,  $H$  をその局所代数的な閉部分群とする. 以前に,  $H$  がユニモジュラーのときに,  $L^2(G/H)$  の分解に寄与する  $G$  の既約表現の集合の漸近錐が,  $G/H$  の余接束の運動量写像の像で与えられることがわかっていた (Benjamin Harris 氏との共同研究). 本年度はこの結果の直線束の場合や  $H$  がユニモジュラーでない場合への拡張として, 昨年度に得られた結果の精密化を行った. 具体的には,  $H$  のユニタリ指標  $\chi$  が  $H$  の冪単根基上で自明であるとい

う仮定の下で, ユニタリ誘導  $\text{Ind}_H^G(\chi)$  に寄与する  $G$  の既約ユニタリ表現の無限小指標が複素運動量写像の像を  $\chi$  ずらした集合に含まれることを示した. また同様の  $\chi$  の仮定の下で, 運動量写像の像が楕円型余随伴軌道からなる空でない開集合をもつとき,  $\text{Ind}_H^G(\chi)$  の離散スペクトルが存在することを示した. さらに, 運動量写像の像を  $\chi$  ずらした集合が双曲部分が一定であるような空でない開集合をもつときに十分大きな自然数  $n$  について  $\text{Ind}_H^G(\chi^n)$  の離散スペクトルが存在することを示した. これらの結果をプレプリントとしてまとめた.

以前に, Zuckerman 導来関手加群  $A_q(\lambda)$  の対称対に関する制限が離散分解するという小林俊行氏によって導入されたクラスについて, 明示的な分岐則の公式を  $\mathcal{D}$  加群の方法などを用いて求めたが, 本年度この分岐則の明示公式と表現の直積分の波面集合について Harris 氏と得た結果等を合わせると表現の制限に対応する楕円型余随伴軌道の制限写像の像を決定できることに気づき, チュニジアの研究集会でそのような内容の講演を行った.

また  $K3$  曲面の退化に関する研究も行っている. 本年度は  $K3$  曲面の退化とモジュライのコンパクト化についての予想に現れる 3 次元多様体への退化に関わる Ricci 平坦計量の評価を行った.

I have been studying irreducible decompositions of the induction and the restriction of representations of real reductive Lie groups. Let  $G$  be a real reductive group and  $H$  a locally algebraic closed subgroup. Previously, in a joint work with Benjamin Harris, it was shown that the asymptotic cone of the set of irreducible representations of  $G$  which contribute to the decomposition of  $L^2(G/H)$  is written in terms of the image of the moment map of the cotangent bundle of  $G/H$ . In this academic year, I refined results obtained in the last year on extension of the above result to the line bundle case and the case of non-unimodular  $H$ . In particular, under the assumption that the unitary character  $\chi$  of  $H$  is trivial on the unipotent radical of  $H$ , it was shown that the irreducible unitary repre-

representations of  $G$  which contribute to the decomposition of the unitarily induced representation  $\text{Ind}_H^G(\chi)$  have their infinitesimal characters in the image of complexified moment map twisted by  $\chi$ . It was also proved that under the same assumption on  $\chi$ ,  $\text{Ind}_H^G(\chi)$  has a discrete spectrum if the image of moment map has a non-empty open set consisting of elliptic coadjoint orbits. Moreover, it was proved that  $\text{Ind}_H^G(\chi^n)$  has a discrete spectrum for sufficiently large integer  $n$  if the image of moment map twisted by  $\chi$  has a non-empty open set consisting of elements which have the constant hyperbolic part. These results were written down in a preprint. Previously, I derived explicit branching formulas for the restriction of Zuckerman's derived functor modules  $A_q(\lambda)$  for symmetric pairs when it is discretely decomposable in the sense of Kobayashi by using the method of  $\mathcal{D}$ -modules. In this academic year, I noticed that by combining these explicit branching formulas and some results on the wave front set of a direct integral of representations, one can determine the image of elliptic coadjoint orbits by the restriction map corresponding to the restriction of representations. I gave a talk on this result in a conference in Tunisia.

I have been also studied about the degeneration of  $K3$  surfaces. In this academic year, I studied estimates on Ricci-flat metrics related to the degeneration to 3-dimensional manifolds which appears in a conjecture on the degeneration of  $K3$  surfaces and a compactification of moduli spaces.

#### B. 発表論文

1. B. Harris and Y. Oshima : "Irreducible characters and semisimple coadjoint orbits", *J. Lie Theory* **30** (2020) 715–765.
2. Y. Odaka and Y. Oshima : "Collapsing  $K3$  surfaces, tropical geometry and moduli compactifications of Satake, Morgan-Shalen type", *MSJ Memoirs* **40** (2021) 165pp.
3. G. Liu, Y. Oshima and J. Yu : "Re-

striction of irreducible unitary representations of  $\text{Spin}(N,1)$  to parabolic subgroups", *Represent. Theory* **27** (2023) 887–932.

4. B. Harris and Y. Oshima : "On the asymptotic support of Plancherel measures for homogeneous spaces", To appear in *Duke Math. J.*

#### C. 口頭発表

1. Collapsing of Kähler-Einstein metrics and Satake compactifications of moduli spaces, *Algebraic Lie Theory and Representation Theory (ALReT)*, 山喜旅館 (静岡県伊東市), 2019年5月.
2. 等質空間の Plancherel 測度の漸近的台について, 日本数学会秋季総合分科会, 金沢大学, 2019年9月.
3. Unitary representations of real reductive groups and the method of coadjoint orbits, *Representation Theory of Algebraic Groups and Quantum Groups - in honor of Professor Ariki's 60th birthday*, 京都大学数理解析研究所, 2019年10月.
4. Cohomological representations of symplectic groups, 22nd Autumn Workshop on Number Theory, ホテルアベスト八方アルデア (白馬村), 2019年10月.
5. Compactifications of locally symmetric spaces and Gromov-Hausdorff limits of  $K3$  surfaces, 第25回複素幾何シンポジウム, しいのき迎賓館 (金沢市), 2019年11月.
6. Collapsing of Ricci-flat Kähler metrics and compactifications of moduli spaces, *The Eighth Pacific Rim Conference in Mathematics*, オンライン, 2020年8月.
7. Restriction of unitary representations of  $\text{Spin}(N,1)$  to parabolic subgroups, *Associated Varieties and Unipotent Representations*, オンライン, 2020年9月.
8. On the asymptotic support of Plancherel measures for homogeneous spaces, *Workshop: Seminar in Representation Theory*,

オンライン, 2021年9月.

9. Induction, restriction and the orbit method for unitary representations of real reductive groups, Symmetry in Geometry and Analysis - Conference in honor of the 60th birthday of Professor Toshiyuki Kobayashi, Reims University(フランス), 2022年6月.
10. Discrete branching laws of derived functor modules, 7th Tunisian-Japanese Conference, Geometric and Harmonic Analysis on Homogeneous Spaces and Applications in honor of Professor Toshiyuki Kobayashi, Monastir(チュニジア), 2023年11月.

#### D. 講義

1. 数学統論 XD・大域解析学：セメスターの前半は, Borel-Weil の定理についてユニタリ群の例を中心に講義を行った. 具体的には, リー群の表現の定義, リー群の多様体への作用と商, 等質空間上の同変ベクトル束の一般論, 旗多様体, Bruhat 分解, コンパクトリー群の表現の完全可約性, ユニタリトリック, Borel-Weil の定理の証明を扱った. セメスターの後半は, 実簡約リー群の無限次元表現について入門的講義を行った. 特に, ユニタリ表現と Harish-Chandra 加群の関係,  $SL(2, \mathbb{R})$  の既約 admissible 表現の分類,  $SL(2, \mathbb{R})$  の既約 admissible 表現の射影直線上の  $\mathcal{D}$  加群による実現 (Beilinson-Bernstein 対応) について扱った. (数理大学院・4年生共通講義)
2. 学術フロンティア講義 (セメスター中3回担当): 球面の調和解析, リー群・リー環の表現についての入門的講義を行った. (教養学部前期課程講義)
3. ベクトル解析: ベクトル解析についての講義を行った. (教養学部前期課程講義)
4. 数理科学概論 II(文科生): 線型代数, 特に線型変換や固有値, 行列の対角化についての講義を行った. (教養学部前期課程講義)
5. 統合自然科学セミナー: 内田伏一著「集合

と位相」の輪講. (教養学部統合自然科学科講義)

#### G. 受賞

1. 2021年度日本数学会賞建部賢弘特別賞
2. 令和5年度科学技術分野の文部科学大臣表彰 若手科学者賞

#### 柏原崇人 (KASHIWABARA Takahito)

##### A. 研究概要

(1) 応力がある閾値に達しない場合は流速はゼロだが, 閾値に達した場合は非自明な滑り流速が発生するという摩擦型境界条件を考察した. 移流項を考えない Stokes 問題の場合, 空間方向についてソボレフ空間の意味で  $H^2$  正則性が成り立つ. しかし, 移流項も含む非定常 Navier-Stokes 方程式において, そのような正則性を有する解が存在するかは知られていなかった. 本研究では, 時間方向半陰的に離散化した近似問題を考えることにより, 空間方向に  $H^2$  正則性を持つ強解の存在を証明した.

(2) 塑性を持つ流体モデルの1つに Bingham 流体が挙げられる. 非圧縮条件を課した Bingham 流では, 境界まで込めた  $H^2$  正則性が成り立つかどうかは知られていなかった. 本研究では, 境界条件を完全滑り境界条件にすれば, そのような正則性が成り立つことを証明した.

(1) We considered a boundary condition of friction type, in which no flow occurs if traction does not reach a threshold but slip occurs in case the threshold is attained. For the Stokes problem, the Sobolev  $H^2$ -regularity result is known to hold under a suitable setting. However, such a result remains unknown for the non-stationary Navier-Stokes problem. By constructing approximate solutions via semi-discrete problems in time, we obtain a strong solution having  $H^2$ -spatial regularity.

(2) Bingham fluid is a model for visco-plastic fluids. It was unknown whether Bingham fluid problems with the divergence free constraint admit  $H^2$ -regularity up to boundary. We indeed show that such regularity holds if the per-

fect slip boundary condition is imposed on the boundary.

#### B. 発表論文

1. G. Zhou, F. Jing and T. Kashiwabara: “The numerical methods for the coupled fluid flow under the leak interface condition of the friction-type”, *Numer. Math.* **153** (2023), 729–773.
2. D. Inoue, Y. Ito, T. Kashiwabara, N. Saito, and H. Yoshida: “Partially centralized model-predictive mean field games for controlling multi-agent systems”, *IFAC J. Syst. Control* **24** (2023), 100217.
3. D. Inoue, Y. Ito, T. Kashiwabara, N. Saito, and H. Yoshida: “A fictitious-play finite-difference method for linearly solvable mean field games”, *ESAIM Math. Model. Numer. Anal.* **57** (2023), 1863–1892.
4. F. Jing, W. Han, T. Kashiwabara and W. Yan: “On finite volume methods for a Navier-Stokes variational inequality”, *J. Sci. Comput.* **98** (2024), doi: 10.1007/s10915-023-02408-x.
5. T. Kashiwabara and T. Kemmochi: “Discrete maximal regularity for the discontinuous Galerkin time-stepping method without logarithmic factor”, submitted (arXiv:2306.11365).
6. T. Kashiwabara: “Finite element analysis of a generalized Robin boundary value problem in curved domains based on the extension method”, submitted (arXiv:2310.00519).
7. T. Kashiwabara and H. Takemura: “Error estimates of the cubic interpolated pseudo-particle scheme for one-dimensional advection equations”, submitted (arXiv:2402.11885).

#### C. 口頭発表

1. 放物型方程式に対する時間半離散不連続 Galerkin 法の誤差評価, 第 28 回計算工学

講演会, つくば国際会議場, 2023 年 5 月.

2.  $H^2$ -regularity up to boundary for a Bingham fluid, ICIAM 2023, Waseda University, August 2023.
3. Error estimates of the finite element method in smooth domains, MSJ-KMS Joint Meeting 2023, Sendai International Center, September 2023.
4. Error estimates of the DG-time stepping method for parabolic equations and the CIP method for advection equations, International Workshop on Multiphase flows, Waseda University, December 2023.
5.  $H^2$ -regularity for the non-stationary Navier–Stokes equations under boundary conditions of friction type, Seminar at University of Electronic Science and Technology of China, January 2024.

#### D. 講義

1. 微分積分学統論: 多変数関数の微分積分学, 特に陰関数定理・ラグランジュの未定乗数法・変数変換公式・パラメータを含む積分を扱った (教養学部前期課程 2 年生講義).
2. 計算数理 I・計算数理: 連立一次方程式・Newton 法・関数近似・補間等の初等的な数値解析を扱った (理学部・教養学部 3 年生向け講義).
3. 計算数理 II・数値解析学: 数値解析理論の基礎, 特に偏微分方程式に対する数値解析を扱った (数理大学院・4 年生共通講義).
4. 応用数学 XF・基礎数理特別講義 VII: 非線形偏微分方程式を解析する方法には包括的な一般論がないが, 試験関数をかけて部分積分することで弱形式が得られるタイプの非線形偏微分方程式に対しては, 有限次元近似と関数解析的議論による Galerkin 法が有効なことが多い. 本講義では, 関数解析・Sobolev 空間の復習をした後で, 単調性の手法と Galerkin 法を組み合わせた非線形偏微分方程式の解法を紹介した (数理大学院・4 年生共通講義).

## E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 胡 キン (HU Xin): On the hydrodynamic limit of the Boltzmann equation and its numerical computation
2. (修士) 竹村春希 (TAKEMURA Haruki): Error estimates of the cubic interpolated pseudo-particle scheme (CIP scheme) for one-dimensional advection equations
3. (修士) 古井駿 (FURUI Shun): Approximation and error estimation of functions by deep ReLU neural networks with skip connections constructed through approximating sinusoidal functions

## G. 受賞

第7回藤原洋数理科学賞奨励賞 (2018)

## 加藤 晃史 (KATO Akishi)

### A. 研究概要

箴 (quiver) とその変異 (mutation) は、クラスター代数とともに、可積分系・低次元トポロジー・表現論・代数幾何学・WKB 解析などさまざまな分野に共通して現れる構造として注目を集めている。特に、箴の変異列 (mutation sequence) とゲージ理論や3次元双曲多様体の関連が提唱され、その不変量を数学的に厳密に解析する手段の開発が必要となった。

私は寺嶋郁二氏 (東北大学) との共同研究において、与えられた箴変異の列  $\gamma$  (quiver mutation loop = クラスター代数の exchange graph 上のループに相当) に対し、分配  $q$  級数  $Z(\gamma)$  と呼ばれる母関数を定義した。これは、以下のような著しい性質を持つ。(1)  $Z(\gamma)$  は箴変異の列  $\gamma$  の反転操作や巡回シフトのもとで不変であり、圏論的なモノドロミーの不変量と考えられる。(2) 箴変異の列  $\gamma$  の変形に対し、量子ダイログと同様なペンタゴン関係式を満たす。(3) ADE 型ディンキン図形やそのペアから自然に定義される分配  $q$  級数は、アフィン・リー環に附随する coset 型共形場理論に現れるフェルミ型 (準粒子型) 指標公式に一致し、適当な  $q$  ベキ補正のもとで  $Z(\gamma)$  は保型形式となる。(4) reddening sequence というクラスの箴変異列  $\gamma$  に対し、分配級数は量子ダイログの

積で表され、combinatorial Donaldson-Thomas invariant と一致する。

分配  $q$  級数の考え方は、周期境界条件でなくとも、初期条件のみを指定した有限区間に対しても適用可能である。この場合は終状態に対する自由端条件を表すために、 $c$ -vector で次数付けされた非可換トーラス値関数として考えるのが自然である。加藤は、寺嶋郁二氏と水野勇磨氏 (ともに東京工業大学) との共同研究において、Boltzmann weight を  $q$ -二項係数とする分配関数 (partition function) を導入し、その性質を調べた。この分配関数は、実は引数の異なる2つの分配  $q$  級数 (組合せ論的 DT 不変量) の比として書けることが証明できる。その結果、分配関数もまた分配  $q$  級数が持つ様々な良い性質を引き継いでいる。分配  $q$  級数や分配関数は組合せ論的データのみから定義され、箴が表す数学的対象の詳細には依らないので、双対性の背後にある共通の性質を追究する上で役立つと期待される。

現在は分配級数の考え方を発展させ、3次元多様体の量子不変量を、理想単体分割のデータから直接的に構成する研究を進めている。

Recently quivers and their mutations play pivotal role in mathematics and mathematical physics such as integrable systems, low dimensional topology, representation theory, algebraic geometry, WKB analysis, etc. There are various proposals which relate mutation sequences with gauge theories and/or three-dimensional hyperbolic manifolds. In order to study these proposals mathematically, it is useful to associate invariants with mutation sequences themselves.

In a recent joint work with Yuji Terashima (Tohoku University), we introduced a *partition  $q$ -series*  $Z(\gamma)$  for a quiver mutation loop  $\gamma$  (a loop in a quiver exchange graph in cluster algebra terminology). This has following remarkable properties: (1)  $Z(\gamma)$  is invariant under “inversion” and “cyclic shift” of  $\gamma$ ; so it may be regarded as a monodromy invariant. (2)  $Z(\gamma)$  satisfies pentagon identities, similar to those for quantum dilogarithms. (3) If

the quivers are of Dynkin type or square products thereof, they reproduce so-called fermionic character formulas of certain modules associated with affine Lie algebras. They enjoy nice modular properties as expected from the conformal field theory point of view. (4) If a mutation sequence is reddening, then the partition  $q$ -series is expressed as an ordered product of quantum-dilogarithms; this coincides with the combinatorial Donaldson-Thomas invariant of the initial quiver.

The idea of partition  $q$ -series is also applicable to mutation sequences with free boundary conditions (as opposed to mutation loops with periodic boundary conditions). In the joint work with Y. Terashima and Y. Mizuno, we introduce a new type of invariants which uses  $q$ -binomial coefficients as local weights. This invariants turn out to be expressed as a ratio of two combinatorial DT invariants.

The definition of  $Z(\gamma)$  requires only combinatorial data of quivers and mutation loops, and completely independent of the details of the problem. It is hoped that a deeper understanding of the partition  $q$ -series shed new lights on dualities and quantization.

I am now working on how extend these ideas to obtain quantum invariants of three manifolds, directly from ideal triangulations.

#### D. 講義

1. 現象数理 I : 解析力学をテーマとし, Hamilton 力学系, Euler-Lagrange 方程式, 変分原理, 可積分系, シンプレクティック幾何学などを扱う (3年生向け講義)
2. 常微分方程式 (教養学部前期課程講義)
3. 全学体験ゼミナール 数理物理への誘い : 解析力学と相対性理論 (特殊・一般) への入門 (教養学部前期課程講義)
4. 線型代数学 (教養学部前期課程講義)

## 北山 貴裕 (KITAYAMA Takahiro)

### A. 研究概要

基本群の表現に付随して定まる位相不変量の低次元トポロジーにおける新たな応用を追究した. 特に, Stefan Friedl 氏 (University of Regensburg) と鈴木正明氏 (明治大学) との共同研究において, 4次元トポロジーの観点から, 3次元球面内の結び目の Gordian 距離について Blanchfield 形式を用いて研究した.

結び目の結び目解消数や Gordian 距離の計算は一般に難しいことが知られている. 先行研究として, Borodzik と Friedl は, Blanchfield 形式を表現するエルミート行列の最小サイズとして定義される結び目の位相不変量について研究し, この位相不変量が結び目解消数の下からの評価を与えることを示していた. この仕事を一般化する形で, 我々は当該の位相不変量を表現に付随して定まるようなねじれ不変量へと拡張するとともに, 二つの Alexander 多項式がある意味で素であるという条件の下で, 一方の結び目と向きを反対にした他方の結び目の鏡像との連結和に対するねじれ不変量が, 二つの結び目の間の Gordian 距離の下からの評価を与えることを示した. 応用として, 特に, 10 交点以下の向きを付けない非自明な結び目の組であって, 既知の方法では取り扱うことが難しいような少なくとも 195 組に対して, その Gordian 距離が 3 であることを我々は決定することに成功した.

I pursued new applications of topological invariants associated with representations of the fundamental group in low-dimensional topology. In particular, in joint work with Stefan Friedl (University of Regensburg) and Masaaki Suzuki (Meiji University) I studied the Gordian distance of knots in the 3-sphere, using their Blanchfield pairings, from the viewpoint of 4-dimensional topology.

The unknotting number and the Gordian distance of knots are known to be difficult in general to compute. Borodzik and Friedl have introduced and studied a topological invariant of a knot defined as the minimal size of hermitian matrices representing its Blanchfield pair-

ing, and have shown that a lower bound of the unknotting number of a knot is given by this topological invariant of the knot. Generalizing their result, we introduced and studied a twisted version of the topological invariant associated with representations, and showed that under a certain condition on coprimeness of the Alexander polynomials a lower bound of the Gordian distance between two knots is given by this twisted invariant of the connected sum of one knot and the mirror image of the other knot with opposite orientation. Our approach, in particular, allows us to show at least for 195 pairs of unoriented nontrivial prime knots with up to 10 crossings that their Gordian distance is equal to 3, most of which are difficult to treat otherwise.

#### B. 発表論文

1. S. Friedl, L. Lewark, T. Kitayama, M. Nagel and M. Powell: “Homotopy ribbon concordance, Blanchfield pairings, and twisted Alexander polynomials”, *Canad. J. Math.* **74** (2022) 1137–1176.
2. T. Hara and T. Kitayama: “Character varieties of higher dimensional representations and splittings of 3-manifolds”, *Geom. Dedicata* **213** (2021) 433–466.
3. T. Kitayama: “A survey of the Thurston norm”, In the tradition of Thurston, II, edited by K. Ohshika and A. Papadopoulos (Springer, 2022), 149–199.
4. T. Kitayama, M. Morishita, R. Tange and Y. Terashima: “On adjoint homological Selmer modules for  $SL_2$ -representations of knot groups”, *Int. Math. Res. Not.* **23** (2023) 19801 – 19826.
5. 北山貴裕: “指標多様体の幾何学と 3 次元多様体のトポロジー”, 日本数学会『数学』第 75 巻第 1 号 (2023) 31–56.
- shop 2019, University of Regensburg, ドイツ, 2019 年 10 月.
2. Twisted Alexander polynomials and  $L^2$ -Euler characteristics, Global Analysis Seminar, University of Regensburg, ドイツ, 2019 年 12 月.
3. Representations of fundamental groups and 3-manifold topology, RIKEN iTHEMS Math Seminar, オンライン, 2020 年 11 月.
4. リボンコンコードダンスとねじれ Alexander 多項式, N-KOOK セミナー, オンライン, 2021 年 5 月.
5. Ribbon concordance and twisted Alexander polynomials, トポロジーとコンピュータ 2021, オンライン, 2021 年 9 月.
6. Torsion polynomial functions and essential surfaces, Séminaire GT3, Université de Strasbourg, フランス, 2022 年 10 月.
7. Thurston norm, twisted Euler characteristics and virtual fiberin, 第 19 回代数・解析・幾何学セミナー, 鹿児島大学, 日本, 2024 年 2 月.
8. Blanchfield pairings and Gordian distance, Knot theory, LMO invariants and related topics, 沖縄科学技術大学院大学, 日本, 2024 年 3 月.

#### D. 講義

#### C. 口頭発表

1. Character varieties and essential surfaces, Low-Dimensional Topology Work-

1. 数理科学基礎：数理科学の基礎的内容についての講義. (教養学部前期課程講義)
2. 数理科学基礎演習：数理科学の基礎的内容についての演習. (教養学部前期課程講義)
3. 線型代数学 1：線型代数学の基礎的内容についての講義. (教養学部前期課程講義)
4. 数学基礎理論演習：微分積分学・線型代数学の基礎的内容についての演習. (教養学部前期課程講義)
5. 線型代数学 2：線型代数学の基礎的内容についての講義. (教養学部前期課程講義)
6. 線型代数学演習：線型代数学の基礎的内容についての演習. (教養学部前期課程講義)
7. 数理科学基礎（補修）：数理科学の基礎的内容についての講義. (教養学部前期課

程講義)

8. 基礎数論特別講義 III・幾何学 XH : 講義  
題目は「3次元多様体とその基本群」である。本講義は3次元多様体のトポロジーについての入門講義である。3次元多様体の様々な分解や特別な有限被覆空間の存在を基本群の言葉で記述することをテーマとした。講義では、基本群、曲面群の性質、3次元多様体の例と構成法、素分解定理、ループ定理、球面定理、Haken hierarchy、Seifert 多様体の分類、JSJ 分解定理、幾何化予想、virtually Haken 予想、部分群の分離性を取り上げた。(数理大学院・4年生共通講義)

#### E. 修士・博士論文

1. (修士) 千綿 啓暉 (CHIWATA Hiroki):  
Profinite invariants of knots with the same Alexander polynomial

#### F. 対外研究サービス

1. 日本数学会 2023 年度全国区代議員 (評議員)

### ケリー シェーン (KELLY Shane)

#### A. 研究概要

現在の研究概要: ほとんどの私の研究トピックは何らかの形でヴォエヴォドスキー (Voevodsky) のモチーフ理論と関係がある。代数多様体のモチーフは、哲学的には、複数のコホモロジー理論 ( $\ell$  進やド・ラームやクリスタリンなど) に共通する情報を普遍的に捉える対象である。ヴォエヴォドスキーは、ホモトピー理論の手法に基づいてモチーフ理論へのアプローチを開発した。この方法では、位相空間で使われる単位区間の代わりに、アフィン直線を使って代数多様体のホモトピー同値を定義する。ここ数年はこのような枠組をモジュラー表現論の問題に応用する研究を行ってきた。

Most of my research is connected to Voevodsky's theory of motives in some way or another. The motive of an algebraic variety is, philosophically, an object which encodes information

common to multiple cohomology theories (such as  $\ell$ -adic cohomology, de Rham cohomology, or crystalline cohomology) at once. Voevodsky developed an approach to motives based on techniques from homotopy theory. In this approach one defines homotopy equivalence of varieties using the affine line instead of the unit interval which is used for topological spaces. In recent years I have become interested in applying such frameworks to questions in representation theory.

#### B. 発表論文

1. S. Kelly "Cancellation theorems for Kähler differentials" Algebraic Geometry, (2023).
2. S. Kelly and H. Miyazaki "Hodge cohomology with a ramification filtration, I" Mathematische Zeitschrift, 305, Article number: 70, (2023).
3. S. Kelly and S. Saito "Smooth blowup square for motives with modulus" Bulletin Polish Acad. Sci. Math., Vol.69, No.2, (2021) pp.97–106.
4. E. Elmanto and M. Hoyois and R. Iwasa and S. Kelly: "Milnor excision for motivic spectra" J. Reine Angew. Math. (2021).
5. S. Kelly and M. Morrow: "K-theory of valuation rings" Compositio Mathematica, 157, Issue 6, (2021) pp.1121–1142.
6. S. Kelly: "Some observations about motivic tensor triangulated geometry over a finite field" Springer Proc. in Math. & Stat., "Bousfield Classes and Ohkawa's Theorem", (2020) pp.221–243.
7. E. Elmanto and M. Hoyois and R. Iwasa and S. Kelly: "Cdh descent, cdarc descent, and Milnor excision" Math. Ann., 379(3), (2020) pp.1011–1045.
8. S. Kelly: "A better comparison of cdh- and ldh-cohomologies", Nagoya Mathematical Journal, Volume 236 (Celebrating the 60th Birthday of Shuji Saito), (2019) pp.183–213.
9. J.N.Eberhardt and S. Kelly: "Mixed Mo-

tives and Geometric Representation Theory in Equal Characteristic”, *Selecta Mathematica*, (2019) 25:30.

### C. 口頭発表

1. Two new motivic complexes for non-smooth schemes, 代数的整数論とその周辺, RIMS 共同研究, 2023 年 12 月
2. The procdh-topology, Recent Advances in Algebraic K-theory, IHES, Bures-sur-Yvette, France, 2023 年 7 月
3. A nilpotent variant cdh-topology, Algebraic K-theory, motivic cohomology and motivic homotopy theory workshop, Isaac Newton Institute, Cambridge, England, 2022 年 6 月
4. Nilpotent sensitive cohomology theories with compact support, Algebraic topology seminar, Warwick Mathematics Institute, 2022 年 5 月
5. Motives with modulus over a base, Seminar talk during the INI 2020/2022 semester programme on K-theory, algebraic cycles and motivic homotopy theory, Isaac Newton Institute, Cambridge, England 2022 年 5 月
6. Motifs avec modules sur une base, Séminaire Variétés Rationnelles, Institut de Mathématiques de Jussieu-Paris Rive Gauche, 2022 年 4 月
7. Méthodes motiviques en théorie des représentations, Séminaire Autour des Cycles Algébriques, Institut de Mathématiques de Jussieu-Paris Rive Gauche, 2022 年 4 月
8. Motivic homotopy types with modulus over a general base, SFB-Lecture (online), Universität Regensburg, 2022 年 8 月
9. Blowup formulas for nilpotent sensitive cohomology theories, SMRI Algebra and Geometry Online seminar, University of Sydney, 2021 年 12 月
10. A motivic formalism in representation

theory, 2019 年度秋季総合分科会, 金沢大学, 2019 年 9 月

11. A motivic formalism in representation theory, ニセコ, Regulators in Niseko 2019, 2019 年 9 月

### D. 講義

1. 数学 II (文科学)
2. Derived algebraic geometry (応用代数学) This course started with the foundations of derived algebraic geometry (including  $\infty$ -categories) and culminated in recent advances in the theory blowups in the derived setting.

### E. 修士・博士論文

1. 佐藤 匡弥 (SATO Masaya): Hochschild and cyclic homologies with bounded poles (東京工業大学)

### H. 海外からのビジター

Jens Niklas Eberhardt, University of Bonn, 2024 年 2 月 20 日~2024 年 3 月 5 日. Eberhardt spoke about research in  $K$ -motives and Local Langlands in the Number Theory Seminar.

Jinhyun Park, Korea Advanced Institute of Science and Technology, 2023 年 12 月 18 日~2023 年 12 月 22 日. Park spoke about Accessing the big de Rham-Witt complex via algebraic cycles with a vanishing condition in the Number Theory Seminar.

### 小池 祐太 (KOIKE Yuta)

#### A. 研究概要

今年度は主に以下の 2 つのテーマについて研究を行った。

1. 退化した共分散行列  $\Sigma$  をもつ独立確率ベクトルの和  $W$  に対する超高次元中心極限定理における収束レートを改善する研究を Xiao Fang 氏, Song-Hao Liu 氏および Yi-Kun Zhao 氏とともに行った。次元を  $d$ , サンプル数を  $n$  とした場合, 一般的な条件下で現在知られている最良の収束レートは  $(\frac{\log^5 d}{n})^{1/4}$  である。Xiao Fang 氏とともに

行った昨年度の研究では、確率ベクトルが独立同分布で対数凹ならば、 $(\frac{\varpi_d \log^3 d}{n})^{1/2}$  のオーダーの収束レートが達成できることを示した。ここに、 $\varpi_d$  は等方的な  $d$  次元対数凹分布の Poincaré 定数の上限であり、現在知られている最良の上界は  $\log d$  のオーダーである。今年度の研究では、 $\Sigma$  の任意の 3 次小行列式が非ゼロであれば、 $(\frac{\log^5 d}{n})^{1/2} \log^4 n$  のオーダーの収束レートが達成できることを示した。

2. 高次元連続時間弱ファクターモデルの高頻度観測データから、「重要な」ファクターの数を推定する問題について研究した。推定量の一致性を示すために、高次元実現共分散行列の最大固有値が Bai–Yin 型の上界をもつことを示す必要があったが、ジャンプを許す一般の伊藤セミマルチンゲールの場合にそのような評価を得るために、非可換  $L^p$  空間の理論を用いて行列マルチンゲールに対する Burkholder–Gundy 型の不等式を導出した。

In this academic year, I have mainly studied the following two subjects:

1. Collaborating with Xiao Fang, Song-Hao Liu and Yi-Kun Zhao, I have studied improving the convergence rate in an ultra high-dimensional central limit theorem for sums of independent random vectors when the covariance matrices of the sums are degenerate. The currently best known rate in a general setting is  $(\frac{\log^5 d}{n})^{1/4}$ , where  $d$  is the dimension of the random vectors and  $n$  is the sample size. In the academic year before last, my joint work with Xiao Fang showed that  $(\frac{\varpi_d \log^3 d}{n})^{1/2}$  gives an upper bound when the laws of the random vectors are i.i.d. and log-concave. Here,  $\varpi_d$  is the supremum of the Poincaré constants of all  $d$ -dimensional isotropic log-concave distributions, and the currently best known upper bound for  $\varpi_d$  is of or-

der  $\log d$ . In this academic year, we have shown that  $(\frac{\log^5 d}{n})^{1/2} \log^4 n$  gives an upper bound of the convergence rate when any minor determinant of order 3 of  $\Sigma$  is non-zero.

2. I have studied estimation of the number of “relevant” factors of a high-dimensional continuous-time weak factor model from high-frequency data. To prove the consistency of the proposed estimators, it is necessary to establish a Bai–Yin type upper bound for the maximum eigenvalues of high-dimensional realized covariance matrices. To obtain such a bound for general Itô semimartingales with possibly jumps, I have developed Burkholder–Gundy type inequalities for matrix martingales using the theory of non-commutative  $L^p$  spaces.

## B. 発表論文

1. D. Kurisu, R. Fukami, Y. Koike, “Adaptive deep learning for nonparametric time series regression”, to appear in *Bernoulli* (2024+).
2. X. Fang, Y. Koike, “Large-dimensional central limit theorem with fourth-moment error bounds on convex sets and balls”, to appear in *Ann. Appl. Probab.* (2024+).
3. X. Fang, Y. Koike, “Sharp high-dimensional central limit theorems for log-concave distributions”, to appear in *Ann. Inst. Henri Poincaré Probab. Stat.* (2024+).
4. A. Oga, Y. Koike, “Drift estimation for a multi-dimensional diffusion process using deep neural networks”, *Stochastic Process. Appl.* **170** (2024), 104240.
5. Y. Koike, “Spectral norm bounds for high-dimensional realized covariance matrices and application to weak factor models”, preprint, arXiv:2310.06073 (2023).

6. X. Fang, Y. Koike, S.-H. Liu, Y.-K. Zhao, “High-dimensional central limit theorems by Stein’s method in the degenerate case”, preprint, arXiv:2305.17365 (2023).
  7. X. Fang, Y. Koike, “From  $p$ -Wasserstein bounds to moderate deviations”, *Electron. J. Probab.*, **28** (2023), 1–52.
  8. V. Chernozhukov, D. Chetverikov, Y. Koike, “Nearly optimal central limit theorem and bootstrap approximations in high dimensions”, *Ann. Appl. Probab.* **33** (2023), 2374–2425.
  9. V. Chernozhukov, D. Chetverikov, K. Kato, Y. Koike, “High-dimensional data bootstrap”, *Annu. Rev. Stat. Appl.* **10** (2023), 427–449.
  10. Y. Koike, “High-dimensional central limit theorems for homogeneous sums”, *J. Theoret. Probab.* **36** (2023), 1–45.
5. 退化型拡散過程の擬似最尤推定の実装と calculus パッケージ, 2023 年度統計関連学会連合大会, 京都大学吉田キャンパス, 2023 年 9 月.
  6. アマゾンウェブサービスと Daily TAQ データ, 探索的ビッグデータ解析と再現可能研究 (WS-EBDA-RR-2023), オンライン開催, 2023 年 8 月.
  7. From  $p$ -Wasserstein bounds to moderate deviations, 43rd Conference on Stochastic Processes and their Applications (SPA 2023), University of Lisbon, Lisbon, Portugal, 2023 年 7 月.
  8. Bootstrap test for multi-scale lead-lag relationships in high-frequency data, The 12th ICSA International Conference, Chinese University of Hong Kong, Hong Kong, China, 2023 年 7 月.

#### C. 口頭発表

1. Estimation of the number of relevant factors from high-frequency data, Stochastic Analysis and Statistics 2024, University of Tokyo, Tokyo, Japan (hybrid), 2024 年 2 月.
2. Estimation of the number of relevant factors from high-frequency data, 2023 年度関西計量経済学研究会, 広島大学東千田キャンパス (ハイブリッド開催), 2024 年 1 月.
3. Estimation of the number of relevant factors from high-frequency data, 16th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2023), HTW Berlin, University of Applied Sciences, Berlin, Germany (hybrid), 2023 年 12 月.
4. Estimation of the number of relevant factors from high-frequency data, データサイエンスにおける統計的理論・方法論の新展開, 九州大学伊都キャンパス (ハイブリッド開催), 2023 年 11 月.

#### D. 講義

1. 統計データ解析 II : 多変量解析および時系列解析の基礎を R による実習を中心に扱った. (教養学部前期課程講義)
2. 統計データ解析 I : 統計学の基礎 (記述統計量・極限定理・推定・検定など) を R による実習を中心に扱った. (教養学部前期課程講義)
3. 統計財務保険特論 V・確率統計学 XC: 数理統計学の入門講義, カイ二乗分布, ガウス・マルコフモデルなどのほか, 線形推測論の基礎を扱った. (数理大学院・4 年生共通講義)

#### F. 対外研究サービス

1. 日本統計学会 庶務理事
2. 日本金融・証券計量・工学学会 大会理事
3. 日本数学会 地方区代議員
4. “Asia-Pacific Financial Markets” Associate Editor
5. “Japanese Journal of Statistics and Data Science” Associate Editor
6. 統計数理研究所 客員准教授
7. JAFEE-ISM International Symposium: In Celebration of 30th Anniversary of the Foundation of JAFEE, Scientific Pro-

gram Committee

#### G. 受賞

1. 第 1 回 ISI 東京大会記念奨励賞, 2019 年 9 月.

#### 坂井 秀隆 (SAKAI Hidetaka)

##### A. 研究概要

複素領域における微分方程式, 差分方程式の研究を, とくに, 特殊函数論, 可積分系の理論という観点から行ってきた.

最近の結果は以下の通り.

1. 4次元パンルヴェ型方程式の分類を目的として, とくにフックス型方程式の変形理論に対応する場合の4種類の非線型方程式を, ハミルトン系の形で求めた.
2. フックス型方程式の変形理論から得られる4つの4次元パンルヴェ型方程式に対して, 線型方程式の分岐しない場合の退化を考え, 2種類の4次元パンルヴェ型方程式と線型方程式との対応を与えた (川上拓志氏, 中村あかね氏との共同研究).
3. 小木曾・塩田による有理楕円曲面の分類に対応するハミルトン系の分類を行い, 双二次形式で作られるものを含むハミルトン函数と曲面の対応を調べた. また, バックlund変換の構成なども行った.
4. 線型  $q$  差分方程式の中間畳み込みを構成し, その主要な性質に証明をつけた (山口雅司氏との共同研究).
5. ある  $q$  離散パンルヴェ方程式の一般解を, AGT 対応の  $q$  類似を使って構成した (神保道夫氏, 名古屋創氏との共同研究).
6. パンルヴェ 6 型方程式を特異点における局所的な条件から特徴づけた (細井竜也氏との共同研究).

My research interest is in theory of differential and difference equations in complex domains. In particular, I have been studying special functions and integrable systems in this field.

Recent results are as follows:

1. All of 4 4-dimensional Painlevé-type equations which is obtained from deformation the-

ory of Fuchsian equations, were formulated and expressed in the form of Hamiltonian systems. This is motivated by an attempt to classify the 4-dimensional Painlevé-type equations.

2. We gave a correspondence between 22 4-dimensional Painlevé type equations and Fuchsian and non-Fuchsian linear differential equations. This is obtained from a degeneration scheme of the 4 4-dimensional Painlevé type equations which is calculated from deformation theory of Fuchsian equations. This study contains only unramified case, and ramified case would be another story (joint work with KAWAKAMI Hiroshi and NAKAMURA Akane).

3. We gave a classification of Hamiltonian systems corresponding to Oguiso-Shioda's classification of rational elliptic surfaces. We also construct a kind of Bäcklund transformations of the Hamiltonian systems.

4. We constructed “middle convolution” for linear  $q$ -difference equations of Fuchsian type. Some important properties of the transformation are proved (joint work with YAMAGUCHI Masashi).

5. We gave a concrete expression of general solutions of a  $q$ -Painlevé equation. We used  $q$ -analog of AGT correspondence (joint work with JIMBO Michio and NAGOYA Hajime).

6. We characterized the sixth Painlevé equation by local conditions around the three singular points (joint work with HOSOI Tatsuya).

##### B. 発表論文

1. T. Mase, A. Nakamura, and H. Sakai: “Discrete Hamiltonians of discrete Painlevé equations”, Ann. Fac. Sci. Toulouse Math. **29** (2020), no. 5, 1251–1264.

##### C. 口頭発表

1. Discrete Hamiltonians of discrete Painlevé equations (joint work with T. Mase and A. Nakamura): Integral Systems Workshop 2019 (University

of Sydney, Sydney, Australia) 2019 年 11 月.

2. Painlevé 方程式の世界: 日本数学会秋季総合分科会, 函数方程式論分科会特別公演 (オンライン) 2020 年 9 月.
3. Painlevé 超越函数と共形場理論: 2020 年度表現論シンポジウム (オンライン) 2020 年 11 月.
4. The differential equations of type (H) with 3 singular points (joint work with T. Hosoi): アクセサリーパラメーター研究会 2022 年 3 月.
5. On the bilinear equations of the Painleve transcendents (joint work with T. Hosoi): ICIAM, 早稲田大学 2023 年 8 月.

#### D. 講義

1. 常微分方程式: 常微分方程式に関する入門講義 (教養学部前期課程講義)
2. 数理科学基礎・微積分学 1 (教養学部前期課程講義)
3. 数学 II: 文系向け線型代数の入門講義 (教養学部前期課程講義)
4. 複素解析学 I: 複素解析学の入門講義 (理学部 2 年生 (後期))
5. 複素解析学 I 演習: 複素解析学 I の演習 (理学部 2 年生 (後期))

#### F. 対外研究サービス

1. Funcialaj Ekvacioj 編集委員

#### G. 受賞

2019 年度日本数学会解析学賞

### 逆井 卓也 (SAKASAI Takuya)

#### A. 研究概要

今年度は曲面の写像類群やその研究手法に関連した群の構造と応用について研究を行った.

(1) Kim-Manturov によって定義された, 曲面の三角形分割の空間から作られる群  $\Gamma_n^4$  について,  $n = 5$  のときの構造を詳細に調べ, Property (T) の非所持について計算機に頼らない形で別証明を与えた. また, 群  $\Gamma_n^4$  の構造を調べるのに有用と思われる群  $\Delta_n$  を定義し, 最小生成系の決定や  $n$

が小さいときの具体的構造を明らかにした.

(2) Johnson 準同型を用いた結び目の不変量について, 以前に Massuyeau 氏とともに構成した曲面のホモロジー同境のなす群の加法的不変量を用いた構成を改良し, 適用範囲を拡大することができた.

(3) 藤井道彦氏 (琉球大学) との共同研究により, 有限表示された群の増大関数についての研究を行った. 今年度はコクセターカンドルの随伴群について調べ, 自然な群表示に対応するモノイドからの自然な射の単射性などについて考察を行った.

In this academic year, I continued studies on structures and applications of some groups related to the mapping class groups of surfaces and the methods for studying them.

(1) I studied the groups  $\Gamma_n^4$  defined by Kim-Manturov in their study on the space of triangulations of surfaces. I studied the case where  $n = 5$  and gave another proof of the fact that  $\Gamma_5^4$  does not have Property (T) without using computers. Also I defined some groups  $\Delta_n$  which are expected to be useful to study  $\Gamma_n^4$  and gave a minimal generating system.

(2) As for invariants of knots using Johnson homomorphisms, I improved the construction previously obtained by using additive invariants of homology cobordisms of surfaces. As a result, I could enlarge the invariants to a wider class of knots.

(3) In a joint project with Michihiko Fujii, we studied growth functions of finitely presented groups. We are now concerning the adjoint group of a Coxeter quandle and studied the injectivity of the natural map from the monoid corresponding to a natural presentation of the group.

#### B. 発表論文

1. T. Sakasai, S. Morita and M. Suzuki : “Torelli group, Johnson kernel and invariants of homology spheres”, *Quantum Topology* **11** (2020) 379–410.
2. T. Sakasai and G. Massuyeau : “Morita’s

trace maps on the group of homology cobordisms”, *Journal of Topology and Analysis* **12** (2020) 775–818.

#### C. 口頭発表

1. Higher dimensional extensions of Johnson homomorphisms via bordism groups, *Geometry of discrete groups and hyperbolic spaces*, 京都大学数理解析研究所 (オンライン), 2021 年 6 月.
2. On a group of Kim-Manturov, *Workshop on Groups in Geometry*, 東京工業大学, 2021 年 12 月.
3. Minimal generating sets of groups of Kim-Manturov, 東京大学 (オンライン), *Groups in Low-Dimensional Topology*, 2022 年 3 月.
4. A model on a random construction of Riemann surfaces, *ランダム曲面の幾何学入門*, 金沢大学サテライト・プラザ, 2022 年 9 月.
5. The symplectic derivation Lie algebra and the mapping class group of a surface, 2022 Global KMS International Conference, The Korea Science and Technology Center (オンライン), 2022 年 10 月.
6. On torsion degree functions, *Mapping class groups and Quantum topology*, 東広島芸術文化ホール ‘くらら’, 2023 年 3 月.
7. Teruaki for Mathematica, *トポロジーとコンピュータ 2023*, 慶應義塾大学, 2023 年 10 月.
8. (1) 群の Johnson 核のアーベル化の階数の有限性について (2) Johnson 核のアーベル化の表示について, *写像類群の部分群のコホモロジーと特殊線型群の表現*, 高知工科大学 2023 年 11 月.
9. On groups of Kim-Manturov, *The 19th East Asian Conference on Geometric Topology*, 京都大学数理解析研究所, 2024 年 2 月.
10. Invariants of homologically fibered knots, *Knot theory, LMO invariants and related*

topics, 沖縄科学技術大学院大学, 2024 年 3 月.

#### D. 講義

1. 幾何学 XC・位相幾何学 II : 前半はファイバーバンドルの定義とその基本性質について説明し, 後半はベクトルバンドルの特性類について入門の内容を説明した. (数理大学院・4 年生共通講義)
2. 学術フロンティア講義 (現代の数学—その源泉とフロンティア—): 「絡まりと引っかけの幾何学」(3 回講義), 平面内の閉曲線の交点数や空間内の絡み目の絡み数について, 2 年生で扱うベクトル解析や複素積分の理論との関連を説明しつつ, 絡まるということの数学的定式化やトポロジーの考え方の基礎的部分を紹介した.

#### E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 高野 暁弘 (TAKANO Akihiro): *Studies on knot theory using braid groups and Thompson’s group.*
2. (修士) 多寶 雅樹 (TAHO Masaki): *Tangent spaces of diffeological spaces and their variants.*

#### F. 対外研究サービス

1. 日本数学会季期研究所, *The 14th MSJ-SI: New Aspects of Teichmüller theory (Conference)*, (2023 年 7 月, 東京大学, ハイブリッド開催), Organizing Committee.
2. *Mapping class groups: pronilpotent and cohomological approaches*, (2023 年 9 月, SwissMAP Research Station Les Diablerets Switzerland), Organizer.
3. *Tokyo-Seoul Conference in Mathematics, 2023—Topology and Geometric Group Theory*, (2023 年 10 月, 東京大学), Organizing Committee.
4. 国際研究集会: *The 19th East Asian Conference on Geometric Topology (2024 年 2 月, 京都大学数理解析研究所)*, Program Committee.

## H. 海外からのビジター

- Quentin FAES stayed in our institute from November 1, 2022 to August 31, 2023 (2 months shortened), as a JSPS Postdoctoral Fellowship for Research in Japan (Short-term). He studied torsion elements in the cokernel of Johnson homomorphisms for the mapping class group of a surface.

## 下村 明洋 (SHIMOMURA Akihiro)

### A. 研究概要

関数解析やフーリエ解析の手法を用いて、発展方程式論や偏微分方程式の研究を行った。例えば、空間遠方でクーロンポテンシャルより緩やかに減衰する長距離型ポテンシャルを伴うハートリー・フォック型方程式の初期値問題について、小さい初期データに対して、分散性を持つ時間大域解の一意存在とその漸近形について検討した。それに関連して、実解析についても検討を行った。

I studied on the theory of evolution equations and partial differential equations by using functional analysis and Fourier analysis. For example, I considered the existence, uniqueness and the large time behavior of dispersive global solutions to the initial value problem of the Hartree-Fock type equation with a long-range potential for small initial data.

### D. 講義

1. 初年次ゼミナール理科「解析学の基礎」(教養学部前期課程, 1年生 理系, S セメスター).
2. 全学自由研究ゼミナール「無限次元ヒルベルト空間の初歩を学ぶ」(教養学部前期課程, A セメスター).

## 白石 潤一 (SHIRAISHI Junichi)

### A. 研究概要

S. Shakirov によって導入された非定常差分方程式と、長谷川による量子差分 Painlevé VI 方程式(神保・坂井方程式の量子化)との関係を見出し

た。その差分方程式に付随する 5 次元の Seiberg-Witten 曲線は知られている 4 次元極限と整合的である。Shakirov 方程式は(パラメータの適当な特殊化によって)一般のスピンを持った量子 Knizhnik-Zamolodchikov (q-KZ) 方程式と同一視できる。affine Laumon 空間上の分配関数が Shakirov 方程式の解を与えることを示した。(粟田, 長谷川, 菅野, 大川, Shakirov, 山田氏らとの共同研究.)

We show the relation of the non-stationary difference equation proposed by S. Shakirov and the quantized discrete Painlevé VI equation due to K. Hasegawa (quantization of Jimbo-Sakai's equation). The five dimensional Seiberg-Witten curve associated with the difference equation has a consistent four dimensional limit. We show that Shakirov's non-stationary difference equation, when it is truncated, implies the quantum Knizhnik-Zamolodchikov (q-KZ) equation with generic spins. We establish that the affine Laumon partition function gives a solution to Shakirov's equation. (Collaboration with H. Awata, K. Hasegawa, H. Kanno, R. Ohkawa, S. Shakirov and Y. Yamada.)

### B. 発表論文

1. H. Awata, K. Hasegawa, H. Kanno, R. Ohkawa, S. Shakirov, J. Shiraishi, Y. Yamada, Non-stationary difference equation and affine Laumon space: quantization of discrete Painlevé equation, SIGMA Symmetry Integrability Geom. Methods Appl. 19 (2023), Paper No. 089, 47 pp.
2. E. Langmann, M. Noumi and J. Shiraishi, Construction of Eigenfunctions for the Elliptic Ruijsenaars Difference Operators. Commun. Math. Phys. 391 (2022), 901-950, 10.1007/s00220-021-04195-8.
3. A. Hoshino, Y. Ohkubo and J. Shiraishi, Branching formula for  $q$ -Toda functions of type  $B$ , Lett. Math. Phys. 111 (2021), 126, 10.1007/s11005-021-01461-7.

4. M. Fukuda, Y. Ohkubo, J. Shiraishi, Non-stationary Ruijsenaars functions for  $\kappa = t^{-1/N}$  and intertwining operators of Ding-Iohara-Miki algebra, SIGMA Symmetry Integrability Geom. Methods Appl. 16 (2020), Paper No. 116, 55 pp.
5. M. Fukuda, Y. Ohkubo, J. Shiraishi, Generalized Macdonald functions on Fock tensor spaces and duality formula for changing preferred direction, Comm. Math. Phys. 380 (2020), no. 1, 1 – 70.
6. E. Langmann, M. Noumi and J. Shiraishi, Basic Properties of Non-Stationary Ruijsenaars Functions, SIGMA 16 (2020), 105, 26 pages arXiv:2006.07171 <https://doi.org/10.3842/SIGMA.2020.105>
7. M. Lashkevich, Y.T. Pugai, J. Shiraishi, Y. Tutiya, Lattice models, deformed Virasoro algebra and reduction equation, J. Phys. A 53 (2020), no. 24, 245202, 17 pp.
8. J. Shiraishi, Affine screening operators, affine Laumon spaces and conjectures concerning non-stationary Ruijsenaars functions. J. Integrable Syst. 4 (2019), no. 1, xyz010, 30 pp.
4. J. Shiraishi, Quantization of Discrete Sixth Painleve Equation and Shakirov's Conjecture, 2022 Workshop on Elliptic Integrable Systems, March 8th-11th 2022 over Zoom.
5. 大久保勇輔, 白石潤一, 星野歩, 変形 Koornwinder 作用素と C 型 Macdonald 多項式 I,II, 日本数学会年会 (埼玉大) 2022 年 3 月 30 日.
6. 大久保勇輔, 白石潤一, 星野歩, B 型  $q$ -戸田関数の明示公式日本数学会秋季総合分科会 (千葉大) 2021 年 9 月 14 日.
7. J. Shiraishi, Branching formula for  $q$ -Toda function of type B, Workshop on Elliptic Integrable Systems March 7th-9th 2021 over Zoom
8. J. Shiraishi, Some conjectures concerning non-stationary Ruijsenaars functions, New Connections in Integrable Systems September 29 – October 2, 2020
9. J. Shiraishi, Affine screening operators, affine Laumon spaces, and conjectures concerning non-stationary Ruijsenaars functions, “Elliptic integrable systems, special functions and quantum field theory” 16-20 June 2019 Nordita, Stockholm.

#### C. 口頭発表

1. J. Shiraishi, Macdonald polynomials and the quantum toroidal algebra, 6th Bangkok Workshop on Discrete Geometry, Dynamics and Statistics, January 8-12, 2024
2. J. Shiraishi, Conjectures concerning the non-stationary Ruijsenaars function, Integrable Systems & Symmetric Functions, March 24-25, 2023, the School of Mathematics & Statistics, University of Glasgow.
3. J. Shiraishi, Discretization and quantization of Painlevé VI equation, 5th Bangkok Workshop on Discrete Geometry, Dynamics and Statistics, January 23-27, 2023
10. 星野歩, 白石潤一, Kostka polynomials with one column diagrams of type  $B_n$ ,  $C_n$  and  $D_n$ , 日本数学会年会, 2019 年 3 月 20 日, 東京工業大学

#### D. 講義

1. 数理科学基礎：理科一類一年生（微積部分を担当）
2. 微分積分学①, 微分積分学②：理科一類一年生
3. 連続体力学 [数理自然科学コース]：教養学部統合自然科学科数理自然科学 3, 4 年生
4. 応用数学 XA, 基礎数理特別講義 VIII: 4 年大学院, 量子アフィン代数の脇本表現と, 面欠陥付き量子トロイダル代数の表現論を扱う. A 型の量子アフィン代数の脇本表現

を構成し、その上に量子トロイダル代数の表現を誘導する。位相的頂点作用素を導入し、qKZ 方程式の積分表示、幾何学的表現論などとの関係を調べる。応用として、S. Shakirov によって導入された非定常差分方程式と、長谷川の構成による量子差分 Painlevé VI 方程式の固有関数とネクラソフ分配関数の関係について述べる。

## 関口 英子 (SEKIGUCHI Hideko)

### A. 研究概要

2019–2023 年度において以下の研究を行った。

1. 半単純リー環の楕円元からなる随伴軌道には自然な複素構造が入る。ここでリー環の元  $X$  が楕円型であるとは  $\exp(\mathbb{R}X)$  が相対コンパクトであるときをいう。楕円元がさらに「正則型」という代数的な条件をみたまつ場合には、随伴軌道がコンパクトな複素部分多様体上の正則なファイバー束の構造をもつことを証明した [2]。コンパクト部分多様体が 1 点の場合は Harish-Chandra の埋め込み定理となる。
2. リー群の任意の余随伴軌道には Kirillov–Kostant–Souriau による自然なシンプレクティック形式が存在する。その“幾何的量子化”としてのユニタリ表現の構成や函手性などの基本問題は、冪零リー群やコンパクトリー群などの特殊なケースを除くと、まだあまり解明されていない。私は非コンパクトな簡約リー群に対しては、全く異質の楕円型余随伴軌道の幾何的量子化が同型なユニタリ表現を与え得ることを発見した。これは既約ユニタリ表現の古典極限として得られる(計量が正定値ではない) indefinite Kähler 多様体が一意的ではない例を与えている。証明は、サイクル空間上における偏微分方程式系の大域解の空間という別の幾何的実現と比較するアイデアを用いた [4]。
3. 簡約リー群の構造論を用いて、Penrose 変換の一般化を定義し、その像が正則となるための twistor 空間における代数的な必要十分条件を証明した [2]。
4. 志村型の微分方程式系に対し、そのすべての大域解がある空間からのコホモロジー的積分変換で構成できるかという問題を考え、未解決のケー

スに対して、不変式論を援用して肯定的な結果を得た [6]。

During the academic years 2019–2023, I have been studying the following projects:

1. I have proved that any elliptic coadjoint orbit  $X$  of “holomorphic type” has a holomorphic fiber bundle structure over its maximal compact subvariety [2]. This result generalizes Harish-Chandra’s embedding theorem of Hermitian symmetric spaces as a bounded domain in the very special setting where  $X$  is a Stein manifold.
2. I have found two indefinite-Kähler manifolds which are not biholomorphic to each other, but their natural “geometric quantizations” are isomorphic as irreducible unitary representations. My proof utilizes an idea to provide yet another geometric realization of these representations as the space of solutions to a system of differential equations on the “cycle spaces” [4].
3. I generalize the definition of the “Penrose transform”  $\mathcal{R}$  in mathematical physics to a framework of real reductive Lie groups. In particular, I proved a necessary and sufficient condition in terms of the root system that the image of  $\mathcal{R}$  consists only of holomorphic sections [2].
4. I addressed a question whether all the global solutions to PDEs of Shimura type can be constructed by a cohomological integral transform, and have challenged some unsolved cases and proved affirmative results [6].

### B. 発表論文

1. H. Sekiguchi: Holomorphic Laplacian on the Lie ball and the Penrose transform, accepted for publication in *Indagationes Mathematicae*.
2. H. Sekiguchi: Cohomological integral transform associated to  $\theta$ -stable parabolic subalgebras of holomorphic type, *Journal of Lie Theory*, **33** (2023) 953–963.
3. H. Sekiguchi: Elliptic coadjoint orbits of

holomorphic type, Journal of Lie Theory, **33** (2023) 713–718.

4. H. Sekiguchi: Twistor and Penrose transform for indefinite Grassmannian manifolds, submitted.
5. H. Sekiguchi: Range of the Penrose transform of  $SO^*(2n)$ , preprint.
6. H. Sekiguchi: Shimura's differential equations and a generalized Radon–Penrose transform, preprint.

#### C. 口頭発表

1. “Isomorphisms between certain cohomologies over indefinite Grassmannian manifolds”, 7th Tunisian-Japanese Conference: Geometric and Harmonic Analysis on Homogeneous Spaces and Applications in Honor of Professor Toshiyuki Kobayashi. Monastir (Tunisia), October 31–November 4, 2023.
2. “Isomorphisms between certain cohomologies over indefinite Grassmannian manifolds”, “Harmonic Analysis & Representation Theory”, the Nordic Congress of Mathematicians with European Math. Soc. in Aalborg (Denmark), July 3–7, 2023.
3. Representations of semisimple Lie groups and Penrose transform, Tokyo-Lyon Conference in Mathematics (February 19–20, 2018, organizers: Taro Aduke, Étienne Ghys, Toshitake Kohno, Takashi Tsuboi), Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, February 20, 2018.

#### D. 講義

1. 数理科学基礎 (線型代数): (教養学部理科 I 類 1 年生講義 S1 ターム).
2. 線型代数学: (教養学部理科 I 類 1 年生講義 S2 ターム, A セメスター).
3. 数理科学基礎 (線型代数): (教養学部理科 II, III 類 1 年生講義 S1 ターム).
4. 線型代数学: (教養学部理科 II, III 類 1 年生講義 S2 ターム, A セメスター).

5. 数学講究 XB (数理科学概説)「対称性の数学」, (理学部数学科 4 年生), 2023 年 5 月 31 日.
6. 学習院大学非常勤講師, 代数学特論 I(大学院), 代数学 2(理学部 3,4 年生), 後期, 群作用と軌道, 一次分数変換, 群の有限次元表現.

#### F. 対外研究サービス

1. 日本数学会広報委員 (2017 年度–2019 年度; 2019 年度–2023 年度).
2. 日本数学会函数解析学分会委員 (2017 年度–2019 年度).
3. 国際研究集会のオーガナイザー, Geometry, Analysis, and Representation Theory of Lie groups, The University of Tokyo, Japan, 5–9, September 2022.
4. 国際研究集会のオーガナイザー, Symmetry in Geometry and Analysis, Université de Reims, France, 6–10, June 2022.
5. 国際研究集会のオーガナイザー, Integral Geometry, Representation Theory and Complex Analysis, Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe, 27–28 January 2020.
6. Progress in Math. (Birkhäuser, Springer-Nature), “Symmetry in Geometry and Analysis” の volume editor (2022–).
7. 群馬県立太田高等学校の大学訪問, 模擬講義のコーディネーター, 2023 年 11 月 8 日.

### 高田 了 (TAKADA Ryo)

#### A. 研究概要

地球流体力学に現れる非線形偏微分方程式に関する数学解析を行っている. 近年では, 回転による Coriolis 力の影響を考慮した非圧縮性 Navier-Stokes 方程式や磁気流体力学方程式, および安定成層の影響を考慮した Boussinesq 方程式等を対象とし, その初期値問題の時間大域的適切性や解の漸近挙動に関して研究している. 今年度は関連する問題として, 冪乗型非線形項をもつ非斉次半線形熱方程式の可解性を考察した. 弱 Zygmund

型関数空間における熱半群の時間減衰評価, および実補間空間論を用いた臨界型の非斉次線形評価と非斉次非線形評価を確立することで, 可解性に関して最適な特異性を許容する弱 Zygmund 型関数空間に属する非斉次項に対して, 同方程式の時間局所的可解性を証明した (石毛和弘氏 (東京大学) および川上竜樹氏 (龍谷大学) との共同研究).

The subject of my research is mathematical analysis of nonlinear partial differential equations arising in geophysical fluid dynamics. Recently, I have been studying the global well-posedness and the asymptotic behavior of solutions to the initial value problems for the incompressible rotating Navier-Stokes equations, the magnetohydrodynamics equations with the Coriolis force, and the incompressible Boussinesq equations with the effects of the rotation and the stable stratification. In this year, as a related problem, we consider the existence of solutions to the fractional semilinear heat equations with a singular inhomogeneous term. We establish temporal decay estimates for the fractional heat semigroup in several Zygmund spaces, and show the critical inhomogeneous linear and nonlinear estimates by making use of the real interpolation method in weak Zygmund spaces. Then, we obtain sharp sufficient conditions on the existence of local-in-time solutions to the fractional semilinear heat equations with a singular inhomogeneous term in the critical and the supercritical cases (Joint work with Professor Kazuhiro Ishige (The University of Tokyo) and Professor Tatsuki Kawakami (Ryukoku University)).

#### B. 発表論文

1. R. Takada and K. Yoneda : “Global solutions for the rotating magnetohydrodynamics system in the scaling critical Sobolev space”, to appear in Funkcialaj Ekvacioj.
2. T. Egashira and R. Takada : “Large Time Behavior of Solutions to the 3D Rotating Navier-Stokes Equations”, J.

Math. Fluid Mech. **25** (2023) article number 23.

3. H. Ohya and R. Takada : “Asymptotic limit of fast rotation for the incompressible Navier-Stokes equations in a 3D layer”, J. Evol. Equ. **21** (2021) 2591–2629.
4. R. Takada and K. Yoneda : “Higher-order interpolation inequalities with weights for radial functions”, Nonlinear Anal. **203** (2021) 112158.
5. R. Takada : “Long time solutions for the 2D inviscid Boussinesq equations with strong stratification”, manuscripta math. **164** (2021) 223–250.
6. R. Takada : “Strongly stratified limit for the 3D inviscid Boussinesq equations”, Arch. Ration. Mech. Anal. **232** (2019) 1475–1503.
7. M. Hieber, A. Mahalov and R. Takada : “Time periodic and almost time periodic solutions to rotating stratified fluids subject to large forces”, J. Differential Equations **266** (2019) 977–1002.
8. S. Lee and R. Takada : “Dispersive estimates for the stably stratified Boussinesq equations”, Indiana Univ. Math. J. **66** (2017) 2037–2070.
9. T. Iwabuchi, A. Mahalov and R. Takada : “Global solutions for the incompressible rotating stably stratified fluids”, Math. Nachr. **290** (2017) 613–631.
10. R. Takada : “Long time existence of classical solutions for the 3D incompressible rotating Euler equations”, J. Math. Soc. Japan **68** (2016) 579–608.

#### C. 口頭発表

1. Large time behavior of global solutions to the rotating Navier-Stokes equations, Geometric PDE and Applied Analysis Seminar, Okinawa Institute of Science and Technology Graduate University, Japan, February 2024.

2. Large time behavior of global solutions to the rotating Navier-Stokes equations, East Asian Workshop on Partial Differential Equations from Kinetics and Continuum Mechanics in Tokyo, Tokyo Institute of Technology, Japan, November 2023.
  3. Large time behavior of global solutions to the rotating Navier-Stokes equations, Workshop on Recent Developments in Evolutionary Equations and Related Topics, National Taiwan University, Taiwan, November 2023.
  4. Large time behavior of global solutions to the Navier-Stokes equations with the Coriolis force, MSJ-KMS Joint Meeting 2023, Tohoku University, Japan, September 2023.
  5. Global solutions for rotating MHD equations in the critical space, Recent development of mathematical geophysics, The 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, Waseda University, Japan, August 2023.
  6. Large time behavior of global solutions to the Navier-Stokes equations with the Coriolis force, 応用数理解析セミナー, 東北大学, 2023年6月.
  7. Global solutions for the incompressible rotating MHD equations in the scaling critical Sobolev space, International Workshop on Multi-Phase Flows: Analysis, Modelling and Numerics, Waseda University, Japan, December 2022.
  8. Global solutions for the incompressible rotating MHD equations in the scaling critical Sobolev space, 解析セミナー, 神戸大学, 2022年10月.
  9. Global solutions for the incompressible rotating MHD equations in the scaling critical Sobolev space, NLPDE セミナー, 京都大学, 2022年10月.
  10. 回転成層流体に現れる分散性と異方性の数理解析, 東京大学数理科学講演会, 東京大学, 2022年7月.
- D. 講義
1. 数理科学基礎 (微分積分): 極限と連続性, 1変数関数の微分, 2変数関数のグラフと偏微分. (教養学部前期課程講義)
  2. 微分積分学①: 1変数関数の微分, 多変数関数の微分. (教養学部前期課程講義)
  3. 解析学基礎: 実数の連続性,  $\varepsilon$ - $\delta$  論法, コンパクト性, Riemann 積分. (教養学部前期課程講義)
  4. 数物先端科学 V・解析学 XG: 振動積分の基礎理論とその偏微分方程式への応用について解説を行った. 前半では振動積分の基礎理論, および線形熱方程式の解に対する時間減衰評価と時空間積分評価を紹介した. 後半では流体力学に現れる非線形偏微分方程式への応用として, Coriolis 力付き線形 Stokes 方程式の解に対する時間減衰評価と時空間積分評価, および Coriolis 力付き非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の初期値問題に対する時間大域的適切性について解説した. (数理大学院・4年生共通講義)
  5. 基礎解析学概論・解析学 XB: 実解析と関数空間の基礎. (数理大学院・4年生共通講義)
  6. 数理科学セミナー II: 関数解析学に関するセミナー科目. (教養学部統合自然科学科講義)
  7. 集中講義: Basic properties of oscillatory integrals and their applications to the incompressible rotating Navier-Stokes equations. (国立台湾大学, 2023年10月30日-11月28日)
- F. 対外研究サービス
1. 日本数学会 関数方程式論分科会 情報委員会運営委員
  2. 東京大学大学院数理科学研究科 応用解析セミナー 世話人
  3. RIMS 共同研究 (公開型) 「非圧縮性粘性流体の数理解析」研究代表者

## G. 受賞

日本数学会 函数方程式論分科会 第 15 回福原賞  
(2023 年 12 月 16 日)

## H. 海外からのビジター

1. Junha Kim (Research fellow, Korea Institute for Advanced Study, Republic of Korea): He stayed in the period May 14–31, 2023. We had discussions on the inviscid Boussinesq equations for rotating stably stratified fluids. He also gave a talk “On the wellposedness of generalized SQG equation in a half-plane” in Applied Analysis Seminar on May 18, 2023.
2. Xin Zhang (Assistant professor, Tongji University, China): He stayed in the period December 13–21, 2023. We had discussions on the temperature patch problem for the Boussinesq equations.

## 田中公 (TANAKA, Hiromu)

### A. 研究概要

正標数における代数多様体の極小モデル理論が研究テーマである。本年度は、正標数の極小モデルプログラムとファノ型多様体について研究した。これらの研究テーマに関していくらか新しい結果が得られた。

I study minimal model program for algebraic varieties in positive characteristic. In this academic year, I studied minimal model program and varieties of Fano type in positive characteristic. I established some new results on these topics.

### B. 発表論文

1. Y. Gongyo, Y. Nakamura, H. Tanaka : “Rational points on log Fano threefolds over a finite field”, *J. Eur. Math. Soc.* **21** (2019), no. 12, 3759–3795.
2. Y. Nakamura, H. Tanaka : “A Witt Nadel vanishing theorem for threefolds”, *Compos. Math.* **156** (2020), no. 3, 435–475.
3. H. Tanaka : “Abundance theorem for sur-

faces over imperfect fields”, *Math. Z.* **295** (2020), no. 1-2, 595–622.

4. P. Cascini, H. Tanaka : “Relative semi-ampleness in positive characteristic”, *Proc. Lond. Math. Soc.* (3) **121** (2020), no. 3, 617–655.
5. H. Tanaka : “Pathologies on Mori fibre spaces in positive characteristic”, *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci.* (5) **20** (2020), no. 3, 1113–1134.
6. K. Hashizume, Y. Nakamura, H. Tanaka : “Minimal model program for log canonical threefolds in positive characteristic”, *Math. Res. Lett.* **27** (2020), no. 4, 1003–1054.
7. H. Tanaka : “Invariants of algebraic varieties over imperfect fields”, *Tohoku Math. J.* (2) **73** (2021), no. 4, 471 – 538.
8. H. Tanaka : “On p-power freeness in positive characteristic”, *Math. Nachr.* **294** (2021), no. 10, 1968 – 1976.
9. H. Tanaka : “Vanishing theorems of Kodaira type for Witt canonical sheaves”, *Selecta Math. (N.S.)* **28** (2022), no. 1, Paper No. 12, 50 pp.
10. F. Bernasconi, H. Tanaka : “On del Pezzo fibrations in positive characteristic”, *J. Inst. Math. Jussieu* **21** (2022), no. 1, 197 – 239.

### C. 口頭発表

1. On Mori fibre spaces in positive characteristic, Tokyo-Seoul Conference in Mathematics 2019 - Algebraic Geometry -, The University of Tokyo, Japan, 2019 年 11 月.
2. Rational points and minimal model program in positive characteristic, RIMS Symposia: Rational Points on Higher Dimensional Varieties, Research Institute for Mathematical Sciences, Japan, 2019 年 12 月.
3. On Mori fibre spaces in positive charac-

teristic, Algebraic and Arithmetic Geometry Conference, the University of Science and Technology of China, China, 2019 年 12 月.

4. On Mori fibre spaces in positive characteristic, Zoom in Algebraic Geometry, Zoom, 2021 年 1 月.
5. On Mori fibre spaces in positive characteristic, Workshop on birational geometry, Zoom, 2021 年 4 月.
6. Pathological examples in minimal model program of positive characteristic, Arithmetic algebraic geometry and mathematical physics, Zoom+ 京都大学 RIMS, 2021 年 12 月.
7. Pathological examples in minimal model program of positive characteristic, National Taiwan University-The University of Tokyo, Zoom+National Taiwan University, 2021 年 12 月.
8. 極小モデル理論について, 日本数学会、2022 年秋季総合分科会、企画特別講演, 北海道大学, 2022 年 9 月.
9. On quasi-F-splitting, Algebraic Geometry in East Asia, Zoom, 2022 年 10 月.
10. Classification of smooth Fano threefolds in positive characteristic, Algebraic Geometry Seminar, Zoom, 2023 年 9 月.

#### D. 講義

1. 数理科学基礎：微分積分学の導入部分に関する講義を行った。(S1 ターム、教養学部前期課程講義)
2. 微分積分学 1：線型代数学の講義を行った。(S2 ターム、教養学部前期課程講義)
3. 微分積分学 2：線型代数学の講義を行った。(A セメスター、教養学部前期課程講義)
4. 数理科学基礎演習：微分積分学の導入部分に関する講義を行った。(S1 ターム、教養学部前期課程講義)
5. 数学基礎理論演習：微分積分学の演習を行った。(S2 ターム、教養学部前期課程講義)
6. 微分積分学演習：微分積分学の演習を行っ

た。(A セメスター、教養学部前期課程講義)

7. 代数学 XD・数理代数学概論 II：代数曲線論の入門講義。リーマン・ロッホの定理などを扱った(A セメスター、数理大学院・4 年生共通講義)
8. 代数学 XF・代数幾何学：非特異 3 次元ファノ多様体について扱った。Iskovskih および Shokurov によって得られた結果をもとに、森・向井により非特異 3 次元ファノ多様体が分類されたが、本講義では森・向井による分類の証明について概説した。証明の中でも用いられる道具(錐定理やデルタ種数など)についても解説した。(S セメスター、数理大学院・4 年生共通講義)

#### F. 対外研究サービス

1. 東大代数幾何セミナー世話人.

#### H. 海外からのビジター

1. Jakub Witaszek (Princeton University), 2023 年 4 月-5 月.
2. Fabio Bernasconi (EPFL), 2023 年 8 月.
3. Haidong Liu(Sun Yat-sen University), 2023 年 11 月.

#### 寺田 至 (TERADA Itaru)

##### A. 研究概要

以前, Brauer diagram と updown tableau の対応を与える Stanley/Sundaram の対応を, 冪零線型変換と symplectic form と flag に関連するある代数多様体を構成して幾何的に解釈できることを示した (“Brauer diagrams, updown tableaux and nilpotent matrices”, J. Algebraic Combin. **14** (2001), 229–267) が, これに関連して, Springer による一般化された Steinberg 多様体を用いて Trapa が与えた, Brauer diagram と列の長さが偶数の標準盤との間の対応に関する研究を進めている. 特に, Trapa と類似の対応を上述の代数多様体に関して考えると, 通常の Robinson–Schensted 対応の一部が得られる. また, 形が  $\lambda/\mu$  で重みが  $\nu$  の Littlewood–Richardson tableau は, Grassmann 多様体とベキ零線型変換から決まるある代数多様体の既約成分を parametrize する. Azenhas の記述し

た,  $\mu$  と  $\nu$  を交換する Littlewood–Richardson tableau の間の全単射が, 双対空間の間の自然な対応から引き起こされる既約成分の間の全単射と一致することを示した (何度か口頭発表を行い, 論文を投稿用に編集中). これに関連し, Azenhas の全単射の対合性の組合せ論的証明を, Azenhas の方針を途中まで用いながら完成した. これらを hive という概念を用いた形に言い換え, Azenhas, King 両氏との共同研究としてまとめた (arXiv:1603.05037, 109pp.). その大改訂版が出版済みである (“The symmetry of Littlewood–Richardson coefficients: a new hive model involutory bijection”, SIAM J. Discrete Math. **32** (2018), 2850–2899). その後 semistandard tableau に対応する K-hive に関して, Littlewood–Richardson hive との関係, semistandard tableau への column insertion に対応する hive operation, いくつかの鏡映的変換などについて結果を得始めている.

In relation to my former study on a geometric interpretation of Stanley and Sundaram’s correspondence between the Brauer diagrams and the updown tableaux by constructing an algebraic variety concerning nilpotent linear transformations, symplectic forms, and complete flags (“Brauer diagrams, updown tableaux and nilpotent matrices”, J. Algebraic Combin. **14** (2001), 229–267), some progress has been made on the study of the correspondence between the Brauer diagrams and the standard tableaux with even column lengths, given by Trapa using Springer’s generalized Steinberg variety. In particular, a correspondence similar to Trapa’s for the algebraic variety mentioned above produces a part of the ordinary Robinson–Schensted correspondence. In another direction, the Littlewood–Richardson tableaux of shape  $\lambda/\mu$  and weight  $\nu$  parametrize the irreducible components of a certain algebraic variety defined using the Grassmannian and a nilpotent linear transformation. The bijection between the Littlewood–Richardson tableaux switching  $\mu$  and  $\nu$ , as de-

scribed by Azenhas, has been shown to coincide with the bijection between the irreducible components induced by a natural correspondence between the dual Grassmannians (talks were given several times, and the paper is under preparation for publication). A combinatorial proof of the involutiveness of Azenhas’ bijection has been completed by following her method up to a certain point. These have been converted into collaborations with Azenhas and King using the notion of hives (arXiv:1603.05037 (109 pp.)). An extensively revised edition has been published (“The symmetry of Littlewood–Richardson coefficients: a new hive model involutory bijection”, SIAM J. Discrete Math. **32** (2018), 2850–2899). Some results on K-hives, objects corresponding to semistandard tableaux, are beginning to appear, in particular on its relationship with Littlewood–Richardson hives, the hive operation corresponding to column insertion into semistandard tableaux, and certain flip type operations.

#### D. 講義

1. 代数学 I・代数学特別演習 I: 代数学の入門講義, 群・環の基礎的な理論を扱った. (理学部 3 年生向け講義)
2. 常微分方程式: 常微分方程式の基礎, 典型的な場合の解法などを扱った. (教養学部前期課程講義)
3. 代数学 XE・数物先端科学 II: Littlewood–Richardson 係数と Hall 多項式. I. G. Macdonald の “Symmetric functions and Hall polynomials” の第 1 章 9 節で扱われている Littlewood–Richardson 法則 (Schur 関数の積を Schur 関数の 1 次結合で表す係数が Littlewood–Richardson tableau の個数として求まること) の証明, 特に同書で省略されている, 同書で構成された写像が全射であることの証明を含めて詳細に述べた. さらに同書第 2 章で扱われている Hall 多項式の理論を紹介した. (数理大学院・4 年生共通講義)
4. 数学 I(1)(PEAK): PEAK 課程学生向けの微積分入門講義. 一部日本の課程では高校

で扱われる内容も含め、主に1変数関数の微積分を扱った。(教養学部前期課程講義)

## 長谷川 立 (HASEGAWA Ryu)

### A. 研究概要

(1) 線形圏の研究: 線形圏は線形論理の圏論化である。線形論理は計算体系としての顔をもっていて、それを通して分析できる。公理系の定め方にも依存するが、たとえば2つの証明図が等しいか計算で機械的に決定できる。圏論化であるところの線形圏も同等の性質をもっていることが期待されるが、簡単ではない。計算の段階ごとに正確に対応しているわけではなく、線形圏の方が精密になっているからである。そこで線形圏のコヒーレンスが決定できるかという問題を考えている。純粋な線形圏のコヒーレンスにも興味をもっているが、ユニットの扱いが難しい。混合規則をもつ混合線形圏の方がユニットを扱いやすいので、特に、混合線形圏のコヒーレンスを調べている。次項で述べる動的グラフの組合せ最適化を道具に用いて調べている。

(2) 動的なグラフの組合せ最適化: Mac Lane が半世紀前に始めたときからそうだったように、圏論のコヒーレンスを論じる際にはよくグラフ構造が用いられる。線形圏はスター自律圏に基づき、やはりグラフ構造を用いて分析される。しかし、既存のものと異なる特徴として、動的なグラフが現れる。伝統的なグラフ理論が対象とするのは主に静的なグラフである。グラフがダイナミックに変化する状況は、応用では頻繁に現れるが、標準的なグラフ理論のテキストではほとんど論じられていない。動的なグラフとして、特にスイッチをもつグラフの構造を調べている。また組合せ最適化の観点から効率的なアルゴリズムについて調べている。特に、Tutte の反対称グラフとの関連を軸にして調べている。一般的なグラフに対するマッチング問題の現在知られている最も効率的なアルゴリズムは反対称グラフの性質に依拠している。線形圏のコヒーレンスの研究においても、マッチングの性質が有効に利用できる。

(1) The study of linear category: The linear category is the categorification of linear logic.

The properties of linear logic can be explored using computation, as it has aspects of a computational system. For example, we can mechanically decide if two proof figures are equal, although this process is influenced by how we axiomatize the system. It is natural to anticipate that the linear category, being the categorification of the logic, shares a similar trait, but unfortunately, we find this not to be so obvious. There is no exact correspondence between logic and category at the level of computational steps. Indeed, the linear category serves as a refinement of linear logic. Consequently, we are engaged in the decidability of the coherence problem of the linear category. While we also have an interest in the pure linear category, it has a setback that units are difficult to handle. The mixed linear category, equipped with the mix-rule, has more manageable units, prompting us to the investigation of the coherence problem for this latter category. To this end, we employ the combinatorial optimization for dynamic graphs, a topic discussed in the next part.

(2) Combinatorial optimization for dynamic graphs: From Mac Lane's pioneering study in the mid-twentieth century, graphs have been widely employed in the study of the coherence problem in category theory. The linear category is based on the star-autonomous category, the coherence of which is also analyzed using graph structures. Unlike other situations, however, the star-autonomous category requires the graphs that change shapes dynamically. Traditional graph theory predominantly deals with static graphs. The occurrence of dynamically changing graph shapes is common in various applications, though rarely discussed in standard graph theory literature. We are exploring dynamic graphs, particularly those having switches. Additionally, we study efficient algorithms for such graphs from the aspects of combinatorial optimization. Specifically, we are examining relationship with Tutte's antisym-

metric graphs, which underlie the most efficient algorithms currently known for solving the matching problem for general graphs. The matching is also applicable in studying the coherence problem of the linear category.

#### B. 発表論文

1. R. Hasegawa: “A Categorical Reduction System for Linear Logic”, Theory and Applications of Categories, Vol. 35, 2020, No. 50, pp 1833-1870.
2. R. Hasegawa: “Complete Call-by-Value Calculi of Control Operators II: Strong Termination”, Logical Methods in Computer Science, March 2, 2021, Volume 17, Issue 1

#### D. 講義

1. 数学 II: 文系向けの線形代数入門。(教養学部前期課程講義)
2. 応用数学 XC (本郷): 計算理論と計算複雑性理論の入門。オートマトン, Turing 機械, 計算可能性/決定可能性, 時間複雑性, 空間複雑性に関する基本事項を解説した。(理学部 3 年生向け講義)
3. 計算数学 I: プログラミング言語の数学的基礎: ラムダ計算をもとにプログラミング言語設計の背後にある数学的理論を説明した。合流性, Turing 完全性, 型理論, 操作的意味論等。(理学部 3 年生向け講義)
4. 応用数学 XB: 2 階単項論理の体系 S2S の決定可能性の証明, およびその周辺を解説した。講義内容: オートマトンを用いた Presburger 算術の決定可能性。2 階単項論理 S1S。Büchi オートマトンと種々の受理条件。 $\omega$  正則言語。Safra 木構成による決定化。Büchi オートマトンを用いた体系 S1S の決定可能性。木オートマトン, 特にパリティ木オートマトン。パリティゲームの決定性。木オートマトンを用いた体系 S2S の決定可能性。線形順序の 2 階単項論理および  $S\omega S$  の決定可能性。配布した資料ではモデル検査との関連についても触れたが, 授業中では述べる時間がなかった。講義は英語・日本語の両方で行った。(数

理大学院・4 年生共通講義)

#### E. 修士・博士論文

1. (修士) 箕浦 晴弥 (MINOURA Haruya): 関連圏からのデカルト圏の普遍的再構成。
2. (修士) 洞 龍弥 (HORA Ryuya): Two classification theorems of quotient toposes (商トポスの二つの分類定理)。

#### 林 修平 (HAYASHI Shuhei)

##### A. 研究概要

昨年度は nonsingular Axiom A endomorphism を含む  $C^1$  endomorphism について, Jenkinson による TPO (Typically Periodic Optimization) 予想を研究した。今年度はその考察をより一般的に進めて, コンパクト距離空間上の分離的な連続写像に関する位相力学系の文脈において TPO 予想を研究した。位相力学系に対する TPO 予想については, 通常双曲力学系における Anosov Closing Lemma をより精密な形で位相的に表現した性質と Mañé-Conze-Guivarc’h-Bousch property と呼ばれる性質を仮定する。しかしながら, 前者の性質だけを仮定して TPO 予想にどこまで接近できるかを考えた。

In the last academic year, I studied the TPO Conjecture by Jenkinson for  $C^1$  endomorphisms including nonsingular Axiom A endomorphisms. In this academic year, I proceeded to investigate more generally, studying the TPO Conjecture in the context of topological dynamical systems concerning expansive continuous maps on a compact metric space. For the TPO Conjecture in the topological dynamical systems, usually some property corresponding to the Anosov Closing Lemma in the hyperbolic dynamical systems, expressed more precisely by a topological form, and the so-called Mañé-Conze-Guivarc’h-Bousch property are assumed. However, I considered how can we approach to the TPO Conjecture assuming only the former property.

## B. 発表論文

1. S. Hayashi: "A forward Ergodic Closing Lemma and the Entropy Conjecture for nonsingular endomorphisms away from tangencies", *Discrete Contin. Dyn. Syst.* **40** (2020) 2285–2313.
2. S. Hayashi: "Erratum and Addendum to "A forward Ergodic Closing Lemma and the Entropy Conjecture for nonsingular endomorphisms away from tangencies" (Volume 40, Number 4, 2020, 2285-2313)", *Discrete Contin. Dyn. Syst.* **42** (2022) 2433–2437.

## C. 口頭発表

1. An asymptotic closing lemma and its applications, 冬の力学系研究集会, 日本大学 軽井沢研修所, 2019 年 1 月.
2. The forward Ergodic Closing Lemma for nonsingular  $C^1$  endomorphisms, RIMS 研究集会「力学系 - 新たな理論と応用に向けて-」 京都大学 2019 年 6 月.
3. On the TPO conjecture for nonsingular  $C^1$  endomorphisms, RIMS 研究集会「力学系理論の展開と応用」 京都大学 2023 年 6 月.

## D. 講義

1. 数学 I : 文系を対象とした微分積分学の入門講義. (教養学部前期課程講義)
2. 数学統論 XG・力学系 : 可微分力学系の双曲理論と位相的エントロピーの入門講義. まず力学系の例として  $S^1$  上のある離散力学系と 2 次元トーラス上の Cherry flow を扱った. その後, Hartman-Grobman の定理や安定・不安定多様体定理, 双曲型集合に関する擬軌道追跡性を示した後, 双曲型集合に関する構造安定性を証明し, Axiom A 系が安定性につながることを考察した. 最後に, 位相的エントロピーの定義および例と基本的な性質を講義し, 応用としてホモクリニック接触を持つもので  $C^1$  近似できない nonsingular endomorphism に関

する Shub のエントロピー予想の証明に必要な, コンパクト距離空間上の連続関数  $f$  の性質「任意の  $f$  不変確率測度に関するほとんどすべての点に対してエントロピー分離性を持つならば,  $f$  はエントロピー分離性を持つ」を証明した. (数理大学院・4 年生共通講義)

## 松井千尋 (MATSUI Chihiro)

### A. 研究概要

1. **開放量子系における厳密な定常状態の構成**  
孤立量子系の可解性に関する研究の歴史は長く, 代表的なものとして量子可積分系が挙げられる. 一方, 近年定常状態が厳密に求まる開放量子系の研究が盛んに行われている. 開放量子系の可解性には二種類あり, 一つは全ての固有モードが厳密に求まり完全可解なもの, もう一つは定常状態のみ厳密に求まる部分可解なものである. 特に後者の場合に対し, 厳密な定常状態の構成を行った. 開放量子系の部分可解性はシステムハミルトニアン<sup>1</sup>の可解性と合わせて議論されることが多いが, 境界に磁場を印加した場合やバルクに不純物を含む場合へ議論を一般化し, 定常状態や物理量の振る舞いの違いを明らかにした.
2. **準局所保存量を用いた量子可積分系の緩和状態の記述**  
一般的な孤立量子系は非平衡状態から熱的平衡状態へ緩和するのに対し, 可積分系は熱的平衡状態とは異なる定常状態へ緩和する. これは, 可積分系がもつ多数の保存量により緩和過程が制限されることに起因する. 熱力学で記述される大きな系ではエネルギーのような物理量が相加性を持つが, 可積分系におけるいくつかの保存量は局所演算子でないにも関わらず相加性を持つことが知られている. このような準局所保存量に着目し, 相加的かつ関数的に独立な保存量の組により可積分系の緩和状態が記述されることを示した.
3. **頂点作用素による隠れた超対称性の定式化**  
超対称性は超対称チャージとエネルギー作

用素 (ハミルトニアン) により生成される。超対称性は並進対称性を含むため、離散系における定義には工夫が必要である。例えば、陽に超対称性を持たないいくつかの可積分量子スピン鎖では、システムサイズを変化させる演算子を超対称チャージとすることで隠れた超対称性を定義できる。このような場合に対し、頂点作用素を用いて超対称チャージを定式化した。これにより、離散系に対して定義された超対称性がその連続極限で現れる超対称性と整合的であることを示した。

### 1. Construction of exact steady states for open quantum systems

Research on the solvability of isolated quantum systems has a long history, with quantum integrable systems being representative. On the other hand, research on open quantum systems with exactly solvable steady states has been actively conducted in recent years. There are two types of solvability for open quantum systems: one where all eigenmodes are exactly determined, making it completely solvable, and the other where only steady states are exactly solved, making it partially solvable. We are especially focusing on the latter case and constructed exact steady states. The partial solvability of open quantum systems is often discussed in association with the solvability of system Hamiltonians. We have generalized the discussion to the cases where a magnetic field is applied to the boundaries or when the bulk contains impurities, by showing differences in the behavior of steady states and physical quantities.

### 2. Description of long-time steady states of quantum integrable systems by quasilocal conserved quantities

General isolated quantum systems relax from a nonequilibrium state to a thermal equilibrium state, whereas integrable systems relax to a steady state different from a thermal equilibrium one. This is because many conserved quantities of integrable systems restrict relaxation processes. Some of non-local conserved quantities of integrable systems are known to possess extensivity in a large system described by thermodynamics, in which physical quantities like energy possess extensivity. By focusing on such quasilocal conserved quantities, we showed that relaxation states of integrable systems are described by a set of functionally independent extensive conserved quantities.

### 3. Vertex-operator formulation of hidden supersymmetry

A supersymmetry is generated by supercharges and an energy operator (Hamiltonian). A supersymmetry needs to be modified on a discrete system, since it contains the translation symmetry which breaks in a discrete system. For instance, the actions of supercharges are redefined to change the system length on a certain class of integrable spin chains possessing a hidden supersymmetry. We formulate these supercharges by using vertex operators. Subsequently, we show the equivalence between the discrete analog of the supersymmetry on a spin chain and the supersymmetry on a system obtained as the continuum limit of the corresponding spin chain.

### 4. Construction of stochastic processes associated with higher-dimensional representations of quantum groups

The asymmetric simple exclusion process, one of 1-dimensional multi-particle random walks, is a solvable stochas-

tic process whose time development is determined by a matrix given by the fundamental representations of quantum groups (Markov matrix). We construct new integrable stochastic processes by using the higher-dimensional representations of the quantum groups as Markov matrices. A Markov matrix must satisfy the positivity of non-diagonal elements and the zero-sum rule for each column. Therefore, the higher-dimensional representations constructed from the fusion rule cannot be used as a Markov matrix. We construct a matrix equipped with the two requirements above by decomposing the fused matrix in a proper way.

#### B. 発表論文

1. C. Matsui : “Nonequilibrium physics in integrable systems and spin-flip non-invariant conserved quantities”, J. Phys. A: Math. Theor. **53** (2020) 134001.
2. C. Matsui and N. Tsuji : “Exact steady states of the impurity-doped XXZ spin chain coupled to dissipators”, Accepted in Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment.
3. C. Matsui : “Exactly solvable subspaces of nonintegrable spin chains with boundaries and quasiparticle interactions”, Accepted in Physical Review B.

#### C. 口頭発表

1. “Non-Hermitian quasilocal charges and non-equilibrium behavior of the XXZ model”, International Workshop: Theoretical Developments and Experimental Progresses in Quantum Matter: Dynamics of Quantum Magnetism, Tsung-Dao Lee Institute (China), 2019 年 8 月.
2. “Nonequilibrium physics in integrable systems and spin-flip non-invariant conserved quantities”, Baxter 2020: Frontiers in Integrability, The Australian National University (Australia), 2020 年 2

月.

3. “Nonequilibrium physics of the XXZ model and spin-flip non-invariant conserved quantities”, RIGOROUS STATISTICAL MECHANICS AND RELATED TOPICS II, Online workshop, 2020 年 11 月.
4. “Quasilocal charges of the XXZ spin chain and integrability of the boundary-driven diffusive system”, Integrable Quantum Many-Body Systems, Physikzentrum Bad Honnef (Germany), 2022 年 5 月.
5. “不純物を含む散逸付き XXZ 鎖の定常状態の解析”, 日本物理学会 2022 年秋季大会, 東京工業大学, 2022 年 9 月.
6. “Thermalization and relaxation of isolated quantum systems”, Women at the Intersection of Mathematics and Theoretical Physics Meet in Okinawa, OIST (OkiJapan), 2023 年 3 月.
7. “Analysis of the steady state of the impurity-doped XXZ spin chain coupled to dissipators”, New Frontiers in Integrability, Trinity College Dublin (Ireland), 2023 年 6 月.
8. “Steady state of the impurity-doped XXZ spin chain coupled to dissipators”, STATPHYS28, The University of Tokyo (Japan), 2023 年 8 月.
9. “Exactly solvable subspaces of spin-1 chains with boundaries and quasiparticle interactions”, 10th Bologna Workshop on Conformal Field Theory and Integrable Models, University of Bologna (Italy), 2023 年 9 月.
10. “境界付き非可積分量子スピン鎖における可解な部分空間”, 日本物理学会 第 78 回年次大会, 東北大学, 2023 年 9 月.
11. “Partial solvability and related physical phenomena”, ANZAMP Meetings 2024, The Hotel Mountain Heritage (Australia), 2024 年 2 月.

#### D. 講義

1. 数理科学基礎／線型代数学 1：数理科学の高大接続部分，および線型代数の導入部分を取り扱った。（教養学部前期課程講義）
2. 線型代数学 2：線型代数の基礎部分を取り扱った。（教養学部前期課程講義）
3. 現象数理 II・現象数理学・非線形数理：様々な分野における自然現象を記述する数理モデルについて，オムニバス形式の講義を行なった。（数理大学院・4年生共通講義・教養学部基礎科学科講義）
4. 現象数理 III・数理解析学概論：量子力学および統計力学の入門部分を取り扱った。（数理大学院・4年生共通講義）
5. 応用数学 XC・数物先端科学 VIII：量子情報の導入部分に関して講義を行なった。密度行列・量子もつれ（量子エンタングルメント）・量子測定・量子操作・エントロピーといったトピックを問い扱いつつ，量子論の基礎や量子統計の考え方について説明した。（数理大学院・4年生共通講義）

#### E. 修士・博士論文

1. (博士) 東康平 (HIGASHI Kohei): Fuzzy cellular automaton and systems with singular integrals and their applications.

#### 松尾 厚 (MATSUO Atsushi)

##### A. 研究概要

私は，これまで共形場理論に関連するさまざまな数学的構造の研究を行ってきたが，現在では，主として頂点作用素代数の対称性に関する研究を行っている。

正定値偶格子から構成される頂点作用素代数は，頂点作用素代数のもっとも基本的かつ重要な例であり，正定値整格子の構成は頂点作用素代数の対称性の研究の基礎となる。

そこで，今年度は，昨年度よりもさらに基本に立ち返り，正定値整格子の新しい構成法を考案し，島倉裕樹氏（福岡大学）と共同でその諸性質に関する考察を行った。また，昨年度までの研究成果を踏まえ，頂点代数の基礎理論をまとめた日本語の入門書の共同執筆を開始した。

I have been working on various mathematical aspects of two-dimensional conformal field theories. Currently, I am mainly working on symmetries of vertex operator algebras (VOAs).

As the VOAs associated with positive-definite even lattices are the most fundamental examples of VOAs, construction of such lattices indeed holds an important position in the study of the symmetries of VOAs.

This year, returning back to more basics of the theory, I considered a new construction of positive-definite integral lattices and investigated their properties jointly with Prof H. Shimakura (Fukuoka University). In addition, based on my research achievements in previous years, I started a joint work of writing an introductory book on basic theories of vertex algebras in Japanese.

##### B. 発表論文

1. Atsushi Matsuo: “Lectures on vertex algebras”. London Math. Soc. Lecture Note Ser., 487, Cambridge University Press, London, 2024.
2. 松尾 厚: “大学数学ことはじめ”，東京大学出版会，2019。（東京大学数学部会編）

##### C. 口頭発表

1. “Introduction to vertex algebras and vertex operator algebras”, Minicourse for Graphs and Groups, Geometries and GAP (G2G2) Summer School — External Satellite Conference of the 8th European Congress of Mathematics. Rogla, Slovenia, June 2021. (10 lectures delivered online from Tokyo.)
2. “On commutative nonassociative algebras associated with partial triple systems.” One Day Workshop on Vertex Algebra. Institute of Mathematics, Academia Sinica, Taipei, Taiwan, September, 2019.

#### D. 講義

1. 数学 II (PEAK) : 英語による線型代数の入門講義, (教養学部前期課程講義)
2. ベクトル解析: ベクトル解析の入門講義, (教養学部前期課程講義)
3. 幾何学 II : 位相幾何学の基礎的内容である基本群とホモロジー群に関する入門講義, (3年生向け講義)
4. 幾何学特別演習 II : 位相幾何学および微分幾何学の基礎的内容に関する口述演習. 今年度は, 幾何学 II から独立した演習とする方式を試行した. (3年生向け演習)

#### E. 修士・博士論文

1. (修士) 野田知宏 (NODA Tomohiro): 斜交 Hall - Littlewood 多項式と昇降作用素を用いた斜交 Schur 関数の変形について

### 松本 久義 (MATUMOTO Hisayosi)

#### A. 研究概要

私の専門は表現論特に実簡約群あるいは複素簡約リー代数の表現論である。有限次元リー代数は簡約リー代数と冪零リー代数の半直和に分解するが、このことは自由度有限の対称性は簡約部分と冪零部分とのくみあわせとして理解できることを意味する。冪零リー代数は可換リー代数の組み合わせとみなせるので、結局簡約リー群(代数)は非可換な対称性の本質的な部分を担っているとみなせる。近年の私の興味を中心はスカラー型の一般化パルマ加群の間の準同型の分類である。

$\mathfrak{g}$  を複素簡約リー代数、 $\mathfrak{p}$  をその放物型部分代数とする。 $\mathfrak{g}$  の  $\mathfrak{p}$  の一次元表現からの誘導表現はスカラー型の一般化 Verma 加群と呼ばれる。 $\mathfrak{p}$  が Borel 部分代数の時が Verma 加群である。スカラー型の一般化 Verma 加群の間の準同型は一般化旗多様体上の同変直線束の間の不変線形微分作用素と対応しており、一般化された旗多様体をモデルとする、parabolic geometry の観点からも興味深い。Verma 加群の間の準同型を決定することは、Verma, Bernstein-Gelfand-Gelfand によって 1970 年前後あたりから知られている有名な結果がある。(Verma は準同型の存在の十分条件を与え、Bernstein-Gelfand-Gelfand はそれが

必要条件になっていることを示した。) 一般化 Verma 加群の場合は、1970 年代に Lepowsky が実半単純 Lie 代数の極小放物型部分代数の複素化の場合に Verma の結果を拡張するなど、基本的な結果を幾つか得たが同時に Verma 加群の場合に比べはるかに難しいことが認識されいまだ分類問題は一般的な状況では未解決である。Boe は  $\mathfrak{p}$  が極大かつ冪零根基が可換である場合に分類問題を解決した。一般の極大放物型部分代数の  $\mathfrak{p}$  は松本によって解決された。Category  $\mathcal{O}$  の各ブロックの圏としての構造が、整 Weyl 群の情報のみでできてしまうという有名な結果を確立したのが Soergel の結果であるが、それを使うと一般化 Verma 加群は  $\mathcal{O}$  の対象であるため極大放物型部分代数の場合のスカラー型一般化 Verma 加群の間の準同型から組織的に一般の場合のスカラー型一般化 Verma 加群の間の準同型の存在が示せる。これを elementary homomorphism という。この elementary homomorphism は Verma 加群の場合に [Ve] によって存在を示された準同型のスカラー型一般化 Verma 加群の場合への一般化になっている。上述の Bernstein-Gelfand-Gelfand の結果は Verma による準同型の合成によってすべての 0 でない Verma 加群の間の準同型が得られるというように言い換えられるのでそれに対応してスカラー型一般化 Verma 加群の間の 0 でない準同型はすべて elementary homomorphism の合成になっているという予想が定式化できこの予想が肯定的なら準同型の分類問題が解決できたことになる。最近の成果は以下のとおりである。まず、A 型単純リー代数に対して上記予想を肯定的に解決した。A 型以外の古典型リー代数の場合について現在は取り組んでいる。A 型の場合に適用した手法を B 型、C 型の場合に適用しようとすると残念ながら一般的な放物型部分代数の場合にはうまく行かない。ただし、A 型で得られた結果を拡張できる場合もある。例えば C 型の場合放物型部分代数の Levi part は「ランクの落ちた C 型」といくつかの  $\mathfrak{gl}$  たちの直和になっているがすべての  $\mathfrak{gl}$  のランクの偶奇が一致しているような場合である。無限小指標が regular という条件がつくが対応する一般化旗多様体の余接束からのモーメント射がその像の上で双有理の場合はこの条件がはずせる。

My research interests are in representation theory, in particular representation theory of real reductive groups and complex reductive Lie algebras. A finite dimensional Lie algebra is a semidirect product of a reductive algebra and a nilpotent algebra. This fact more or less implies any finite-dimensional symmetry is understood as a combination of a reductive Lie group and a Lie nilpotent group. Nilpotent groups can be understood as combinations of abelian groups. So, reductive groups form essential parts of symmetries. Recently, I have been working mainly on the classification of the homomorphisms between scalar generalized Verma modules.

Let  $\mathfrak{g}$  be a complex semisimple Lie algebra and let  $\mathfrak{p}$  be its parabolic subalgebra. The induced module of one-dimensional representation of  $\mathfrak{g}$  is called a (scalar) generalized Verma module. If  $\mathfrak{p}$  is a Borel subalgebra, it is called a Verma module. Classification of the homomorphisms between scalar generalized Verma modules is equivalent to that of equivariant differential operators between the spaces of sections of homogeneous line bundles on generalized flag manifolds. So, it is important from the viewpoint of the parabolic geometry. A sufficient condition for the existence of the homomorphisms between Verma modules is given by Bernstein, I. M. Gelfand, and S. I. Gelfand proved the condition of Verma is also a necessary condition. Later, Lepowsky studied the generalized Verma modules case and obtained some elementary results. As Lepowsky pointed out, the classification problem for homomorphisms between generalized Verma modules is much more difficult than the Verma modules. The problem is still open. I have classified the homomorphisms between scalar generalized Verma modules associated with maximal parabolic subalgebras. Soergel established that blocks of category  $\mathcal{O}$  are characterized in terms of integral Weyl groups. Using this result of Soergel, we can construct a homomorphism between

scalar generalized Verma modules associated to a general parabolic subalgebra from a homomorphism between scalar generalized Verma modules associated to a maximal parabolic subalgebra. We call such a homomorphism an elementary homomorphism. I proposed the following conjecture.

**Conjecture** An arbitrary nontrivial homomorphism between scalar generalized Verma modules is a composition of elementary homomorphisms.

The conjecture in the case of the Verma modules is nothing but the result of Bernstein-Gelfand-Gelfand. The conjecture is affirmative in the case of the type A. Unfortunately, the argument for type A is not applicable to general parabolic subalgebras of other classical Lie algebras. However, using the method, we can generalize the result for type A to a class of parabolic subalgebras of simple Lie algebras of type B and C, under the assumption that the infinitesimal character is regular, If the moment map of the cotangent bundle of the generalized flag variety to its image, we may remove the assumption.

#### C. 口頭発表

1. (1) Gevrey completion of a Whittaker module over  $sl_2$  保型形式と数論 池田保先生還暦記念集会, 京都大学理学部数学教室 2023年1月
2. (2) 一般化バルマ加群を巡って(概説講演), 表現論シンポジウム 2021年 11月 on line
3. (3) On the homomorphism between scalar generalized Verma modules for complex simple Lie algebras of type B and C, International Symposium on “Advances and Perspectives in Representation Theory” 2019年 10月 Qingdao, China
4. (4) On the homomorphism between scalar generalized Verma modules for complex simple Lie algebras of type B and C, Representation theory of reduc-

tive Lie groups and algebras 2019 年 3  
月 東京大学

#### D. 講義

1. 微分積分学続論 学部 2 年生向けの多変数の微積分学
2. 常微分方程式 (前期課程 2 年生)
3. 数学 I : 文科系学生向けの解析学入門講義
4. 「全学自由研究ゼミナール」, 教養学部 1, 2 年生対象 対称群の表現論

### 三枝 洋一 (MIEDA Yoichi)

#### A. 研究概要

$p$  進簡約代数群の表現を局所 Galois 表現によってパラメータ付ける局所ラングランズ対応に興味を持っている. 特に, Rapoport–Zink 空間と呼ばれる  $p$  進体上のリジッド空間の  $\ell$  進エタールコホモロジーと局所ラングランズ対応の関係を中心的なテーマとして研究を進めている.

今年度は, Rapoport–Zink 空間のエタールコホモロジーのうち, どの次数に超尖点表現が現れるかという問題についての考察を行った. 私が以前得た, Rapoport–Zink 空間のエタールコホモロジーと Zelevinsky 対応の関係に関する結果と, 最近の Hamann による結果を組み合わせることで, Rapoport–Zink 空間を与える局所志村データが Hodge–Newton 分解可能である場合に, 超尖点表現が現れるコホモロジー次数を絞り込むことができた. これは,  $\mathrm{GSp}_4$  の Rapoport–Zink 空間の  $i$  次エタールコホモロジーに超尖点表現が現れるのは  $i = 2, 3, 4$  の場合に限るという結果の一般化を与えるものである. ねじれ係数のエタールコホモロジーについても, 類似の現象が成り立っていることが期待される. これについては来年度の課題である.

以前より行っている, ラングランズ対応の本の執筆を進めた. また, モジュラー曲線の本を完成させた.

I am interested in the local Langlands correspondence, which parametrizes irreducible smooth representations of a  $p$ -adic reductive group by local Galois representations. More

specifically, I am mainly working on the problem relating the  $\ell$ -adic étale cohomology of the Rapoport–Zink spaces and the local Langlands correspondence.

This year I considered the problem of which degree of the étale cohomology of the Rapoport–Zink space has non-zero supercuspidal part. By combining my previous result on the relation between the étale cohomology of the Rapoport–Zink space and the Zelevinsky involution and a recent result of Hamann, I found a bound of cohomological degrees with non-zero supercuspidal part, under the condition that the local Shimura data giving the Rapoport–Zink space is Hodge–Newton decomposable. This is a generalization of my previous result that the  $i$ th étale cohomology of the Rapoport–Zink space for  $\mathrm{GSp}_4$  has a non-zero supercuspidal part only when  $i = 2, 3, 4$ . I am expecting that a similar phenomenon occurs in the torsion coefficient case. I plan to work it out in the next year.

I continued to write a book on the Langlands correspondence. I also completed another book on modular curves.

#### B. 発表論文

1. Y. Mieda : “Lefschetz trace formula and  $\ell$ -adic cohomology of Rapoport–Zink tower for  $\mathrm{GSp}(4)$ ”, *Mathematische Annalen* **385** (2023), 131–192.
2. Y. Mieda : “On the formal degree conjecture for simple supercuspidal representations”, *Mathematical Research Letters* **28** (2021), 1227–1242.
3. Y. Mieda : “Parity of the Langlands parameters of conjugate self-dual representations of  $\mathrm{GL}(n)$  and the local Jacquet–Langlands correspondence”, *Journal of the Institute of Mathematics of Jussieu* **19** (2020), 2017–2043.
4. Y. Mieda : “On irreducible components of Rapoport–Zink spaces”, *International Mathematics Research Notices*, Volume 2020, 2361–2407.
5. N. Imai and Y. Mieda : “Potentially

good reduction loci of Shimura varieties”, *Tunisian Journal of Mathematics* **2** (2020), 399–454.

6. Y. Mieda : “Note on weight-monodromy conjecture for  $p$ -adically uniformized varieties”, *Proceedings of the American Mathematical Society* **147** (2019), 1911–1920.

### C. 口頭発表

1. On Fargues–Scholze local Langlands correspondence for some supercuspidal representations of  $\mathrm{Sp}(6)$ , The fifth Japan–Taiwan Number theory conference, 国立澎湖科技大学, 2023 年 8 月 24 日.
2. On Fargues–Scholze local Langlands correspondence for some supercuspidal representations of  $\mathrm{Sp}(6)$ , Satellite Conference in Number Theory of International Congress of Basic Science, Morning-side Center of Mathematics, Chinese Academy of Sciences, 2023 年 7 月 13 日.
3. On supercuspidal part of the  $\ell$ -adic cohomology of the Rapoport–Zink space for  $\mathrm{GSp}(4)$ , The 2022 Pacific Rim Mathematical Association Congress, バンクーバー, 2022 年 12 月.
4. On supercuspidal part of the  $\ell$ -adic cohomology of the Rapoport–Zink space for  $\mathrm{GSp}(4)$ , 30eradecaen: 30e Rencontres arithmétiques de Caen, Université Caen Normandie, 2022 年 5 月.
5.  $\mathrm{GSp}(4)$  の Rapoport–Zink 空間の  $\ell$  進コホモロジーの超尖点部分について, 代数的整数論とその周辺 2021, 京都大学, 2021 年 12 月.
6. 局所 Langlands 対応と  $p$  進幾何, 大岡山談話会, 東京工業大学, 2021 年 11 月.
7. Local Saito–Kurokawa  $A$ -packets and  $\ell$ -adic cohomology of Rapoport–Zink tower for  $\mathrm{GSp}(4)$ , 保型形式, 保型表現, ガロア表現とその周辺, 京都大学 (オンライン), 2021 年 1 月.
8. Local Saito–Kurokawa  $A$ -packets and

$\ell$ -adic cohomology of Rapoport–Zink tower for  $\mathrm{GSp}(4)$ , The Eighth Pacific Rim Conference in Mathematics, UC Berkeley (オンライン), 2020 年 8 月.

9. Local Langlands correspondence and  $p$ -adic geometry, NTU Mathematics Colloquium, 国立台湾大学, 2020 年 3 月.
10. Introduction to the Langlands program, 国立台湾大学, 2020 年 3 月.

### D. 講義

1. 全学自由研究ゼミナール (モジュラー曲線と数論幾何学): モジュラー曲線を通して, Weil 予想やフェルマー予想, ラングランズ予想等, 現代整数論における大定理・大予想を概観する講義を行った. (教養学部前期課程講義)
2. 代数と幾何: 線型代数の講義. (理学部 2 年生向け講義)
3. 代数と幾何演習: 代数と幾何の演習. (理学部 2 年生向け講義)

### E. 修士・博士論文

1. (博士) 島田 了輔 (SHIMADA Ryosuke): Geometric Structure of Affine Deligne–Lusztig Varieties for  $\mathrm{GL}_n$
2. (修士) 高谷 悠太 (TAKAYA Yuta): Equidimensionality of affine Deligne–Lusztig varieties in mixed characteristic
3. (修士) 榊澤 海斗 (MASUZAWA Kaito): On the correspondence of simple supercuspidal representations of  $\mathrm{GSp}_{2n}$  and its inner form

### F. 対外研究サービス

1. 研究集会「代数的整数論とその周辺」2023 研究副代表者

## 三竹 大寿 (MITAKE Hiroyoshi)

### A. 研究概要

研究対象として扱ってきたものは非線形偏微分方程式であり, 特に Hamilton–Jacobi (HJ) 方程式に重点を置いてきた. この HJ 方程式は, 解析力学, 幾何光学, 最適制御, 微分ゲームにおける重

要な基礎方程式である。近年、同方程式に対する均質化、解の長時間挙動といった、基本的な漸近解析が著しく進展してきた。また、平均曲率流を代表とする界面運動を記述する偏微分方程式についても興味の対象である。これらの解析では、偏微分方程式における粘性解理論が基本的な役割を果たす。特に、今年度は

- (a) 時間分数べき HJ 方程式に均質化理論,
- (b) 燃焼モデルに現れる G 方程式に対する均質化理論
- (c) 固定された箇所をもつ界面運動に対する等高面法

について取り組み、幾つかの結果を得ることができた。論文として、今年度に [1] (B. 発表論文を参照) とプレプリント 3 本を発表した。さらに、これらの研究結果について 6 件の研究発表を行った。

This year, I worked on (a) Rate of convergence in homogenization of time-fractional Hamilton-Jacobi equations, (b) Bifurcation of homogenization and nonhomogenization of the curvature G-equation with shear flows, (c) A level-set method for a mean curvature flow with a prescribed boundary.

## B. 発表論文

1. H. Mitake, S. Sato: “On the rate of convergence in homogenization of time-fractional Hamilton-Jacobi equations”, NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl. 30 (2023) 30:68.
2. T. Kagaya, Q. Liu, H. Mitake: “Quasiconvexity preserving property for fully nonlinear nonlocal parabolic equations”, NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl. 30 (2023), no. 1, Paper No. 13, 28 pp.
3. J. Jang, D. Kwon, H. Mitake, H. V. Tran: “Level-set forced mean curvature flow with the Neumann boundary condition”, J. Math. Pures Appl. (9) 168 (2022), 143–167.
4. D. A. Gomes, H. Mitake, H. V. Tran:

“The large time profile for Hamilton-Jacobi-Bellman equations”, Math. Ann. 384 (2022), no. 3-4, 1409–1459.

5. Y. Giga, H. Mitake, S. Sato: “On the equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional diffusion equation”, J. Differential Equations 316 (2022), 364–386.
6. H. Mitake, H. V. Tran, T. S. Van: “Large time behavior for a Hamilton-Jacobi equation in a critical Coagulation-Fragmentation model”, Commun. Math. Sci. 19 (2021), no. 2, 495–512.
7. H. Mitake, L. Zhang: “Remarks on the generalized Cauchy-Dirichlet problem for graph mean curvature flow with driving force”, SN Partial Differ. Equ. Appl. (2021) 2:40.
8. H. Mitake, H. Ninomiya, K. Todoroki: “A level set approach for multi-layered interface systems”, Interfaces Free Bound. 22 (2020), no. 4, 383–400.
9. D. A. Gomes, H. Mitake, K. Terai: “The selection problem for some first-order stationary mean-field games”, Netw. Heterog. Media 15 (2020), no. 4, 681–710.
10. Y. Giga, H. Mitake, H. V. Tran: “Remarks on large time behavior of level-set mean curvature flow equations with driving and source terms”, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B 25 (2020), no. 10, 3983–3999.

## C. 口頭発表

1. H. Mitake, On the study of Hamilton-Jacobi equations from view point of the PDE theory, 2023/5/12, Frontiers in Hamilton-Jacobi equation and its applications, Q-BIO workshop, Tokyo, ハイブリッド開催.
2. H. Mitake, On the rate of convergence in homogenization of time fractional Hamilton-Jacobi equations, 2023/8/8,

RIMS 合宿型セミナー「Homogenization and/or non-local operators」, ニセコ.

3. H. Mitake, On the rate of convergence in homogenization of time fractional Hamilton-Jacobi equations, 2023/8/25, ICIAM 2023, 早稲田大学, ハイブリッド開催.
4. H. Mitake, On a level-set method for a mean curvature flow with a prescribed boundary, 2023/11/21, Probabilistic and game theoretical interpretation of PDEs, Madrid.
5. H. Mitake, ハミルトン・ヤコビ方程式の定量的均質化理論, 2024/1/24, 東京工業大学談話会.
6. H. Mitake, On asymptotic growth rate of solutions to level-set forced mean curvature flows with evolving spirals, 2024/3/26, East Asia Workshop on Non-linear Evolution Equations, 東京大学.

#### D. 講義

1. 数理科学基礎 (微分積分学)
2. 微分積分学 1
3. 微分積分学 2
4. ベクトル解析
5. 自然科学ゼミナール「自然科学に現れる微分方程式」
6. 教養学部 統合自然科学科 偏微分方程式論
7. 解析学 V (線形 PDE 入門), 同演習

#### F. 対外研究サービス

1. 国際研究集会 ICIAM 2023, minisymposium, 「Nonlinear PDE: beyond the well-posedness theory」を開催.

### 吉野 太郎 (YOSHINO Taro)

#### A. 研究概要

指数型分布族は, 最尤推定量の計算が容易であり, 共役事前分布が存在する等, 多くの良い性質を持ち, 情報幾何において重要な研究対象である. 正規分布族, ガンマ分布族, フィッシャー・ビンガム分布族, ウィッシュャート分布族など, 統計学上重

要な分布族の多くは指数型分布族の一種である. この分野における従来の研究は, 指数型分布族全域をカバーする一般論と, 個々の重要な分布族の持つ興味深い性質の探求という両面から行われてきた. また, 名前が付けられているような分布族は, これまで統計学的な有用性から経験的に見出されてきたものばかりである.

一方, 情報幾何によると, 各指数型分布族には, 統計的多様体と呼ばれる空間が対応している. さらに, 上記のように統計学上よく用いられ, 名前が付けられているような“良い”分布族は, “高い対称性”を持つ統計的多様体と結びついている. ここで“高い対称性”とは, より正確には (1) ヘシアン断面曲率と呼ばれるテンソルが一定である. あるいは (2) 標本空間がリー群の等質空間  $G/H$  の形で表せ, さらにその上の分布族がリー群  $G$  の作用を許容する事として幾何学的に定式化することができる.

そこで, 私は高い対称性を持つ統計的多様体を網羅的に列挙し, それに対応する指数型分布族を求める, という方向で研究を行っている. これにより, 従来知られていなかった高い対称性を持つ分布族を構成することができた. また, 今後の研究で, 個々の分布族のもつ良い性質を, リー群の表現の性質から説明できないかと期待している.

The exponential family of distributions possesses many desirable properties such as ease of computation of maximum likelihood estimators and the existence of conjugate prior distributions, making it a significant research topic in information geometry.

Many important families of distributions in statistics, such as the normal distribution family, gamma distribution family, Fisher-Bingham distribution family, and Wishart distribution family, are subclasses of the exponential family of distributions.

Traditional research in this field has been conducted from two perspectives: covering the entire exponential family of distributions with general theories and exploring interesting properties specific to individual important distribution families. Moreover, distribution families

with designated names have historically been discovered empirically based on their statistical utility.

On the other hand, according to information geometry, each exponential family of distributions corresponds to a space called a statistical manifold. Furthermore, as commonly used and named "good" distribution families are associated with "high symmetry" statistical manifolds. Here, "high symmetry" refers more precisely to either (1) a tensor called the Hessian sectional curvature being constant, or (2) the sample space being expressible in the form of a homogeneous space  $G/H$  of a Lie group, and furthermore, the distribution family on it can be geometrically formulated to allow the action of the Lie group  $G$ .

Therefore, my research direction involves systematically enumerating statistical manifolds with high symmetry and seeking corresponding exponential families of distributions. This has allowed the construction of distribution families with high symmetry that were previously unknown.

In future research, I hope to explain the desirable properties of individual distribution families based on the properties of representations of Lie groups.

#### B. 発表論文

1. K. Koichi and T. Yoshino: "Harmonic exponential families on homogeneous spaces", *Inf. Geom.* **4** (2021) no.1, 215–243.
2. K. Koichi and T. Yoshino: "An exponential family on the upper half plane and its conjugate prior", *Springer Proc. Math. Stat.* **361** Springer, Cham (2021), 84–95.
3. K. Koichi and T. Yoshino: "A method to construct exponential families by representation theory", *Inf. Geom.* **5** (2022), no. 2, 493–510.
4. K. Koichi and T. Yoshino: "A q-analogue of the family of Poincaré distributions on the upper half plane", *Lecture Notes in*

*Comput. Sci.*, **14071** Springer, Cham, (2023), 167–175.

#### D. 講義

1. 数理科学基礎
2. 微分積分学 (1)
3. 微分積分学 (2)
4. 幾何学 XC (本郷)
5. フロンティア講義

#### E. 修士・博士論文

1. (修士) 渡邊 光 (WATANABE Hikaru): 無限次元多様体でパラメトライズされた測度モデルと統計的モデルについて

## 助教 (Research Associates)

麻生 和彦 (ASOU Kazuhiko)

### A. 研究概要

#### 1. 講義ビデオを利用した数学教材の開発

アクティブラーニングで利用するために講義ビデオの開発を行っている。今年度は「数学・数理科学教育の効率化」事業を請けて、これまでインストラクショナル・デザインの知見を用いて培ったオンデマンドでの視聴を意識したカメラワーク、編集方法を使い前期課程および学部教育のオンデマンド講義ビデオの作成を行なった。

#### 2. 遠隔講義システムの開発

ハイブリッド講義に対応するため、黒板を使った講義の中継録画システムを開発している。今年度は、複数台のビデオカメラを用いた中継システムを試作し、スムーズな議論と黒板映像の撮影を実現した。また、既存の教室に高解像度のビデオカメラを常設し、黒板とスライドの両方を取り入れた講義や講演の中継を行うシステムを立ち上げた。

#### 3. 数学に関連する資料の保存や管理、公開に関する調査研究

代数的整数論国際会議 (1955)、函数解析学国際会議 (1969)、多様体論国際会議 (1973) などの講演音声テープのデジタル化を行い、教育や研究を目的として長期的に活用するための保存方法の研究を行っている。今年度は公開作業に向けて音声データの目録作成を行なった。

#### 1. Development of mathematics teaching materials using lecture videos

I am developing lecture videos for use in active learning. This year, as part of the 'Improving Efficiency in Mathematics and Mathematical Sciences Education' project, I have produced on-demand

lecture videos for undergraduate education. These videos utilize camera work and editing techniques tailored for on-demand viewing, which I have developed based on our understanding of instructional design principles.

#### 2. Development of a remote lecture system

I am developing a recording system to relay lectures with a blackboard to accommodate hybrid lectures. During this fiscal year, I have prototyped a relay system using multiple video cameras to facilitate smooth discussions and capture blackboard images. Additionally, I have launched a system to permanently install a high-resolution video camera in an existing classroom for relay of lectures and talks, incorporating both blackboards and slides.

#### 3. Research and study on preservation, management, and publication of materials related to mathematics

I am digitizing audio tapes of lectures given at "International Conference on Algebraic Number Theory (1955)", "International Conference on Functional Analysis (1969)", and "International Conference on Manifold Theory (1973)", and am studying ways to preserve them for long-term use for educational and research purposes. This year, I cataloged the audio data for release to the public.

清野 和彦 (KIYONO Kazuhiko)

### A. 研究概要

4次元多様体における局所線形な群作用と滑らかな群作用の違いを、Seiberg-Witten 写像の有有限次元近似を用いて研究した。特に、スピン構造を

持つときに  $G$ -符号表現の非自明な成分について考えた。

By using the finite-dimensional approximation of the Seiberg-Witten map, I tried to obtain conditions for the locally linear group action on a 4-dimensional manifold not to be smooth. In particular, I considered the nontrivial components of  $G$ -signature representation in case of spin.

#### D. 講義

1. 数理科学基礎演習：大学で数学を学ぶための基礎についての演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 S1 ターム)
2. 数理科学基礎演習：大学で数学を学ぶための基礎についての演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 S1 ターム)
3. 数学基礎理論演習：微分積分学と線型代数学の初歩についての演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 S2 ターム)
4. 数学基礎理論演習：微分積分学と線型代数学の初歩についての演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 S2 ターム)
5. 微分積分学演習：微分積分学の演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 A セメスター)
6. 微分積分学演習：微分積分学の演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 A セメスター)
7. 線型代数学演習：線型代数学の演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 A セメスター)
8. 線型代数学演習：線型代数学の演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 A セメスター)
9. 全学体験ゼミナール「多変数関数の微分」：多変数関数の微分について解説した。(教養学部前期課程 S セメスター)
10. 全学体験ゼミナール「電磁気学で使う数学」：多変数関数の積分とベクトル解析について解説した。(教養学部前期課程 A セメスター)

## 牛腸 徹 (GOCHO Toru)

### A. 研究概要

位相的場の理論に付随する不変量に対して、“母空間”という見方から理解を深めることを試みている。そのために、シンプレクティック多様体のループ空間の半無限同変コホモロジーや“半無限同変  $K$  群”に入る構造を調べている。ここ数年の研究を通して、筆者はシンプレクティック多様体のループ空間の同変  $K$  群には、自然に差分作用素が作用することを確かめ、トーリック多様体やその完全交叉に対して、対応する差分方程式やその解を求めた。その結果、これらの差分方程式やその解は、量子コホモロジーから得られる微分方程式やその解のある種の“ $q$ -類似”になっていることが分かった。筆者自身の定式化によれば、同様の考察は、同変 elliptic cohomology を用いても可能であるように思われるので、この場合に、どのような構造が得られることになるのか研究を続けているところである。

I have been trying to have a better understanding of various topological invariants associated with topological field theories from the viewpoint of "Bo-kuukan". For that purpose, I have been studying the structure of the semi-infinite equivariant cohomology and "the semi-infinite equivariant  $K$  group" of the loop space of a symplectic manifold. In the last few years, I found that there exists a natural action of difference operators on the equivariant  $K$  group of the loop space of a symplectic manifold, and I obtained the corresponding difference equation and its solutions in the case of a toric manifold and its complete intersection. As a result, I found that the difference equation and its solution so obtained are a kind of " $q$ -analogue" of the differential equation and its solutions associated with their quantum cohomology. Using my formulation, the same consideration seems to be possible also in the case of the equivariant elliptic cohomology, and I have been studying to clarify what kind of structures we obtain in this case.

#### D. 講義

1. 数理科学基礎演習：教養一年生の S1 タームの演習
2. 数学基礎理論演習：教養一年生の S2 タームの演習
3. 微分積分学演習：教養一年生の A セメスターの微分積分学の演習
4. 線型代数学演習：教養一年生の A セメスターの線型代数学の演習
5. 全学ゼミナール「じっくり学ぶ数学 I」, 「じっくり学ぶ数学 II」：教養一年生を対象に、微積分学や線型代数学における基本的な考え方を順番に取り上げて説明した。

#### 今野 北斗 (KONNO Hokuto)

##### A. 研究概要

主たる研究領域は、ゲージ理論のトポロジー・微分幾何学への応用である。特に族のゲージ理論を発展させ、4次元多様体の微分同相群の情報を引き出す研究が中心である。今年度に研究を行い論文発表にまで至ったものは以下の通り。

1. 第一の研究は、4次元多様体の写像類群と4次元多様体の族の特性類のある種の無限性に関するものである。4以外の全ての次元で、単連結閉多様体の写像類群は有限生成であることが知られている。これとは対照的に、単連結閉4次元多様体であって、その写像類群が無限生成であるようなものが存在することを示した。さらに、高次元単連結多様体  $X$  に対して、分類空間  $B\text{Diff}(X)$  のホモロジーは各次数で有限生成であることが予想されており、偶数次元では実際に正しいことが知られている。この4次元類似が、ホモロジーのどの次数でも成立しないことを示した。上述の写像類群の無限生成性はこの結果の帰結である。証明は、Seiberg–Witten 方程式の族を用いた新しい特性類の無限族を構成・計算することでなされる。
2. 第二の研究は、Seifert 3次元多様体に沿ったエキゾチック Dehn ツイストに関するものである (Abhishek Mallick 氏・谷口正樹氏との共同研究)。滑らかな多様体の自己微分同相写像で、位相的には恒等写像にアイソピックだが滑らかなには

そうではないものはエキゾチック微分同相と呼ばれる。4次元はそのようなものが存在する最小の次元である。従来、4次元多様体のエキゾチック微分同相は、(Euler 数が) 比較的大きな4次元多様体上で見つかった。我々は、可縮な(コンパクト)4次元多様体が(相対的な意味で)エキゾチックな微分同相を許容することを初めて示した。そのような例は、Seifert 3次元多様体に沿ったエキゾチック Dehn ツイストとして得られる。Seifert 3次元多様体は自然な  $S^1$  作用を許容するが、これを用いて Dehn ツイストの類似を考えることができる。既に  $S^3$  の場合に、Kronheimer と Mrowka が、 $S^3$  に沿った Dehn ツイストがある4次元多様体に対してエキゾチックとなることを示していた。我々は、 $S^3$  以外の(無限個の) Seifert 3次元多様体に沿った Dehn twist がエキゾチックな微分同相の例を与えることを初めて示した。

なお、実質的な研究は昨年度に完成していたが、以下の二つの研究も今年度内に論文として完成させた：

3. involution の乗った非スピン4次元多様体に対する ‘Real’ Seiberg–Witten Floer 理論とその応用 (宮澤仁氏・谷口正樹氏との共同研究)。
4. 既に谷口正樹氏と行っていた Frøyshov 不等式のひとつの族版の、比較的小さい4次元多様体に対する種々のエキゾチックな現象への応用 (Abhishek Mallick 氏・谷口正樹氏との共同研究)。

My main research area is the application of gauge theory to topology and differential geometry. In particular, I am interested in developing gauge theory for families and extracting information about diffeomorphism groups of 4-manifolds.

1. I investigated certain types of infiniteness related to mapping class groups of 4-manifolds and characteristic classes of families of 4-manifolds. In dimensions other than 4, it is known that the mapping class groups of simply-connected closed manifolds are finitely generated. In contrast, I proved the existence of simply-connected closed 4-manifolds

whose mapping class groups are infinitely generated. Furthermore, for high-dimensional simply-connected manifolds  $X$ , it is conjectured that the homology of the classifying space  $\text{BDiff}(X)$  is finitely generated in each degree, which is known to be true in even dimensions. I showed that the 4-dimensional analogue of this claim does not hold for any degree of homology. The infiniteness of the mapping class groups mentioned above is a consequence of this result. The proof involves constructing and computing an infinite family of new characteristic classes using families of Seiberg–Witten equations.

2. I studied exotic Dehn twists along Seifert 3-manifolds (joint work with Abhishek Mallick and Masaki Taniguchi). Exotic diffeomorphisms are self-diffeomorphisms of a manifold that are topologically isotopic to the identity but not smoothly isotopic. 4 is the smallest dimension where manifolds can admit exotic diffeomorphisms. Previously, exotic diffeomorphisms were found mainly on 4-manifolds with relatively large Euler characteristics. We established that contractible (compact) 4-manifolds can admit exotic diffeomorphisms, in a relative sense. These examples arise from exotic Dehn twists along Seifert 3-manifolds. Seifert 3-manifolds naturally admit  $S^1$ -actions, which we can use to consider analogs of Dehn twists. Previously, Kronheimer and Mrowka showed that Dehn twists along  $S^3$  lead to exotic diffeomorphism of a certain 4-manifold. We extended this result to Seifert 3-manifolds other than  $S^3$ , providing new examples of exotic diffeomorphisms of 4-manifolds, including contractible ones.

Additionally, while the substantial research was completed last year, I also finalized the following two studies as papers within this academic year:

3. Real Seiberg–Witten Floer theory with Involution on non-spin 4-manifolds and its applications (joint work with Jin Miyazawa and Masaki Taniguchi).

4. Application of a family version of the Frøyslov inequality to various exotic phenomena on relatively small 4-manifolds (joint work with Abhishek Mallick and Masaki Taniguchi).

#### B. 発表論文

1. D. Baraglia and H. Konno, A note on the Nielsen realization problem for K3 surfaces, *Proc. Amer. Math. Soc.* **151** (2023), no. 9, 4079–4087.
2. H. Konno and N. Nakamura, Constraints on families of smooth 4-manifolds from  $\text{Pin}^-(2)$ -monopole, *Algebr. Geom. Topol.* **23** (2023), no. 1, 419–438.
3. T. Kato, H. Konno, and N. Nakamura, A note on exotic families of 4-manifolds, *Proc. Amer. Math. Soc.* **151** (2023), no. 6, 2695–2705.
4. H. Konno, Dehn twists and the Nielsen realization problem for spin 4-manifolds, to appear in *Algebr. Geom. Topol.*
5. N. Iida, H. Konno, A. Mukherjee, and M. Taniguchi, Diffeomorphisms of 4-manifolds with boundary and exotic embeddings, arXiv:2203.14878
6. H. Konno, A. Mukherjee, and M. Taniguchi, Exotic codimension-1 submanifolds in 4-manifolds and stabilizations, arXiv:2210.05029
7. H. Konno and J. Lin, Homological instability for moduli spaces of smooth 4-manifolds, arXiv:2211.03043
8. H. Konno, J. Miyazawa, and M. Taniguchi, Involutions, links, and Floer cohomologies, arXiv:2304.01115
9. H. Konno, A. Mallick, and M. Taniguchi, From diffeomorphisms to exotic phenomena in small 4-manifolds, arXiv:2304.05997
10. H. Konno, A. Mallick, and M. Taniguchi, Exotic Dehn twists on 4-manifolds, arXiv:2306.08607
11. H. Konno, The homology of moduli spaces of 4-manifolds may be infinitely generated, arXiv:2310.18695

### C. 口頭発表

1. Homological instability for moduli spaces of 4-manifolds, Brandeis Topology Seminar, Brandeis University, 2023 年 1 月
2. Homological instability for moduli spaces of 4-manifolds, MIT Geometry and Topology Seminar, Massachusetts Institute of Technology, 2023 年 2 月
3. Homological instability for moduli spaces of 4-manifolds, Conference “Geometric Analysis”, University of Regensburg, 2023 年 3 月
4. Homological instability for moduli spaces of 4-manifolds, 2023 Georgia Topology Conference, University of Georgia, 2023 年 5 月
5. Seiberg-Witten theory and moduli spaces of 4-manifolds and metrics, Differentialgeometrie im Grossen, Oberwolfach Research Institute for Mathematics, 2023 年 7 月
6. Exotic Dehn twists on 4-manifolds, Topology of 3- and 4-dimensional manifolds, Princeton University, 2023 年 7 月
7. Exotic Dehn twists on 4-manifolds, Gauge theory and its application to geometry and low-dimensional topology, University of Regensburg, 2023 年 7 月
8. Exotic Dehn twists on 4-manifolds, Gauge Theory and Topology: in Celebration of Peter Kronheimer’s 60th Birthday, University of Oxford, 2023 年 7 月
9. Homological instability for moduli spaces of 4-manifolds, Mapping class groups: pronilpotent and cohomological approaches, SwissMAP Research Station, 2023 年 9 月
10. Exotic Dehn twists on 4-manifolds, AMS Sectional Meeting, Creighton University, 2023 年 10 月

### D. 講義

1. 集中講義 (University of Regensburg, 2023 年 7 月): 族の Seiberg-Witten 理論の基礎

と応用の解説を行った。

### F. 対外研究サービス

1. オーガナイザー, ゲージ理論セミナー, オンライン
2. オーガナイザー, Gauge Theory Virtual, オンライン

### 田中 雄一郎 (TANAKA Yuichiro)

#### A. 研究概要

リー群の無重複表現の統一的扱いを目的として、小林俊行氏は複素多様体に対する可視的な作用の理論を導入しました。小林氏の無重複性の伝播定理を用いることで、リー群の可視的作用から様々な無重複定理を（有限次元か無限次元かを問わず、また離散分解可能か連続スペクトラムを含むかどうかに関わらず）得ることができます。下記論文 B.1 では、特定の幾何学的設定の下で無重複性の伝播定理のコホモロジー版を示しています。これは特に、実半単純リー群の楕円軌道上の正則線束の Dolbeault コホモロジーに適用できます。

With the aim of uniform treatment of multiplicity-free representations of Lie groups, T. Kobayashi introduced the theory of visible actions on complex manifolds. By using his propagation theorem of the multiplicity-freeness property, we can obtain various kinds of multiplicity-free theorems for both finite and infinite dimensional representations with discrete and continuous spectra from a visible action. The paper B.1 below shows a cohomology version of the propagation theorem of the multiplicity-freeness property under some geometric conditions. This can be applied to the Dolbeault cohomology space of an equivariant line bundle on an elliptic orbit of a real semisimple Lie group.

#### B. 発表論文

1. Yuichiro Tanaka, A note on multiplicity-freeness property of cohomology spaces, to appear.
2. Yuichiro Tanaka, A Cartan decomposi-

tion for Gelfand pairs and induction of spherical functions, J. Math. Soc. Japan **74**(4), (2022) 1219–1243.

3. Yuichiro Tanaka, Visible actions of compact Lie groups on complex spherical varieties, J. Differential Geom. **120**(2), (2022) 375–388.
4. Yuichiro Tanaka, A Cartan decomposition for a reductive real spherical homogeneous space, Kyoto J. Math. **62**(1), (2022) 95–102.
5. Yuichiro Tanaka, Double coset decomposition for reductive absolutely spherical pairs, Geometric and Harmonic Analysis on Homogeneous Spaces and Applications, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics **366**, 229–267, 2021.
6. 田中雄一郎, 複素球多様体への可視的作用とその応用, 日本数学会 2019 年度秋季総合分科会, 函数解析学分科会講演アブストラクト (2019), 67–76.
7. 田中雄一郎, 複素球多様体へのコンパクトリー群による可視的作用について, 数理解析研究所講究録, RIMS, Kyoto University, No. **2139** (2019), 37–49.

#### C. 口頭発表

1. 田中雄一郎,  $P$ -不変超関数の構成について, Langlands and Harmonic Analysis (第 7 回), 北海道大学札幌キャンパス, 2024 年 3 月 12 日.
2. Yuichiro Tanaka, On the multiplicity-freeness property of cohomology spaces, 7th Tunisian-Japanese Conference, Monastir, Tunisia, November 1st, 2023.
3. 田中雄一郎, 論文 Y. Sakellaridis, Transfer operators and Hankel transforms between relative trace formulas (Adv. Math. 394, 2022) の Part I の紹介, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, Zoom meeting, 2023 年 8 月 22 日.
4. 田中雄一郎, 無重複性のユニタリトリックについて, 日本数学会 2023 年度年会, 中央

大学理工学部, 2023 年 3 月 16 日.

5. 田中雄一郎, Dolbeault コホモロジーの無重複性について, Langlands and Harmonic Analysis (第 6 回), 金沢大学サテライト・プラザ, 金沢大学, 2023 年 3 月 9 日.
6. 田中雄一郎,  $P$ -半不変関数の構成について, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, Zoom meeting, 2022 年 8 月 18 日.
7. 田中雄一郎, 無重複性のユニタリトリックについて, Lie 群論・表現論セミナー, Zoom meeting, 2022 年 3 月 15 日.
8. 田中雄一郎, 簡約型実球部分群に対するカルタン分解について, Lie 群論・表現論セミナー, Zoom meeting, 2021 年 11 月 23 日.
9. 田中雄一郎,  $G$ -多様体上の解析について, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, Zoom meeting, 2021 年 8 月 18 日.
10. 田中雄一郎, Gelfand 対の球関数について, Langlands and Harmonic Analysis (第 5 回), Zoom meeting, 2021 年 3 月 9 日.

#### D. 講義

1. 数理科学基礎演習 (微積分・線型代数): 微積分・線型代数に関する演習 (教養学部前期課程講義)
2. 数学基礎理論演習 (微積分・線型代数): 微積分・線型代数に関する演習 (教養学部前期課程講義)
3. 微分積分学演習: 微分積分学に関する演習 (教養学部前期課程講義)
4. 線型代数学演習: 線型代数学に関する演習 (教養学部前期課程講義)
5. 複素解析学補習: 複素解析学に関する補習の実施 (教養学部前期課程学生)

#### 中村 勇哉 (NAKAMURA Yusuke)

##### A. 研究概要

(1) 昨年度に引き続き LSC 予想と PIA 予想を研究した. これまでの商特異点の超曲面を対象とした理論を, 超曲面特異点の有限群商に拡張した. これにより, 3次元端末特異点を含むより広いカ

テゴリーで LSC 予想や PIA 予想を証明することができた (B. 発表論文の 1, 柴田康介氏との共同研究).

(2) 昨年度に引き続きエルハート理論を周期グラフの growth sequence に拡張するという試みを行った (B. 発表論文の 2 と 3, 井上卓哉氏との共同研究).

(1) As joint work with K. Shibata, we continued to study the LSC conjecture and the PIA conjecture from the previous year. This year, we extend our theory to finite quotients of hypersurface singularities. This category contains three-dimensional terminal singularities. We also prove the LSC conjecture and the PIA conjecture for this setting.

(2) As joint work with Takuya Inoue, we extend the scope of Ehrhart theory to growth sequences of periodic graphs.

#### B. 発表論文

1. Y. Nakamura, K. Shibata: “Inversion of adjunction for quotient singularities III: semi-invariant case”, preprint available at arXiv:2312.05808.
2. T. Inoue, Y. Nakamura: “Stratified Ehrhart ring theory on periodic graphs”, preprint available at arXiv:2310.19569.
3. T. Inoue, Y. Nakamura: “Ehrhart theory on periodic graphs”, to appear in Algebraic Combinatorics, preprint available at arXiv:2305.08177.
4. Y. Nakamura, K. Shibata: “Shokurov’s index conjecture for quotient singularities”, to appear in London Math. Soc. Lecture Note Ser. (Higher Dimensional Algebraic Geometry – A Volume in Honor of V.V. Shokurov–), preprint available at arXiv:2209.04845.
5. Y. Nakamura, K. Shibata: “Inversion of adjunction for quotient singularities II: Non-linear actions”, preprint available at arXiv:2112.09502.
6. W. Chen, Y. Gongyo, Y. Nakamura: “On generalized minimal log discrep-

ancy”, to appear in J. Math. Soc. Japan, preprint available at arXiv:2112.09501.

7. Y. Nakamura, J. Song: “Upper bounds of orders of automorphism groups of leafless metric graphs”, to appear in AKCE Int. J. Graphs Comb., preprint available at arXiv:2110.05946.
8. Y. Nakamura, K. Shibata: “Inversion of adjunction for quotient singularities”, Algebraic Geometry **9** (2022), no. 2, 214–251.
9. Y. Nakamura, R. Sakamoto, T. Mase, J. Nakagawa: “Coordination sequences of crystals are of quasi-polynomial type”, Acta Crystallogr. Sect. **A77** (2021), no. 2, 138–148.
10. Y. Nakamura: “Dual complex of log Fano pairs and its application to Witt vector cohomology”, Int. Math. Res. Not. IMRN **2021**, no. 13, 9802–9833.

#### C. 口頭発表

1. “Shokurov’s index conjecture and PIA conjecture for quotient singularities”, 城崎代数幾何学シンポジウム 2023, 城崎, 日本, 2023 年 10 月.
2. “Minimal log discrepancies of quotient singularities”, Recent Developments in Algebraic Geometry, National University of Singapore, シンガポール, 2023 年 8 月.
3. “Ehrhart theory of periodic graphs”, 代数数学セミナー, 九州大学, 日本, 2023 年 7 月.
4. “Ehrhart theory of periodic graphs”, FRG Special Month in Ann Arbor, ミシガン大学, 米国, 2023 年 6 月.
5. “Minimal log discrepancies of quotient singularities”, FRG Special Month in Ann Arbor, ミシガン大学, 米国, 2023 年 5 月.

#### D. 講義

1. 教養学部 1 年数学演習 (通年).
2. PEAK 学生向け数学学修相談室.
3. 社会数理実践研究 x. 技能班.

## F. 対外研究サービス

1. (オーガナイザー) Algebraic Geometry Seminar, 東京大学, 日本, 2023 年.
2. (オーガナイザー) Birational Geometry and Algebraic Dynamics (Oguiso 60), 東京大学, 日本, 2023 年 11-12 月.
3. (オーガナイザー) Algebraic Geometry in East Asia, KIAS, 韓国, 2023 年 11 月.
4. (オーガナイザー) International workshop on Birational Geometry, 名古屋大学, 日本, 2023 年 10 月.

## G. 受賞

1. 2018 年度 日本数学会賞建部賢弘賞奨励賞, 2018 年 10 月.

## 間瀬 崇史 (MASE Takafumi)

### A. 研究概要

格子方程式 (偏差分方程式) の次数増大を計算する手法を開発した. 研究を始めた段階で既に, 特異点パターンから各項の次数を計算する Halburd の手法が知られていたが, これが適用されていたのは常差分方程式の場合のみであっただけでなく, 実際に計算して得られる次数が厳密なものであることを示すためには, 方程式の形に応じた多くの計算が必要であった.

昨年度までの段階で, Halburd の手法を格子方程式の場合に拡張し, 具体的ないくつかの方程式の場合に手法が実際に適用可能かつ厳密な次数を与えることを確認する段階まではできていた. 今年度は, (いくつかの条件を満たす) 一般的な方程式に対して, この計算で求まる次数が厳密なものであることを証明することができた. 特異点パターンとは何かを厳密に定義しただけでなく, 特異点パターンを求める手法も開発し, さらに, この手法で次数が求められるか初等的な計算で判定するアルゴリズムも与えた. よって, この手法が適用可能なクラスの方程式である限り, 格子方程式の次数増大を誰でも計算できるようになった.

I proposed a new method to rigorously compute the exact degree of each iterate for lattice equations (partial difference equations). My strat-

egy was to extend Halburd's method, which is a novel approach to computing the exact degree of each iterate for mappings (ordinary difference equations) from the singularity structure, to lattice equations. First, I illustrated, without rigorous discussion, how to calculate degrees for lattice equations using the lattice version of Halburd's method and discussed what problems we need to solve to make the method rigorous. I then provided a framework to ensure that all calculations are accurate and rigorous. I also discussed how to detect the singularity structure of a lattice equation. My method is not only accurate and rigorous but also can easily be applied to a wide range of lattice equations.

### B. 発表論文

1. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase, T. Tokihiro, Coprimeness-preserving discrete KdV type equation on an arbitrary dimensional lattice, *Journal of Mathematical Physics* 62 (2021): 102701.
2. T. Mase, A. Nakamura, H. Sakai, Discrete Hamiltonians of discrete Painlevé equations, *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* 6 (2021): 1251–1264.
3. Y. Nakamura, R. Sakamoto, T. Mase, J. Nakagawa, Coordination sequences of crystals are of quasi-polynomial type, *Acta Crystallographica Section A: Foundations and Advances* A77 (2021): 138–148.
4. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase, T. Tokihiro, Algebraic entropy of a multi-term recurrence of the Hietarinta-Viallet type, *RIMS Kôkyûroku Bessatsu* B78 (2020): 121–153.
5. J. Hietarinta, T. Mase, R. Willox, Algebraic entropy computations for lattice equations: why initial value problems do matter, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* 52 (2019): 49LT01.

### C. 口頭発表

1. 間瀬崇史, 許本源, 布川賢一, 尾崎隆浩, 平松遼太, 不連続関数に対する二分法の安定性・誤差評価, ダイキン東大ラボ 第2回研究成果発表会, ダイキン工業テクノロジー・イノベーションセンター (大阪), 2023年09月.
2. T. Mase, Degree growth calculations for lattice equations, International Conference on Symmetry and Integrability in Difference Equations, Warsaw (Poland), June 2023.
3. T. Mase, The Laurent property, irreducibility and coprimeness of non-integrable partial difference equations, Pure maths colloquium talks, Canterbury (UK), February 2023.
4. T. Mase, Integrability tests for lattice equations - or why initial value problems do matter, Integrable Systems 2019, Sydney (Australia), November 2019.

### D. 講義

1. 数理科学基礎演習, 数学基礎理論演習, 線形代数学演習: 教養学部前期過程, 通年, 理科一類1年(32-35). 線形代数学の演習を行った.
2. 代数と幾何(補習): 理学部2年生, Aセメスター, 数学科進学予定者対象. 「集合と位相」の補習授業を行った.
3. 数学学修相談室: 教養学部前期過程, 通年, 1-2年生対象. 教養学部生からの数学に関する質問を受け付けた.

## 特任教授 (Project Professors)

### 石井志保子 (ISHII Shihoko)

#### A. 研究概要

代数多様体に現れる特異点の挙動を研究している。特異点には色々な不変数が対応するが、特に双有理幾何学的不変数 ( $mld$  や  $lct$ ) の値の集合の性質は極少モデル問題において極めて重要な役割を果たす。これらの不変数は弧空間の言葉で記述することができるので、弧空間の構造を中心に研究している。

I am working on singularities appearing on an algebraic variety. A singularity is described by various invariants; in particular, the set of values of the birational invariants, (*e.g.*  $mld$  and  $lct$ ) play an important role in the minimal model problem. As these invariants are described in terms of arc spaces, I focus on studying the structure of the arc space of the variety.

#### B. 発表論文

1. S. Ishii, “Inversion of modulo  $p$  reduction and a partial descent from characteristic 0 to positive characteristic”, Romanian Journal of Pure and Applied Math. Vol. LXIV, No.4 (2019) 431–459.
2. S. Ishii, “The minimal log discrepancies on a smooth surface in positive characteristic”, Math. Zeitschrift, 297, (2021) 389–397.
3. S. Ishii, “Singularities, the space of arcs and applications to birational geometry”, Handbook of Geometry and Topology of Singularities, IV, (2023) 161–210, Springer.
4. S. Ishii, “A bound of the number of weighted blow-ups to compute the minimal log discrepancy for smooth 3-folds, Math. Proc. Cambridge Phil. Soc., (to appear)

#### C. 口頭発表

1. A new bridge between positive characteristic and characteristic 0, International conference on Singularity Theory 2019, TSIMF Sanya, China, 2019.12.12.
2. Uniform bound of the number of weighted blow ups to compute  $mld$  in dimension 3. Algebraic Geometry Seminar (ZAG Seminar) by Zoom 2021.1.19.
3. Introduction to singularities on an algebraic variety. Visitor Program Lecture Series, Indian Women and Mathematics. (by zoom), India, 2021.8.27.
4. Singularities in algebraic varieties, Conference “Recent Advances in Mathematics and Applications”, Don Bosco University, India, 2021.10.28.
5. A bridge between positive characteristic and characteristic 0 in terms of an invariant of singularities. Conference “Faces of Singularity Theory”, CIRM, Luminy, France, 2021.11.24.
6. Liftings of ideals in positive characteristic to characteristic 0, JAMI 2022: Higher dimensional Algebraic Geometry, Johns Hopkins University, Baltimore, USA, 2022.5.5.
7. Liftings of ideals in positive characteristic to characteristic 0, MSJ-SI symposium “Deepening and evolution of Singularity theory”, Workpia Yokohama, 2022.11.24.
8. Comparisons of invariants of characteristic 0 and characteristic  $p$ , International Conference “Singularities and Algebraic Geometry”, Univ. Khann Hoa, Nha Trang, Vietnam, 2023.2.6.
9. Singularities of Paris in positive characteristic and characteristic ZERO, Conference on 100 years of Noetherian Rings,

IAS Princeton, USA, 2023.6.21.

10. Paris of a smooth variety and an ideal in positive characteristic, International Workshop on Birational Geometry, Nagoya Univ., 2023.10.11.

#### F. 対外研究サービス

1. Organizer of “Mini workshop on singularities –Various aspects of singularities” University of Tokyo, 2023.3.30–31.

#### G. 受賞

学士院賞・恩賜賞 2021 年

#### H. 海外からのビジター

1. Christopher Chiu (TU Eindhoven) visited University of Tokyo and gave a lecture “On arc fibers of morphisms of schemes” on 2023.3.31. He stayed at the university and discussed with Ishii for 2023.3.29–4.15 .
2. Herwig Hauser (U. Vienna) visited University of Tokyo and gave a lecture “Algebraicity in Geometry and Transcendence” on 2023.3.30. He stayed at the university and discussed with Ishii for 2023.3.29–4.15.
3. Jean-Paul Brasselet (U. Marseille) visited University of Tokyo and gave a lecture “Polar Varieties: History and Introduction” at Singularity Seminar held in Nihon University on 2023.10.16. He stayed at the University of Tokyo and discussed with Ishii for 2023.10.9–10.18.

### 桂 利行 (KATSURA Toshiyuki)

#### A. 研究概要

正標数において, K3 曲面, Enriques 曲面, 楕円曲面, Coble 曲面, アーベル多様体, Calabi-Yau 多様体などの研究を行なっている. また, 最近 はポスト量子暗号で用いられる Jacobi 多様体の Richelot isogeny にも興味を持っている. 金銅誠 之との共同研究として, Klein が 19 世紀に見出した複素数体上の quadratic line complex の理論を

標数 2 において再構成し, そこに現れる種数 2 の代数曲線の Jacobi 多様体の p-rank が交代形式とどのように対応するかを明らかにした.

自己同型群が有限な Enriques 曲面に含まれる nodal 曲線の数は有限個であることが知られているが, 複素数体上の場合, nodal 曲線のなす configuration は, 金銅誠之によって 7 種類に分類され, それぞれの場合の自己同型群の構造とモジュライ数が決定されている. 標数 2 の代数的閉体上の Enriques 曲面は, Bombieri-Mumford による分類理論で指摘されたように singular, classical, supersingular の 3 つに分かれ, 他の標数とは異なる様相を呈する. 金銅誠之, G. Martin との共同研究で, 標数 2 の有限自己同型群を持つ Enriques 曲面の nodal 曲線の configuration は, singular Enriques は 3 種類, classical Enriques は 8 種類, supersingular Enriques は 5 種類に分類されるという結果を得, それぞれの場合に自己同型群の構造を与えた. singular Enriques 曲面の configuration の 3 種類は複素数体上で現れる configuration に全て含まれるが, classical と supersingular の場合は, そこに現れる VII 型の configuration は複素数体上で現れるものと同じであるが, この他の configuration は全て新規のものである. また, M. Schuett との共同研究で, 自己同型群の構造はこれ以外に存在しないこと, 各型のモジュライ数と Enriques surface の方程式の標準形を決定した.

標数 2 の有限自己同型群を持つ Coble 曲面については, 金銅誠之との共同研究で, nodal 曲線のなす configuration を用いて 7 種類に分類できることを証明した.

supersingular K3 曲面の単有理性の問題や, 位数 3 の自己同型を有するアーベル曲面の構造については M. Schuett との共同研究でいくつかの結果を与えた.

Richelot isogeny については, 高島克幸との共同研究で, 種数 2 の superspecial 曲線のなす isogeny グラフの edge の正確な数を計算し, そのグラフの全容を明らかにした.

The subjects of my research are K3 surfaces, Enriques surfaces, elliptic surfaces, Coble surfaces, abelian varieties and Calabi-Yau varieties

in positive characteristic. Lately, I also study the structure of Richelot isogenies of algebraic curves which are used in the theory of post quantum crypto-system. As results of the current year, I examined the theory of quadratic line complex over the complex number field which was found by Klein in the 19th century. I made a theory of quadratic line complex in characteristic 2 jointly with S. Kondo, and we made clear the relations between the alternating form and the p-rank of Jacobian varieties of curves of genus 2 which appear in the theory. I've been studying Enriques surfaces in characteristic 2. Over the complex number field Enriques surfaces with finite automorphism group contain a finite number of nodal curves and S. Kondo classified these surfaces into 7 classes, using configurations of nodal curves. In positive characteristic, the number of nodal curves which are contained in an Enriques surface with finite automorphism group is also finite, but the situation of their configurations is different. In particular, in characteristic 2, Bombieri and Mumford showed that Enriques surfaces are divided into 3 classes, i.e., singular, classical and supersingular ones. As a joint work with S. Kondo and G. Martin, we showed that the configurations of nodal curves of Enriques surfaces with finite automorphism group in characteristic 2 are given as follows: 3 types for singular Enriques surfaces, 8 types for classical Enriques surfaces and 5 types for supersingular Enriques surfaces. We also gave the structures of finite automorphism groups. It is worth noticing that all three types for singular Enriques surfaces appear in characteristic 0, but that the type which appears in characteristic 0 for other cases is only type VII. I also determined the numbers of moduli and the standard forms of Enriques surfaces with quasi-elliptic fibration in each class as a joint-work with M. Schuett. I also classified Coble surfaces with finite automorphism group in characteristic 2 by a joint-work with S. Kondo.

Jointly with S. Schuett, I studied the unirationality of K3 surfaces and the structure of abelian surfaces with automorphism of order 3, and gave some results.

As a joint-work with K. Takashima, we calculated the number of Richelot isogenies for superspecial curves of genus 2, and made clear the structure of their isogeny graphs.

#### B. 発表論文・著書

1. T. Katsura and M. Schuett, Normal forms for quasi-elliptic Enriques surfaces and applications, to appear in *Épjournal de Géométrie Algébrique*.
2. T. Katsura and K. Takashima, Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of hyperelliptic curves and generalized Howe curves, to appear in *Commentarii Mathematici Universitatis Sancti Pauli*.
3. T. Katsura and S. Kondo, Coble surfaces in characteristic 2, *J. Math. Soc. Japan*, 75 (2023), 1287-1337. doi: 10.2969/jmsj/87568756
4. 桂 利行, 楕円曲面, 岩波叢書, 岩波書店, 2022年
5. T. Katsura, Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3, *J. Algebra.*, 588 (2021), 129-147. doi.org/10.1016/j.jalgebra.2021.08.020
6. T. Katsura and N. Saito, On multicanonical systems of quasi-elliptic surfaces, *J. Math. Soc. Japan*, 73(4) (2021), 1253-1261. doi: 10.2969/jmsj/85058505
7. T. Katsura and K. Takashima, Counting Richelot isogenies between superspecial abelian surfaces, in "Proceedings of the Fourteenth Algorithmic Number Theory Symposium (ANTS-XIV)" (edited by Steven Galbraith), Open Book Series 4, Mathematical Sciences Publishers, Berkeley, 2020, 283-300. DOI 10.2140/obs.2020.4.283
8. T. Katsura and M. Schuett, K3 surfaces with 9 cusps in charac-

teristic  $p$ , accepted in J. Pure and Applied Algebra, 225 (2021), doi.org/10.1016/j.jpaa.2020.106558.

9. T. Katsura and M. Schuett, Zariski K3 surfaces, Zariski K3 surfaces, Rev. Mat. Iberoam, Eur. Math. Soc., 36 no.3 (2020), 869–894, DOI 10.4171/RMI/1152.
10. T. Katsura, S. Kondo and G. Martin, On classification of Enriques surfaces with finite automorphism group in characteristic 2, Algebraic Geometry 7 (4) (2020), 390–459, doi:10.14231/AG-2020-012

### C. 口頭発表

1. 正標数の K3 曲面, Encounter with Mathematics, 中央大学, 2023 年 6 月 10 日,
2. On the classification of Enriques surfaces with finite automorphism group, Aspects of Algebraic Geometry, Cetraro, Italy, September 22, 2023; 新潟代数シンポジウム, 新潟大学, December 7, 2023.
3. Kummer surfaces and quadric line complexes, 湯布院代数幾何学ワークショップ, 日本文理大学湯布院研修所, December 29, 2023; 第 19 回代数・解析・幾何学セミナー, 鹿児島大学, February 16, 2024.
4. On the moduli of quasi-elliptic Enriques surfaces in characteristic 2, K3 Surfaces, Enriques surfaces, and Related Topics 研究集会, 名古屋大学, 2023 年 3 月 20 日
5. 正標数の代数幾何, 第 20 回岡シンポジウム, 奈良女子大学, 2022 年 12 月 17 日.
6. Decomposed Richelot isogenies of curves of genus 3, 「同種写像暗号とその暗号への応用」研究集会, 九州大学マス・フォア・インダストリー研究所 [Zoom], 2021 年 8 月 30 日.
7. On the classification of Enriques surface with finite automorphism group, Conference on Theory and Applications of Supersingular Curves and Supersingular Abelian Varieties, RIMS Conference [Zoom], 京都大学数理解析研究所, Octo-

ber 13, 2020.

8. Counting Richelot isogenies of supersingular curves of genus 2, Seminar of Algebraic Geometry in East Asia [Zoom], October 9, 2020.
9. Supersingular Richelot isogenies of curves of genus 2, 湯布院代数幾何学ワークショップ, 日本文理大学湯布院研修所, December 27, 2019.
10. On the supersingular locus of the moduli space of principally polarized abelian varieties in positive characteristic, "Supersingular abelian varieties and related arithmetic", Nagoya Univ., September 30, 2019.

### F. 対外研究サービス

1. 2012 年度～2021 年度 藤原洋数理科学賞審査委員会委員長
2. 2016 年 6 月～2024 年 5 月 日本数学会理事長補佐
3. 2016 年度～2021 年度 猿橋賞選考委員
4. 2019 年度 東北大学理学部・理学研究科外部評価委員会委員
5. 2020 年度 東京理科大学総合研究院アドバイザー委員会委員
6. 2021 年度 東京理科大学総合研究院先端の代数学融合研究部門アドバイザー委員会委員
7. 2022 年度 千葉大学理学部・理学研究科外部評価委員会委員

### 連携併任講座

1. 「情報数学セミナー (FoPM セミナー)」主催 岡本龍明客員教授

## 儀我 美一 (GIGA Yoshikazu)

### A. 研究概要

非平衡非線形現象の解析は、材料科学、流体力学のような自然科学だけではなく、産業技術にとっても重要である。拡散や摩擦による平滑化効果を微分方程式や変分問題の枠組で捉えることは、例えば、画像からノイズを減少させるという工学的な問題を扱ううえで鍵となる。典型的成果は以下

のとおりである。

1. 小林・ワレン・カーターエネルギー：材料科学の多粒界問題の研究に各粒（結晶）の方位といったバルクの構造を考慮したエネルギーとして、小林・ワレン・カーターエネルギーが広く用いられている。しかし、界面（粒界）の厚さをゼロとした特異極限については、1次元の場合でさえわかっていなかった。これは従来の  $L^1$  位相では捉えられない挙動であるからである。そこでグラフ収束という概念を導入することにより、特異極限を捉えることを可能にした。
2. クリスタライン曲率流：漸近平衡形が凸多角形となるような曲率流方程式はクリスタライン曲率流と呼ばれている。平衡形に現れる角（かど）しかない多角形（許容多角形）を初期値とするとき、解は許容多角形であることはよく知られていた。ここでは一般の多角形の場合も瞬時に許容多角形になることを示した。また、4階のクリスタライン表面拡散流について、初期値が周期的区分1次関数のグラフで与えられているとき、その解の形状、さらにその成長速度を求めた。ファセット（平らな部分）が分離したり、消えたりする現象の例を与えた。一方、高次元クリスタライン平均曲率流について、これまでの研究をまとめてサーベイ論文を出版した。
3. ヘルムホルツ分解：ベクトル場をスカラー場の勾配と発散なし場との和に分解することをヘルムホルツ分解という。元のベクトル場の属する空間が、ある種の有界平均振動関数の空間としたときのヘルムホルツ分解をベクトル場の定義域が有界領域の場合に与えた。関数の境界付近の挙動をどのように制御するかが問題であった。
4. 熱流体の数理：沸騰などで生じる泡層が壊れていく過程を記述する簡易モデルを提案し、一定の条件の下での時間周期解の存在を示した。

Analysis of nonlinear nonequilibrium phenomena is important not in natural sciences includ-

ing materials science, fluid mechanics but also in industrial technology. Studying smoothing effects due to diffusion or friction in the framework of differential equations and variational problems is a key to handling engineering problems, for example, reduction of noises from images. Here is explanation of our typical achievements.

1. Kobayashi-Warren-Carter energy: The Kobayashi-Warren-Carter energy is widely used as an energy taking bulk structure like crystalline direction of each grain (crystal) into account in researches on multi-grain problems in materials science. However, its singular limit as letting the thickness of an interface (grain-boundary) to zero was not known even in one-dimensional setting. This is because conventional  $L^1$  topology misses such a limit. We are able to catch the singular limit by introducing the notion of graph-convergence.
2. Crystalline curvature flow: A curvature flow whose asymptotic equilibrium is a convex polygon is called a crystalline curvature flow. If initial data is a polygon whose vertices consist of those of the equilibrium shape, it is well known that the solution stays in the same class of polygons called admissible. We prove that the solution instantaneously becomes an admissible polygon even if the initial data is a general polygon. We also study the fourth-order crystalline surface diffusion flow when initial data is the graph of a periodic piecewise linear function. We study the shape of the solution especially its speed. We give examples a facet (a flat part) splitting and vanishing. For a higher dimensional crystalline mean curvature flow, we publish a survey paper.
3. Helmholtz decomposition: A decomposition of a vector field into a gradient of

a scalar function and a divergence free field is called a Helmholtz decomposition. When the domain where a vector field is defined is a bounded domain, we give a Helmholtz decomposition when the vector field belongs to some space of functions of bounded mean oscillators. A key issue is how to control the behavior of a function near the boundary.

4. Mathematical sciences for a thermal fluid: We propose a simple model describing rupture of bubbly layer formed, for example, in boiling process. Under some conditions, we prove that there exists a time-periodic solution.

#### B. 発表論文

1. Y. Giga, J. Okamoto and M. Uesaka : “A finer singular limit of a single-well Modica-Mortola functional and its applications to the Kobayashi-Warren-Carter energy”, *Adv. Calc. Var.* **16** (2023) 163–182.
2. Y. Giga and Z. Gu : “Normal trace for a vector field of bounded mean oscillation”, *Potential Anal.* **59** (2023) 409–434.
3. Y. Giga and Z. Gu : “The Helmholtz decomposition of a space of vector fields with bounded mean oscillation in a bounded domain”, *Math. Ann.* **386** (2023) 673–712.
4. M.-H. Giga and Y. Giga : “Crystalline surface diffusion flow for graph-like curves”, *Discrete Contin. Dyn. Syst.* **43** (2023) 1436–1468.
5. Y. Giga, H. Kuroda and M. Łasica : “The fourth-order total variation flow in  $\mathbb{R}^n$ ”, *Math. Eng.* **5** (2023) Paper No. 91, 45pp.
6. Y. Giga and Z. Gu : “The Helmholtz decomposition of a *BMO* type vector field in a slightly perturbed half space”, *J. Math. Fluid Mech.* **25** (2023) no. 2, Paper No. 41, 46 pp.
7. Y. Giga, M. Łasica and P. Rybka :

“The heat equation with the dynamic boundary condition as a singular limit of problems degenerating at the boundary”, *Asymptot. Anal.* **135** (2023) 463–508.

8. T. Eto and Y. Giga : “On a minimizing movement scheme for mean curvature flow with prescribed contact angle in a curved domain and its computation”, *Annali di Matematica Pura ed Applicata* (2023).
9. M.-H. Giga and Y. Giga : “A basic guide to uniqueness problems for evolutionary differential equations”, Birkhäuser (2023) x+155pp. (著書)
10. Y. Giga and Z. Gu : “The Helmholtz decomposition of a *BMO* type vector field in general unbounded domains”, *Adv. Differential Equations* **29** (2024) 389–436.

#### C. 口頭発表

1. Continuity of derivatives of a convex solution to a total variation equation perturbed by  $p$ -Laplacian, UWA Analysis Seminars, University of Western Australia, Australia (オンライン), 2022年5月.
2. On the Helmholtz decomposition of *BMO* space of vector fields, Mathematical Fluid Mechanics in 2022, Institute of Mathematics, Czech Academy of Sciences, Czech Republic (オンライン), 2022年8月.
3. On the Helmholtz decomposition of *BMO* space of vector fields, School of Mathematical Sciences, Peking University, China (オンライン), 2022年10月.
4. Spatially discrete total variation map flow and its time discrete approximation, Frontiers In Hamilton Jacobi Equation And Its Applications, Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, Japan (オンライン + 対面), 2023年5月.
5. On the Helmholtz decomposition of

*BMO* spaces of vector fields, Days on Diffraction 2023, St. Petersburg Department, Steklov Institute of Mathematics, Russia (オンライン), 2023年6月.

6. On analyticity of the  $L^p$ -Stokes semi-group for some non-Helmholtz domains, Trends in Partial Differential Equations, St. Petersburg Department, Steklov Institute of Mathematics, Russia (オンライン), 2023年6月.
7. The fourth-order total variation flow in  $\mathbf{R}^n$ , Differential Equations and Dynamical Systems, School of Mathematics and Statistics, Northeast Normal University, China (オンライン), 2023年6月.
8. 連続関数の空間での偏微分方程式, 第2回日本数学会賞小平邦彦賞 受賞講演会, 東京大学大学院数理科学研究科, 2022年9月.
9. Fractional time differential equations as a singular limit of the Kobayashi-Warren-Carter system, Euro-Japanese Conference on Nonlinear Diffusions, Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT), Spain (オンライン), 2023年10月.
10. データ分離、クラスタリングへの応用を目指した小林・ワレン・カーター系の研究, Arithmer 株式会社 (オンライン), 2023年11月.

#### F. 対外研究サービス

〈委員会委員等〉

1. 科学技術政策研究所科学技術動向センター 専門調査員 (2002年–)
2. 京都大学数理解析研究所 専門委員会委員 (2023年–2024年)

〈雑誌のエディター〉

1. Advances in Differential Equations (Editor-in-chief)
2. Advances in Mathematical Sciences and Applications
3. Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática
4. Calculus of Variations and Partial Differ-

ential Equations

5. Differential and Integral Equations
6. Evolution Equations and Control Theory
7. Hokkaido Mathematical Journal
8. Interfaces and Free Boundaries
9. Journal of Mathematical Fluid Mechanics
10. Mathematische Annalen (Editor-in-chief)
11. Nonlinear Differential Equations and Applications
12. Advances in Nonlinear Analysis
13. Taiwanese Journal of Mathematics

〈研究集会のオーガナイズ〉

1. Daniel Hauer, Ben Andrews, Yoshikazu Giga, Ben Goldys, Ki-Ahm Lee, Yoshihiro Sawano, Gang Tian, Enrico Valdinoci, Zhouping Xin, Asia-Pacific Analysis and PDE Seminar, School of Mathematics and Statistics, The University of Sydney, Australia (オンライン), 2020年5月11日–毎月曜日.
2. Charles M. Elliott, Yoshikazu Giga, Nao Hamamuki, Michael Hinze, Vanessa Styles, Etsuro Yokoyama, Mathematical aspects for interfaces and free boundaries, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, Japan (オンライン), 2023年6月6日–8日.
3. 柴伸一郎, 小澤徹, 儀我美一, 久保英夫, 黒田紘敏, 坂上貴之, 神保秀一, 津田谷公利, 浜向直, 眞崎聡, 劉逸侃, 第48回偏微分方程式論札幌シンポジウム, 北海道大学理学部およびオンライン, 2023年8月16日–18日.
4. Yoshikazu Giga, Michał Łasica, Piotr Rybka, 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM 2023 TOKYO), [00038] Frontiers of gradient flows: well-posedness, asymptotics, singular limits, Waseda University, Japan, 2023年8月20日–25日.

- Hayato Chiba, Thomas de Jong, Yoshikazu Giga, Lyudmila Grigoryeva, Boumediene Hamzi, Masato Kimura, Hiroshi Kokubu, Kohei Nakajima, Hirofumi Notsu, Juan-Pablo Ortega, Julius Fergy Rabago, Differential Equations for Data Science 2024 (DEDS2024), オンライン, 2024年2月19日-21日.

#### G. 受賞

- 第2回日本数学会賞小平邦彦賞 (2023年)

#### H. 海外からのビジター

- Philippe G. LeFloch (Sorbonne Université / CNRS)  
(講演) Einstein spacetimes: dispersion, localization, collapse, and bouncing, 応用解析セミナー, 東京大学大学院数理科学研究科, 2023年11月30日.
- Reinhard Farwig (Technische Universität Darmstadt)  
(講演) Viscous flow in domains with moving boundaries – from bounded to unbounded domains, 応用解析セミナー, 東京大学大学院数理科学研究科, 2024年2月5日.

### 河野 俊丈 (KOHNO Toshitake)

#### A. 研究概要

本年は高次ホロノミー関手についての研究を引き続き行なった。特に、2-ベクトル束の接続に対して、2次ホロノミー関手として表される圏論的表現の反復積分を用いた記述を与えた。また、この手法を組みひもコボルディスムの2-圏の表現に応用する研究を行なった。

1のベキ根における colored Temperley-Lieb-Jones 圏の射全体のなす空間は Wess-Zumino-Witten 共形場理論における共形ブロックの空間に同型であることを証明した。また、この同型写像は組みひも群の作用について同変であることを示した。証明には共形ブロックの空間の多変数超幾何積分による表示を用いた。

In this year, I continued research on the theory

of higher holonomy functors. In particular, in the case of 2-connections on principal 2-bundles I gave a description of categorical representations of the path 2-groupoid to 2-Lie groups by means of iterated integrals. I investigated applications of this method to the 2-category of braid cobordisms.

I proved that the space of morphisms of the colored Temperley-Lieb-Jones category at roots of unity is isomorphic to the space of conformal blocks in the Wess-Zumino-Witten conformal field theory. I showed that the above isomorphism is equivariant with respect the braid group action. To prove this I used an expression of the space of conformal blocks by multi-dimensional hypergeometric integrals.

#### B. 発表論文

- T. Kohno : Higher holonomy and iterated integrals, Topology and Geometry, A collection of papers dedicated to Vladimir G. Turaev (ed. A. Papadopoulos), European Mathematical Society Press, (2021), 307-325.
- T. Kohno : Formal connections, higher holonomy functors and iterated integrals, Topology and Its Applications, (2021), <https://doi.org/10.1016/j.topol.2021.107985>.
- T. Kohno : Temperley-Lieb-Jones category and the space of conformal blocks, "Essays in Geometry, Dedicated to Norbert A' Campo" (ed. A. Papadopoulos), European Mathematical Society Press, (2023), 813-845.
- T. Kohno : Homological representations of braid groups at roots of unity and the space of conformal blocks, to appear in "Low Dimensional Topology and Number Theory" Springer Proceedings in Mathematics and Statistics.
- (著書) 河野俊丈: 「曲率とトポロジー – 曲面の幾何から宇宙のかたちへ」 東京大学出版会, 2021年.
- (著書) 河野俊丈: 「組みひもの数理 新装版」 日本評論社. 2022年.

7. (著書) 河野俊丈: 「曲面の幾何構造とモジュライ 増補版」, 日本評論社, 2023 年.

C. 口頭発表

1. Higher category extensions of holonomy maps and iterated integrals, Higher structures in algebra, geometry and quantum field theory, University of Hamburg, Germany, February 2019.
2. Higher holonomy maps and iterated integrals, New trends in geometry and mathematical physics, CSF Monte Verità, Switzerland, August 2019.
3. Mathematical forms – geometric models, lattices and crystals, Design Innovation from Nature Symposium, Jacobs Hall, UC Berkeley, USA, November 2019.
4. Higher holonomy maps and iterated integrals, Hyperplane Arrangements and Singularities, Graduate School of Mathematical Sciences, the University of Tokyo, December 2019.
5. Higher holonomy functors and iterated integrals, Homotopy Theory Symposium 2020, online, November 2020.
6. Quantum computation and homological representations of braid groups, Workshop on "Computational Knot Theory" KAIST (on line), Korea, June, 2021.
7. 数理模型から空間の幾何化定理を読み解く, 分野協働のための図学, 日本図学会, 2021 年 6 月.
8. Temperley-Lieb-Jones category and the space of conformal blocks, Low Dimensional Topology and Number Theory XIII, Kyushu University (on line), March, 2022.
9. Formal connections and the category of braid cobordisms, Building-up Differential Homotopy Theory 2023 in Aizu, Aizu University, March, 2023.
10. Homotopy 2-groupoids of hyperplane arrangements, Hyperplane arrangements 2023, Rikkyo University, December,

2023.

D. 講義

1. 数理科学広域演習: Academic writing に関する FoPM プログラムの講義で, Oral presentation に関わる部分を担当した.

H. 海外からのビジター

Matthew Jackson (ENS Paris-Saclay) 外国人協力研究員, 配置空間の高次ホロノミーについての研究を行った.

**村田 昇 (MURATA Noboru)**

A. 研究概要

生体の学習機能を数理的にモデル化して工学に応用することに取り組んでいる. 特に大量のデータからその確率構造を獲得する統計的学習を対象に, 様々な学習アルゴリズムの動特性や収束の解析を行っている. また, 脳波, 筋電, 音声といった生体が発生する信号の生成機構にも興味を持ち, これらの解析に適した信号処理の方法を研究している.

We try to understand learning mechanisms of biological systems mathematically, and to apply them to a variety of problems in the field of engineering. In particular, we focus on statistical learning, which enables us to capture the probabilistic structure inside a large amount of data, and analyze dynamics and convergence property of various learning algorithms. We are also interested in generating mechanisms of biological signals such as EEG (electroencephalogram), EMG (electromyogram), and voice, and we study on signal processing methods suitable for their analysis.

B. 発表論文

1. H. Hino, S. Akaho and N. Murata: "Geometry of EM and related iterative algorithms", Information Geometry, **7** (2022) 39–77.
2. T. Sugiura and N. Murata: "Object embedding using an information geometri-

- cal perspective”, *Information Geometry*, **6** (2023) 435–462.
3. H. Shigematsu, S. Wakao, N. Murata, H. Makino, K. Takeuchi and M. Matsushita: “Multi-Objective Topology Optimization of Synchronous Reluctance Motor Using Response Surface Approximation Derived by Deep Learning”, *IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, **18**(1) (2023) 120–128.
  4. R. Isshiki, R. Kawamata, S. Wakao and N. Murata: “Topology optimization in magnetic shield design by using density method in combination with CNN”, *COMPEL*, **41**(6) (2022) 2109–2119.
  5. M. Nagayama, T. Aritake, H. Hino, T. Kanda, T. Miyazaki, M. Yanagisawa, S. Akaho and N. Murata: “Detecting cell assemblies by NMF-based clustering from calcium imaging data”, *Neural Networks*, **149** (2022) 29–39.
  6. T. Aritake, H. Hino, S. Namiki, D. Asanuma, K. Hirose and N. Murata: “Fast and robust multiplane single-molecule localization microscopy using a deep neural network”, *Neurocomputing*, **451** (2021) 279–289.
  7. K. Oda, R. Kawamata, S. Wakao and N. Murata: “Fast Multi-objective Optimization of Magnetic Shield Shape by Combining Auto-Encoder and Level-set Method”, *IEEE Transactions on Magnetics*, **57**(7) (2021) 1–5.
  8. T. Aritake, H. Hino, S. Namiki, D. Asanuma, K. Hirose and N. Murata: “Single-molecule localization by voxel-wise regression using convolutional neural network”, *Results in Optics*, **1** (2020) 100019.
  9. S. Sonoda and N. Murata: “Transport analysis of infinitely deep neural network”, *Journal of Machine Learning Research*, **20** (2019) 1–52.
  10. T. Iwasaki, H. Hino, M. Tatsuno, S.

Akaho and N. Murata: “Estimation of neural connections from partially observed neural spikes”, *Neural Networks*, **108** (2018) 172–191.

#### D. 講義

1. 数理科学統論 I : 統計データ解析の入門講義, 計算機実験によって確率的現象に慣れ, 統計推測法の意味を理解し, データ解析の方法を実習する. (理学部 2 年生 (後期)・3 年生向け講義)
2. 数理科学統論 J : 統計データ解析の入門講義, 高次元大規模データに潜む相関構造を発見し計量する多変量解析, および時系列データの基本的な解析法を学ぶ. (理学部 2 年生 (後期)・3 年生向け講義)

#### 柳田 英二 (YANAGIDA Eiji)

##### A. 研究概要

主に特異非線形拡散方程式における動的特異点の研究を進めた. 具体的な研究成果は以下のとおりである.

(1) Fast diffusion equation と呼ばれる非線形放物型偏微分方程式に対し, 特異進行破壊 (特異性を保持したまま形状を変えずに一定速度で移動する解) の存在, 形状およびその分類に関する研究を進めた.

(2) これは岡田いず海氏 (千葉大学) との共同研究である. 線形放物型偏微分方程式に対し, 特異点の位置が分数ブラウン運動に従って動く場合について研究を勧めた. ハースト指数  $H$  と解の特異性の関係について調べ, いくつかの臨界指数が現れることを示した. より精密には,  $H > 1/2$  の場合には特異点が静止している場合と大差はないが, 空間次元を  $N$  として  $1/N < H < 1/2$  の場合には指数に応じて解の形状が変化し,  $0 < H < 1/N$  の場合は同じ特異形状を保持することを示した.

(3) これは Marek Fila (Comenius University), 高橋仁氏 (東京工業大学) との共同である. 我々は空間次元の場合の fast-diffusion 方程式に対し, 特異点が移動するような解に関する研究を完成させた. 初期値問題の特異解の存在を示し, ま

たそれが一意であるための十分条件を与えた。次に、特異点近傍での解の形状についての評価を与え、それが特異点の速度に依存していることを示した。特異点が後退する場合には burning core が現れることを発見した。特異点が等速度で動く場合に進行波が存在することを示し、またこれが大局的に漸近安定であることを明らかにした。さらには、速度が一定の範囲内にある場合には時間全域解が存在することを示した。

I mainly studied dynamic singularities in the singular nonlinear diffusion equation. My main results as follows.

(1) For a nonlinear parabolic equation called the fast diffusion equation, I studied the existence, profile of singular traveling solutions (solutions with singularities that propagate with constant speed and waveform), and classifications of these solutions.

(2) This is a joint work with Izumi Okada (Chiba University). For linear parabolic partial differential equations, we considered the case where a singularity moves depending on the fractional Brownian motion. We studied the relationship between the Hurst exponent  $H$  and the profile of solutions near the singularity, and revealed that there appear some critical exponents. More precisely, if  $H > 1/2$ , there is no difference from the case where the singularity moves smoothly. If  $1/N < H < 1/2$ , where  $N$  is the spatial dimension, the profile depends on  $H$ , whereas if  $0 < H < 1/N$ , the profile does not depend on  $H$ .

(3) This is a joint work with Izumi Okada (Kyushu University). For linear parabolic partial differential equations, we considered the case where a singularity moves depending on the fractional Brownian motion. We studied the relationship between the Hurst exponent  $H$  and the profile of solutions near the singularity, and revealed that there appear some critical exponents. More precisely, if  $H > 1/2$ , there is no difference from the case where the singularity moves smoothly. If  $1/N < H < 1/2$ , where

$N$  is the spatial dimension, the profile depends on  $H$ , whereas if  $0 < H < 1/N$ , the profile does not depend on  $H$ .

(3) This is a joint work with Marek Fila (Comenius university) and Jin Takahashi (Tokyo Institute of Technology). We have completed the study for the fast-diffusion equation on the one-dimension space. We proved the existence of a singular solution for the initial-value problem, and obtained sufficient conditions for uniqueness. Next, we studied the profile of solutions near the singularity and showed that it depends on the speed of a singular point. In the case where a singular point retreats, we found that there appears a burning core. When a singularity moves with a constant speed, we proved the existence of traveling solutions, and proved that they are globally asymptotically stable. Furthermore, when the speed is in a bounded range, we proved the existence of an entire solution which exists for all time.

## B. 発表論文

1. H. Monobe, M. Shimojo and E. Yanagida, Behavior of solutions to the logarithmic diffusion equation with a logistic nonlinearity, *SIAM J. Math. Anal.* **55** (2023), 2261–2287.
2. M. Fila, P. Macková, J. Takahashi, E. Yanagida, Anisotropic and isotropic persistent singularities of solutions of the fast diffusion equation, *Differential and Integral Equations* **35** (2022), 729–748.
3. I. Okada and E. Yanagida, Probabilistic approach to the heat equation with a dynamic Hardy-type potential, *Stochastic Process. Appl.* **145** (2022), 204–225.
4. H. Matsuzawa, H. Monobe, M. Shimojo and E. Yanagida, Convergence to a traveling wave in the logarithmic diffusion equation with a bistable nonlinearity, *Indiana Univ. Math. J.* **71** (2022), 125–151.
5. K. Nagahara, Y. Lou and E. Yanagida, Maximization of total population with logistic growth in a patchy environment,

- J. Math. Biol. **82** (2021), no. 1-2, Paper No. 2, 50 pp.
6. M. Fujii, I. Okada and E. Yanagida, Isolated singularities in the heat equation behaving like fractional Brownian motion, J. Math. Anal. Appl. **504** (2021), no. 1, Paper No. 125322, 19 pp.
  7. J.-L. Chern, G. Hwang, J. Takahashi and E. Yanagida, On the evolution equation with a dynamic Hardy-type potential, J. Evol. Equ. **21** (2021), no. 2, 2141–2165.
  8. M. Fila, J. King, J. Takahashi, E. Yanagida, Solutions with snaking singularities for the fast diffusion equation, Trans AMS **374** (2021), no. 12, 8775–8792.
  9. J.-L. Chern and E. Yanagida, Qualitative Analysis of Singular Solutions for Nonlinear Elliptic Equations with Potentials, Mathematische Annalen **381** (2021), 853–874.
  10. Marek Fila, Petra Macková, Jin Takahashi, Eiji Yanagida, Moving singularities for nonlinear diffusion equations in two space dimensions, J. Elliptic and Parabolic Equations **6** (2020), 155–169.

### C. 口頭発表

1. Solutions with moving singularities for a one-dimensional nonlinear diffusion equation, International Conference on Applied Mathematics, Tamkang University, 2023 年 5 月.
2. 非線形拡散方程式の特異解の存在とその挙動, 反応拡散系パターンダイナミクスの新展開, 札幌アスティ 45, 2023 年 6 月.
3. Solutions with moving singularities for a one-dimensional nonlinear diffusion equation, Euro-Japanese Conference on Nonlinear Diffusions, Instituto de Ciencias Matemáticas ICMAT, 2023 年 10 月.
4. Traveling singular solutions of the fast diffusion equation, Workshop on recent developments in evolutionary equations

and related topics, National Taiwan University, 2023 年 11 月.

5. Traveling singular solutions of the fast diffusion equation, 2024 Japan-Korea Workshop on Nonlinear PDEs and Its Applications, 広島大学, 2024 年 1 月.
6. On the heat equation with a moving singular potential, MATRIX-RIMS Tandem Workshop: Evolutionary Partial Differential Equations and Applications, 京都大学数理解析研究所, 2024 年 3 月.

### Guy Henniart

#### A. 研究概要

During that period I pursued my research in collaboration with Blondel, del Castillo, Lomeli, Stevens and Vignéras.

My collaboration with Masao Oi (Kyoto U.) on expliciting the local Langlands correspondence for simple cuspidal representations of classical groups, was pursued in Tokyo, with visits of Oi and Tsushima, and a research stay in Kyoto. Two papers ([7] and [9], also in collaboration with M. Adrian and E. Kaplan) were written during my stay in Tokyo, and subsequently submitted.

I also continued work in collaboration with Marie-France Vigneras, on the asymptotic behaviour near identity of representations of reductive groups over local non-archimedean fields. The paper [8], on the case of inner forms of general linear groups, was completed during my stay in Tokyo, and submitted in May. After my return to France, we started working on the case of  $SL_2$ , and the paper [11] is now nearing completion.

It is also during my stay in Tokyo that I worked on a question raised by Gan and Savin, which concerns representations of  $D^\times$ , where  $D$  is a division algebra of reduced degree 3 over a 3-adic field. That is still work in progress [13].

In the Fall a long-time project [10] with Corinne Blondel and Shaun Stevens was completed and

submitted. In it we explicit the Langlands correspondence for simple cuspidal representations of  $\mathrm{Sp}_{2n}$  over a  $p$ -adic field, giving a very different proof of a result of Oi. During my stay in Valparaiso in November, I realized that similar arguments can deal with case of a local field of positive characteristic. That forms the project [12].

During that stay I worked with Luis Lomeli and Hector del Castillo on a long-time project dating from del Castillo's Ph. D. (under joint supervision of Lomeli and I). In it we show that results of Heiermann, Muic and Opdam on poles of Plancherel measures, established by them for  $p$ -adic fields, are also true for local fields of positive characteristic. That is work in progress [14].

#### B. 発表論文

1. G. Henniart and M.-F. Vignéras: "Representations of a  $p$ -adic group in characteristic  $p$ ", in Representations of reductive groups, PSPM 101 (2019) 171–210.
2. N. Abe, G. Henniart and M.-F. Vignéras: "Modulo  $p$  representations of reductive  $p$ -adic groups : functorial properties", Trans. AMS 371 (2019) 8297–8337.
3. C.J. Bushnell and G. Henniart: "Local Langlands correspondence and ramification for Carayol representations", Compos. Math. 155 (2019) 1959–2038.
4. G. Henniart and L. Lomeli: "Asai cube  $L$ -functions and the local Langlands correspondence", J. Number Theory 221 (2021), 247–269.
5. G. Henniart: "Correspondance de Langlands et facteurs epsilon des carrés extérieur et symétrique", Annales de la faculté des sciences de Toulouse, tome 32 (2023) p. 639–653.
6. G. Henniart and M. Oi: "Simple supercuspidal  $L$ -packets of symplectic groups over dyadic fields", arXiv:2207.12985, 2022, accepted for publication by Representation Theory, AMS.

7. G. Henniart and M. Oi: "On Swan exponents of symmetric and exterior square Galois representations", RAD HAZU. MATEMATIČKE ZNANOSTI Vol. 28 (2024), 151–184 (Volume in honor of M. Tadic).
8. G. Henniart and M.-F. Vignéras: "Representations of  $\mathrm{GL}_n(D)$  near the identity", arXiv:2307.15248, submitted.
9. M. Adrian, G. Henniart, E. Kaplan and M. Oi: "Simple supercuspidal  $L$ -packets of split special orthogonal groups over dyadic fields", submitted, arXiv:2305.09076.
10. C. Blondel, G. Henniart and S. Stevens: "Simple cuspidal representations of symplectic groups: Langlands parameter" arXiv 2310.20455, submitted for the proceedings of a conference at the Banff Institute, Oaxaca.
11. G. Henniart and M.-F. Vignéras: "Representations of  $\mathrm{SL}_2(F)$  near identity", in preparation.
12. C. Blondel, G. Henniart and S. Stevens: "Simple cuspidal representations of classical groups over local fields of positive characteristic", in preparation.
13. G. Henniart: "On Gan & Savin's lifting for  $G_2$ : a triadic exercise", in preparation.
14. H. del Castillo, G. Henniart and L. Lomeli: "On generic representations of quasi-split reductive groups over local fields of positive characteristic", in preparation.

#### C. 口頭発表

1. Swan exponent of Galois representations and functoriality for classical groups over  $p$ -adic fields, 代数学コロキウム, 東京大学, 2023年5月10日.
2. Asymptotics of characters for reductive  $p$ -adic groups: the case of  $\mathrm{GL}_n(D)$ , 数論合同セミナー, 京都大学, 2023年6月

23 日.

3. Did you say  $p$ -adic?, 談話会, 東京大学, 2023 年 6 月 30 日.
4. Swan exponents and tensor operations, Iwasawa 2023: in memory of John Coates, University of Cambridge, イギリス, 2023 年 7 月 17 日.
5. Simple cuspidals for classical groups and the local Langlands conjecture, Formes automorphes, endoscopie et formule des traces, フランス, 2023 年 9 月 20 日.
6. Swan exponent of Galois representations and tensor operations, Valparaiso Number Theory Seminar, チリ, 2023 年 11 月 15 日.
7. On some mysteries in the local Langlands correspondence for  $GL(n)$ , Compositio Mathematica Prize Symposium 2023, オランダ, 2023 年 11 月 25 日.

#### D. 講義

1. 数理科学特別講義 XVI: “Simple cuspidal representations for  $GL(n)$  and the local Langlands correspondence”. Let  $F$  be a non-Archimedean local field with finite residue field of characteristic  $p$ . Starting from basic knowledge in Algebra and Number Theory, the course described the construction of the smooth irreducible complex representations of the locally profinite group  $G = GL_n(F)$ , especially the cuspidal such representations, which are the building blocks for the whole theory. Special attention was given to the « simple » cuspidals, which are indeed quite simple to describe. By the celebrated Langlands correspondence, cuspidal representations of  $G$  correspond to irreducible representations of the absolute Weil group  $W_F$  of  $F$ . It turns out that the representations of  $W_F$  corresponding to simple cuspidals can be described explicitly, but the translation is highly non-obvious. After a detailed statement of

the Langlands correspondence, the last part of the course was devoted to its explicitation for simple cuspidals, following work of Bushnell and Henniart, and Imai and Tsushima. (数理大学院・4 年生共通講義)

#### G. 受賞

- Compositio Mathematica Prize.

## 特任准教授 (Project Associate Professor)

### 許 本源 (HSU Penyuan)

#### A. 研究概要

流体力学における基礎方程式のナビエ・ストークス方程式（以降NS方程式）を中心に研究しています。NS方程式は非圧縮性粘性流体の運動を記述する方程式として広く用いられます。3次元NS流に対して、有限時間で解が爆発するかどうかはミレニアム問題として有名な未解決問題であります。この問題に対して、いろいろなアプローチする方法があって、その一つはSerrinの条件を満たすレイ弱解（時間局所的強解）の延長可能性を考えることであります。他のアプローチは例えば、フィールズ賞の受賞者であるFefferman氏及びConstantin氏が提案した幾何的正則性判定法であります。現在は主に前述の二つのアプローチ及びその関連する流体の問題に取り組んでいます。具体的には次の問題に取り組んできて成果を上げました。1. NS方程式に対して、様々な領域における粘着境界条件下での幾何的正則性判定法。2. NS方程式の軸対称旋回流の数値解析。3. 時間変数に対する重み付きSerrin条件及び重み付き強解に対し、存在性と一意性についての考察。4. 歪み流を伴う定常NS方程式に対するリウヴィル型定理の構築。My research interest

lies in the area of fluid mechanics, especially incompressible Navier-Stokes equations. So far I have worked on questions involving regularity criterion for the incompressible Navier-Stokes equations and obtained the following results. 1. A Liouville type result for a backward global solution to the Navier-Stokes equations in the half plane with the no-slip boundary condition and its application to a geometric regularity criterion. 2. A numerical simulation based on the axisymmetric Navier-Stokes equations for hyperbolic flow with swirl. 3. Introduction of a weighted Serrin condition that yields a necessary and sufficient initial value condition to guarantee the existence of local strong solutions

contained in the weighted Serrin class. 4. A Liouville type result on stationary solutions to the 3D Navier-Stokes equations for viscous incompressible flows in the presence of a linear strain.

#### B. 発表論文

1. Reinhard Farwig, Yoshikazu Giga and Pen-Yuan Hsu: On the continuity of the solutions to the Navier-Stokes equations with initial data in critical Besov spaces, *Annali di Matematica* 198 (2019) no.5, 1495-1511.
2. Yoshikazu Giga, Zhongyang Gu and Pen-Yuan Hsu: Continuous alignment of vorticity direction prevents the blow-up of the Navier-Stokes flow under the no-slip boundary condition, *Nonlinear Analysis*, 189 (2019) 111579.

#### C. 口頭発表

1. Continuous alignment of vorticity direction prevents the blow-up of the Navier-Stokes flow under the no-slip boundary condition, RIMS Gasshuku-style Seminar Workshop on physical and mathematical approaches to geophysical fluid problems, 北海道ニセコ, Sep. 2019.
2. Continuous alignment of vorticity direction prevents the blow-up of the Navier-Stokes flow under the no-slip boundary condition, UTokyo-NTU Joint Symposium in Mathematics, The University of Tokyo, Dec. 2019.
3. National roadkill survey results and discussion on reducing outdoor breeding cats (poster session), 26th Annual Meeting of The Association of Wildlife and Human Society, Gifu, Nov. 2021.

## 特任助教 (Project Research Associates)

浅井 聡太 (ASAI Sota)

### A. 研究概要

私は体  $K$  上の有限次元多元環  $A$  の表現論を研究しており、有限生成射影加群圏  $\text{proj } A$  の複体のホモトピー圏  $\text{K}^b(\text{proj } A)$  における準傾理論 (silting theory) を深く調べている。準傾複体には、直既約因子を1つだけ入れ替える変異という操作があり、2項準傾複体の範囲では、直既約因子ごとに変異は一意的に可能である。状況によっては、2項準傾複体の範囲で、複数の直既約因子を同時に変異することもできる。

準傾理論においては、実 Grothendieck 群  $K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$  が重要な役割を果たしており、2項前準傾複体  $U$  の直既約因子の  $g$  ベクトルたちが張る準傾錐  $C(U)$  や、それらがなす準傾扇 (silting fan) を考えることで、多くの研究が進展してきた。特に、準傾扇が完備であることと、基本的2項前準傾複体が有限個しか存在しないことは、同値である。準傾扇が完備でない場合に、準傾錐  $C(U)$  の概念を  $K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$  全体に広げるため、私は以前、TF 同値と呼ばれる  $K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$  上の同値関係を、King および Baumann-Kamnitzer-Tingley による半安定ねじれ対を用いて、導入している。

一方、別の重要な手法として、Jasso により確立された  $\tau$  傾簡約 ( $\tau$ -tilting reduction) があり、これは、特定の直和因子  $U$  をもつ2項前準傾複体を、より簡単な多元環  $B$  上の2項前準傾複体と対応させて調べるものである。

私は以前、この2つの手法を組み合わせて調べるため、実 Grothendieck 群において、 $\tau$  傾簡約と相性のよい部分集合  $N_U \subset K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$  と、自然な線型写像  $\pi: K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}} \rightarrow K_0(\text{proj } B)_{\mathbb{R}}$  を導入し、 $N_U$  に含まれる TF 同値類と  $K_0(\text{proj } B)_{\mathbb{R}}$  の TF 同値類との間の全単射が、 $\pi$  により誘導されることを証明している。

この  $N_U$  は  $C(U)$  の相対的内部  $C^\circ(U)$  の開近傍であり、 $C^\circ(U)$  の区間近傍 (interval neighborhood) と呼ばれる。区間近傍  $N_U$  の閉包  $\overline{N_U}$  は、Euclid 空間  $K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$  の有理多面錐となる。

私は伊山修氏との共同研究で、 $\overline{N_U}$  の面構造を調べている。 $\overline{N_U}$  の各元  $\theta$  について、 $\eta \in C(U)$  で、 $\theta - \eta \in \overline{N_U}$  となる最大のものを  $\lambda_U(\theta) \in C(U)$  が定まることを、私たちは以前証明している。

今年度は、この写像  $\lambda_U: \overline{N_U} \rightarrow C(U)$  を用いて、 $\overline{N_U}$  の面構造をさらに詳しく調べた。

まず、準備として、各有限生成加群  $M$  に対し、 $K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$  上の同値関係である  $M$ -TF 同値を新たに導入し、 $M$ -TF 同値類の閉包たちが  $K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$  上の有限で完備な扇  $\Sigma(M)$  をなすことを証明した。

そのうえで、 $U$  の直既約因子  $U_1, \dots, U_m$  ごとに、2項準傾複体の双対概念である2項単純系の同時変異を用いて、 $B$  加群  $M_1, \dots, M_m$  を定めた。

そして、 $\overline{N_U}$  の面全体の集合を、 $C(U)$  との共通部分に応じて、冪集合  $2^{\{1, \dots, m\}}$  の元  $I$  で添え字づけられた部分集合  $\mathfrak{F}_I$  たちへと分割し、各  $\mathfrak{F}_I$  から、 $K_0(\text{proj } B)_{\mathbb{R}}$  での扇  $\Sigma(\bigoplus_{i \in I} M_i)$  への全単射が、自然な線型写像  $\pi$  から誘導されることを証明した。

I study the representation theory of finite dimensional algebras  $A$  over a field  $K$ , and deeply investigate of the silting theory in the homotopy category  $\text{K}^b(\text{proj } A)$  of complexes over the category  $\text{proj } A$  of finitely generated projective  $A$ -modules. Silting complexes have an operation called mutation exchanging only one indecomposable direct summand. Within 2-term silting complexes, we can uniquely mutate each indecomposable direct summand. In some situations, simultaneous mutation of multiple indecomposable direct summands is allowed within 2-term silting complexes.

In the silting theory, the real Grothendieck group  $K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$  plays an important role, and many studies have been developed by considering the silting cone  $C(U)$  of the  $g$ -vectors of all indecomposable direct summands of each 2-term presilting complex  $U$  and the silting fan of silting cones. In particular, the silting fan is

complete if and only if there exist only finitely many basic 2-term presilting complexes. In the case that the silting fan is not complete, to extend the notion of silting cones to the whole  $K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$ , I introduced an equivalence relation on  $K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$  called TF equivalence by using semistable torsion pairs by King and Baumann-Kamnitzer-Tingley.

On the other hand, Jasso established  $\tau$ -tilting reduction as another important method, which studies the 2-term presilting complexes with a fixed direct summand  $U$  by mapping them to the 2-term presilting complexes for a simpler algebra  $B$ .

To combine these two methods, I had introduced a subset  $N_U \subset K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$  compatible with  $\tau$ -tilting reduction and a natural linear map  $\pi: K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}} \rightarrow K_0(\text{proj } B)_{\mathbb{R}}$  in the real Grothendieck group, and had proved that a bijection between the TF equivalence classes inside  $N_U$  and the TF equivalence classes in  $K_0(\text{proj } B)_{\mathbb{R}}$  is induced by  $\pi$ .

This  $N_U$  is an open neighborhood of the relative interior  $C^\circ(U)$  of  $C(U)$ , and is called the interval neighborhood of  $C^\circ(U)$ . The closure  $\overline{N_U}$  of the interval neighborhood  $N_U$  is a rational polyhedral cone in the Euclidean space  $K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$ .

Now I am studying the face structure of  $\overline{N_U}$  in joint work with Osamu Iyama. We had proved that, for each element  $\theta$  of  $\overline{N_U}$ , there exists an element  $\lambda_U(\theta) \in C(U)$  which is the largest element  $\eta \in C(U)$  such that  $\theta - \eta \in \overline{N_U}$ .

In this academic year, by the map  $\lambda_U: \overline{N_U} \rightarrow C(U)$ , we studied the face structure of  $\overline{N_U}$  more.

First, as a preparation, for each finitely generated module  $M$ , we newly introduced  $M$ -TF equivalence, which is an equivalence relation on  $K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$ , and proved that the closures of all  $M$ -TF equivalence classes give a finite complete fan  $\Sigma(M)$  in  $K_0(\text{proj } A)_{\mathbb{R}}$ .

Under this, for each of the indecomposable direct summands  $U_1, \dots, U_m$  of  $U$ , we defined  $B$ -

modules  $M_1, \dots, M_m$  from simultaneous mutation of 2-term simple-minded collections, which is the dual notion of 2-term silting complexes.

Then, we decomposed the set of all faces of  $\overline{N_U}$  into the subsets  $\mathfrak{F}_I$  indexed by the elements  $I$  of the power set  $2^{\{1, \dots, m\}}$  according to the intersections of  $C(U)$ , and proved that a bijection from each  $\mathfrak{F}_I$  to the fan  $\Sigma(\bigoplus_{i \in I} M_i)$  in  $K_0(\text{proj } B)_{\mathbb{R}}$  is induced by the natural linear map  $\pi$ .

## B. 発表論文

1. Sota Asai: “The Grothendieck Groups and Stable Equivalences of Mesh Algebras”, *Algebr. Represent. Theory* **21** (2018) 635–681.
2. Sota Asai: “Semibricks”, *Int. Math. Res. Not. IMRN* **2020**:16 (2020) 4993–5054.
3. Sota Asai: “The wall-chamber structures of the real Grothendieck groups”, *Adv. Math.* **381** (2021) 107615.
4. Sota Asai: “Bricks over preprojective algebras and join-irreducible elements in Coxeter groups”, *J. Pure Appl. Algebra* **226**:1 (2022) 106812.
5. Sota Asai and Calvin Pfeifer: “Wide Subcategories and Lattices of Torsion Classes”, *Algebr. Represent. Theory* **25** (2022) 1611–1629.

## C. 口頭発表

1. “Reduction of the wall-chamber structures”, Two weeks of silting – Conference, シュトゥットガルト大学 (ドイツ), 2019年8月.
2. “The wall-chamber structures for finite-dimensional algebras”, Hausdorff School on Stability Conditions in Representation Theory, ボン大学 (ドイツ), 2019年9月.
3. “The wall-chamber structures of the real Grothendieck groups”, Conference on Algebraic Representation Theory 2019, 国立清華大学 (台湾), 2019年12月.
4. “The wall-chamber structures of the real

Grothendieck groups”, Workshop and 19th International Conference on Representations of Algebras, オンライン, 2020年11月.

5. “Purely non-rigid regions of the Grothendieck groups”, Infinite Analysis 21 Workshop Around Cluster Algebras, オンライン, 2021年9月.
6. “Stability conditions in representation theory”, ISM Discovery School on Mutations, ケベック大学モントリオール校(カナダ)とオンラインのハイブリッド開催, 2022年7月.
7. “The rigid parts of the elements of the real Grothendieck groups”, Representation Theory of Quivers and Finite-Dimensional Algebras, オーバーボルファッハ数学研究所(ドイツ)とオンラインのハイブリッド開催, 2023年2月.
8. “The rigid parts of the elements of the real Grothendieck groups”, Advances in Cluster Algebras 2023, オンライン, 2023年3月.
9. “TF equivalence, silting theory and canonical decompositions”, McKay correspondence, Tilting theory and related topics, 東京大学, 2023年12月.

## 坪内 俊太郎 (TSUBOUCHI Shuntaro)

### A. 研究概要

1-ラプラス作用素と  $p$ -ラプラス作用素 (ただし  $1 < p < \infty$  とする) の両方を含む特異方程式である  $(1, p)$ -ラプラス方程式の弱解の正則性について研究した. 特に2階放物型方程式(時間発展問題)に対する弱解の空間勾配の連続性を示し, 空間次元  $n \geq 2$  と指数  $p$  の条件に応じて, 以下の結果が得られた.

1. 外力項付き方程式に対する弱解の空間勾配の連続性を,  $\frac{2n}{n+2} < p < \infty$  の条件の下で示した. 外力項の正則性については, 時間・空間ともに  $L^q$ -可積分性を仮定し,  $q > n + 2$  かつ  $p^{-1} + q^{-1} \leq 1$  という条件

を課している.

2. 指数  $p$  が  $1 < p \leq \frac{2n}{n+2}$  をみたす場合についても, 同様の正則性が得られることを示した. ただし, 技術的な理由により, 外力項なしの問題のみを扱った. また, 弱解に対して強い可積分性を仮定する必要もある.

現在は, 上記の結果をベクトル値問題(方程式系)へ拡張することを試みている. また, 外力項の可積分性を時間・空間で異なるものとした場合についても, 現在研究中である.

I have studied the regularity of weak solutions to  $(1, p)$ -Laplace equations, a singular equation that involves both the one-Laplace operator and the  $p$ -Laplace operator with  $1 < p < \infty$ . In particular, I have shown the gradient continuity for second-order parabolic equations (time-evolutional problems). Depending on the conditions of the spatial dimension  $n \geq 2$  and the exponent  $p$ , the results are given as follows:

1. The gradient continuity for a parabolic equation with an external force term is discussed in the case  $\frac{2n}{n+2} < p < \infty$ . For the regularity of the external force term, this is assumed to have  $L^q$ -integrability, both in space and time, with  $q > n + 2$  and  $p^{-1} + q^{-1} \leq 1$ .
2. I have also shown the same parabolic regularity in the remaining case  $1 < p \leq \frac{2n}{n+2}$ . However, no external force term is treated for a technical reason. Also, a weak solution is assumed to have a higher integrability condition.

I have been trying to extend these results to vector-valued problems (parabolic systems). Also, I have been considering the external force term with different integrability assumptions in space and time.

### B. 発表論文

1. S. Tsubouchi: “Gradient continuity for the parabolic  $(1, p)$ -Laplace equation un-

der the subcritical case”, arXiv preprint, arXiv:2402.04951 (2024), 30 pp, submitted.

2. S. Tsubouchi : “Continuity of a spatial gradient for a weak solution to a very singular parabolic equation involving the one-Laplacian”, arXiv preprint, arXiv:2306.06868 (2023), 65 pp, submitted.
3. S. Tsubouchi : “A weak solution to a perturbed one-Laplace system by  $p$ -Laplacian is continuously differentiable”, Math. Ann. **388**, No. 2, (2024) 1261–1322.
4. S. Tsubouchi : “Continuous differentiability of a weak solution to very singular elliptic equations involving anisotropic diffusivity”, Adv. Calc. Var. (2023), 59 pp.
5. Y. Giga and S. Tsubouchi : “Continuity of derivatives of a convex solution to a perturbed one-Laplace equation by  $p$ -Laplacian”, Arch. Ration. Mech. Anal. **244**, No. 2, (2022), 253–292.
6. S. Tsubouchi : “Local Lipschitz bounds for solutions to certain singular elliptic equations involving the one-Laplacian”, Calc. Var. Partial Differ. Equ. **60** (2021), No. 1, Paper No. 33, 25 pp.

### C. 口頭発表

1. 坪内俊太郎, “Continuity of a spatial gradient for the parabolic  $(1, p)$ -Laplace equation”, 第 15 回名古屋微分方程式研究集会, 名古屋大学, 2024 年 3 月.
2. 坪内俊太郎, “Gradient continuity for very singular equations involving the one-Laplace operator”, 微分方程式の総合的研究, 東京大学, 2023 年 12 月.
3. S. Tsubouchi, “Continuity of a spatial gradient via a truncation approach”, Geometric Aspects of Partial Differential Equations, RIMS, Dec 2023.
4. 坪内俊太郎, 異方拡散問題の空間勾配の連続性～切り捨て法による定性的アプローチ

～, 熊本大学応用解析セミナー, 熊本大学, 2023 年 10 月.

5. 坪内俊太郎, “Qualitative gradient continuity for the  $(1, p)$ -Laplace equations”, 京都大学 NLPDE セミナー, 京都大学 (オンライン講演), 2023 年 10 月.
6. 坪内俊太郎, “Gradient continuity for anisotropic singular equations”, 日本数学会秋季総合分科会, 東北大学, 2023 年 9 月.
7. 坪内俊太郎, 異方的な特異拡散放物型方程式の弱解に対する空間勾配の連続性, 第 4 4 回発展方程式若手セミナー, 京都教育大学, 2023 年 9 月.
8. S. Tsubouchi, “Gradient continuity of weak solutions for perturbed one-Laplace problems”, ICIAM 2023, Minisymposium, Waseda University (Japan), Aug 2023.
9. S. Tsubouchi, “A weak solution to  $(1, p)$ -Laplace problem is continuously differentiable”, AIMS Conference 2023, Special Session 37, Wilmington NC (USA), June 2023.
10. S. Tsubouchi, “Continuity of a spatial derivative for a perturbed one-Laplace equation”, Asia-Pacific Analysis and PDE Seminar, University of Sydney (online), May 2023.

### G. 受賞

1. 2023 年度建部賢弘奨励賞, 2023 年 9 月.
2. 東京大学大学院数理科学研究科研究科長賞, 2021 年 3 月.
3. 第 22 回北東数学解析研究会優秀ポスター賞, 2021 年 2 月.

### 森 迪也 (MORI Michiya)

#### A. 研究概要

私は, Hilbert 空間上の有界線形作用素に定まる距離や順序の構造について研究している. 以下, 2023 年度に発表した成果について説明する. 複素 Hilbert 空間の射影空間に対し, 等距離写像の一般形が Wigner の定理により与えられる. P.

Šemrl 氏 (スロベニア・リュブリャナ大学) との共同研究である論文 4 では, 等距離写像のかわりに非拡大写像や非縮小写像を考え, 特に非拡大写像について興味深い現象が現れることを発見した. 論文 5 では, 与えられた行列とベキ零行列全体との距離について考察した. この研究テーマについてはさらなる進展が得られており, 2024 年度中の発表を見込んでいる. 論文 6 では, 未解決問題集 Scottish Book の問題 155 を部分的に解決した. これは Banach 空間の等距離写像に関する問題である. 論文 7 では, 射影行列やユニタリ行列が Hilbert–Schmidt 距離についてなしえる距離空間について調べた.

I am interested in the order and metric structures on the set of bounded linear operators defined on a complex Hilbert space. In what follows I summarize my recent research.

In Papers 4, which is a joint work with P. Šemrl (Univ. of Ljubljana, Slovenia), we studied the metric structure of the projective space of a complex Hilbert space. An isometry on such a space is described by Wigner’s theorem. We studied non-expansive mappings and non-contractive mappings instead of isometries, and obtained some results. We found that there occurs interesting phenomenon when we work with non-expansive mappings. In Paper 5, I studied the distance from a fixed matrix to the set of nilpotent matrices. In Paper 6, I considered Problem 155 in the Scottish Book, and gave a partial solution to it. In Paper 7, I investigated metric spaces formed of  $n$ -tuples of projections or unitaries, where we consider the Hilbert-Schmidt distance.

#### B. 発表論文

1. M. Mori and P. Šemrl : “Loewner’s theorem for maps on operator domains”, *Canad. J. Math.* **75** (2023) 912–944. arXiv:2006.04488.
2. M. Mori : “On regular  $*$ -algebras of bounded linear operators: A new approach towards a theory of noncommutative Boolean algebras”, *東北数学雑誌*

**75** (2023) 423–463. arXiv:2107.05806.

3. M. Mori : “Ring isomorphisms of type  $II_\infty$  locally measurable operator algebras”, *Bull. Lond. Math. Soc.* **55** (2023) 2525–2538. arXiv:2206.00875.
4. M. Mori and P. Šemrl : “Nonexpansive and noncontractive mappings on the set of quantum pure states”, accepted for publication in *Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A*. arXiv:2305.05123.
5. M. Mori : “On the distance from a matrix to nilpotents”, *Linear Algebra Appl.* **679** (2023) 99–103. arXiv:2307.04463.
6. M. Mori : “On the Scottish Book Problem 155 by Mazur and Sternbach”, accepted for publication in *C.R. Math. Acad. Sci. Paris*. arXiv:2308.03339.
7. M. Mori : “On the shape of correlation matrices for unitaries”, accepted for publication in *Math. Scand.* arXiv:2308.03345.

#### C. 口頭発表

1. Nonexpansive and noncontractive mappings on the set of quantum pure states, 日本数学会 2023 年度秋季総合分科会, 東北大学 川内北キャンパス, 2023 年 9 月.
2. On the Scottish Book Problem 155 by Mazur and Sternbach, 東京大学作用素環セミナー, 2023 年 11 月.
3. On the distance from a matrix to nilpotents, 作用素論・作用素環論研究集会, 九州大学 伊都キャンパス, 2023 年 11 月.
4. On the shape of correlation matrices for projections and unitaries, 第 12 回信州関数解析シンポジウム, 信州大学 松本キャンパス, 2023 年 12 月.

#### D. 講義

1. 数理科学基礎演習 : 「数理科学基礎」の講義に対応する演習. S1 ターム, 理一 36–39 組. (教養学部前期課程講義)
2. 数学基礎理論演習 : 「微分積分学」「線型代数学」の講義に対応する演習. S2 ターム, 理一 36–39 組. (教養学部前期課程講義)

3. 微分積分学演習：「微分積分学」の講義に対応する演習. A セメスター, 理一 36-39 組. (教養学部前期課程講義)
4. 線型代数学演習：「線型代数学」の講義に対応する演習. A セメスター, 理一 36-39 組. (教養学部前期課程講義)

#### G. 受賞

1. 日本数学会賞建部賢弘奨励賞 (2022 年 9 月)

日仏数学連携拠点  
(Laboratoire de Mathématiques Franco-Japonais du CNRS)

ペフゼネル ミカエル (PEVZNER Michael)

A. 研究概要

My research field mainly concerns the representation theory of Lie groups.

Over the last years, jointly with my host researcher, Prof. Toshiyuki Kobayashi, we have developed a new method of constructing symmetry breaking operators in the framework of branching laws for reductive symmetric pairs and obtained a complete classification of such operators in various higher dimensional geometries generalizing classical families of covariant differential operators (Rankin-Cohen brackets, Juhl, Yamabe, Paneitz, higher order conformal Laplacians, GJMS operators, etc.). This recent progress opens new perspectives in analytic representation theory and leads us to a series of questions concerning the notion of holographic transform for symmetric reductive pairs and generating operators for families of differential operators.

In representation theory, branching problems ask how a given irreducible representation  $\pi$  of a group  $G$  behaves when restricted to a given subgroup  $G'$ . The decomposition of the tensor product of two irreducible representations (fusion rule) is a special case of this problem, where the pair  $(G, G')$  is of the form  $(G_1 \times G_1, \Delta(G_1))$ . In the setting where  $(G, G')$  is a pair of reductive groups and  $\pi$  is an infinite dimensional representation of  $G$ , branching problems include various important cases such as Theta correspondence, Plancherel formulas and the Gross-Prasad-Gan conjecture, however, they may also involve “wild behaviors” such as infinite multiplicities and continuous spectra in the branching laws. One may approach branching problems according to the

following 3 steps :

- Stage A. Abstract Features of the restriction, e.g. formulation of a criterion for
  - A1 the restriction to be discretely decomposable;
  - A2 the branching law to be of finite/bounded multiplicities.
  - A3 the restriction to be multiplicity-free.
- Stage B. Branching Laws (irreducible decomposition for the restriction).
- Stage C. Construction of Symmetry Breaking Operators.

In the past years, T. Kobayashi established a criterion for A1 and A2, and a new approach (visible actions) for A3. Recently, jointly with his collaborators, some classification results for A1 and that for A2 have been accomplished. Among the cases where “nice behaviors” are a priori predicted by Stage A, new branching laws have been found explicitly in various setting by many mathematicians including Duflo, Gross, Kobayashi, J.-S. Li, Oshima, Vargas, and Wallach, in the last two decades (Stage B) .

Stage C is much more involved than Stage B, as the latter treats only the decomposition of representations, whereas the former considers the decomposition of vectors. Jointly with T. Kobayashi we have recently initiated a new line of investigations of branching laws with focus on Stage C and obtained an exhaustive classification of all possible differential symmetry breaking operators in six different parabolic geometries.

Our present work highlights a special case of Stage C by applying a new method based on algebraic Fourier transform of generalized Verma modules. Though our current interest is differential symmetry breaking operators,

this method applies even beyond the setting of differential operators and non-local symmetry breaking operators were recently classified for rank one orthogonal groups. Prototypical examples have been examined and the explicit construction of differential symmetry breaking operators for reductive symmetric pairs  $(G, G')$  of split rank one was performed. We provided the first systematic study of all possible conformally covariant differential operators transforming differential forms on a given Riemannian manifold  $X$  into those on a submanifold  $Y$  with focus on the model space  $(X, Y) = (S^n, S^{n-1})$ .

Resulting families of vector valued differential operators are natural generalizations of Juhl's operators from conformal holography. Moreover, symmetry breaking operators for some Zuckerman's derived functor modules appear naturally in this context and must be studied further. Let us also mention that such symmetry breaking operators arise in broader fields of mathematics. For instance the Rankin-Cohen brackets (i.e. symmetry breaking for the fusion rule of holomorphic discrete series representations of  $SL(2, \mathbb{R})$ ) were originally introduced in the construction of holomorphic modular forms of higher degree, analysis of special values of L-functions, and they also play a crucial role in equivariant deformation quantization theory of the anti-de Sitter space.

Recently, we discovered an interesting phenomenon bridging their investigations with analytic problems involving Plancherel-type theorems and pointing out the fundamental role that play classical orthogonal polynomials in the explicit construction of differential symmetry breaking operators, see [1]. Indeed, a natural question of inverting symmetry breaking operators led to the notion of a *holographic transform* that was developed in the framework of branching problems for discretely decomposable infinite dimensional representations of the Lie groups  $SL(2, \mathbb{R})$  and  $SO(n, 2)$ .

Whereas symmetry breaking operators decrease the number of variables in geometric models of such representations, holographic operators increase it. Various expansions in classical analysis can be interpreted as particular occurrences of these transforms (Fourier series, spherical harmonics, Poisson integral etc.). From this perspective two remarkable families of differential operators were studied: the Rankin-Cohen operators and the holomorphic Juhl conformally covariant operators.

Motivated by the classical ideas of generating functions for orthogonal polynomials, we initiated in [2] a new line of investigation on "generating operators" for a family of differential operators between two manifolds. We proved a novel formula of the generating operators for the Rankin-Cohen brackets by using higher-dimensional residue calculus. Various results on the generating operators were also explored from the perspective of infinite-dimensional representation theory.

The most recent result, concerns the analytic interpretation of Rankin-Cohen brackets and their "generating operator." Namely, in [3] we find a method to reconstruct the Rankin-Cohen brackets from a very simple multivariable contour integral, and obtained a new proof of their covariance. We also establish a closed formula of the "generating operator" for the Rankin-Cohen brackets in full generality.

## B. 発表論文

- [1 ] T. Kobayashi, M. Pevzner, *Inversion of Rankin-Cohen operators via holographic transform*, Ann. Inst. Fourier **70** (2020), 2131–2190.
- [2 ] T. Kobayashi, M. Pevzner, *A generating operator for Rankin-Cohen brackets*, arXiv: 2306.16800.
- [3 ] T. Kobayashi, M. Pevzner, *A short proof for Rankin-Cohen brackets and generating operators*, arXiv: 2402.05363.

### C. 口頭発表

1. (1) Symposium on Representation Theory, University of the Ryukyus, Nov. 2023.
  2. (2) Differential Geometry Seminar, OCAMI, Osaka, Nov. 2023.
  3. (3) Geometry, Analysis, and Representation Theory of Lie groups. Tokyo, September 2022.
  4. (4) ICM 2022 Section Overlay Conference for Section 7 (Lie theory and its generalizations) , IMS, NUS Singapore, July 2022.
  5. (5) "Journées SL(2,R) in honor of J. Faraut", Nancy France, May 2022.
  6. (6) Lie Theory, Representation Theory and Related Areas, , RIMS, Kyoto (online) Aug. 2021.
  7. (7) Integrable Systems and Automorphic Forms , Sochi, Russia, Feb 2020.
  8. (8) Integral Geometry, Representation Theory and Complex Analysis, IPMU, Tokyo, Jan 2020.
  9. (9) Workshop "Rankin-Cohen brackets" , Geneva, Switzerland, Oct. 2019.
  10. (10) RUByS 2019 Symmetries in action at the Ruhr-Universität , Bochum, Germany, Jul. 2019.
1. (1) British Columbia, Canada, July, 2024.
  2. (2) Session on Harmonic Analysis and Representation Theory, 29th Nordic Congress of Mathematicians with EMS, Aalborg, Denmark, 3-7 July, 2023.
  3. (3) Noncommutative geometry and analysis on homogeneous spaces. Williamsburg (VA) USA, 16-20 Jan, 2023.
  4. (4) Symmetries in Geometry and Analysis, in honor of T. Kobayashi, Reims, France, June, 2022.
  5. (5) Workshop "Chébran", the American Institute of Mathematics, RTNG program, June 2021, Online.
  6. (6) Integral Geometry, Representation Theory and Complex Analysis, IPMU, Tokyo, Jan, 2020.
  7. (7) International Ph.D. Lab in Mathematics. Reims, France June, 2019.

### F. 対外研究サービス

1. Director of the French-Japanese Laboratory of Mathematics and its Interactions, CNRS–The University of Tokyo, IRL2025.
2. Editor of the *Journal of Lie Theory*.
3. Guest editor of *Indagationes Mathematicae*.
4. Guest editor of *Progress in Mathematics*.

### Organization of conferences:

1. (1) Branching Problems for Representations of Real, p-Adic and Adelic Groups. Banff International Research Station, UBC Okanagan campus in Kelowna,

## 連携併任講座 (Special Visiting Chairs)

### ☆客員教授 (Visiting Professors)

岡本 龍明 (OKAMOTO Tatsuaki)

#### A. 研究概要

暗号理論の研究を行っている。特に、公開鍵暗号やその発展型である関数型暗号、属性ベース暗号・署名ならびにブロックチェーンの研究を行っている。また、複雑性理論についての研究も行っている。

暗号理論では、標準的な仮定である DLIN 仮定の下で広いクラスの関係（一般的な論理関係と内積述語を組み合わせたような関係）に対して適応的安全性をもち部分的に属性秘匿性をもつ関数型暗号方式を示した。また、管理者を多数にしてかつ完全に独立に運用できるようにした非中央集権型多管理者の属性ベース暗号・署名方式を示した。以上は、高島克幸との共同研究によるものである。算術的ブランチングプログラムに対して適応的にシミュレーション安全で強部分秘匿である述語暗号を示した (P. Datta、高島克幸との共同研究)。DLIN 仮定において効率的で強い秘匿性をもつ内積関数型暗号を示した (富田 潤一、阿部正幸との共同研究)。ブロックチェーンで有用なアダプター署名において、新たな (強い) 定義を導入し、一般的な構成法を示した (W. Dai、山本剛との共同研究)。

複雑性理論については、組織化された複雑度の新たな定式化を行った。また、それを用いて、複雑度増大の法則とファインチューニング問題への応用を示した。

I am conducting research in the theory of cryptography, especially public-key cryptography, its advanced forms such as functional encryption, attribute-based encryption and signatures, and blockchain. I am also researching complexity theory.

For cryptography, we have proposed a scheme that achieves adaptive security and partial at-

tribute hiding for a broad class of relations (general logical relations combined with inner product predicates) under a standard assumption, the DLIN (Decisional Linear) assumption. Furthermore, we have introduced a decentralized multi-authority attribute-based encryption and signature scheme, designed to allow multiple authorities to operate independently. They were done in joint with K. Takashima. We proposed an adaptively simulation-secure and strongly partially-hiding predicate encryption for arithmetic branching programs (joint with P. Datta and K. Takashima). Additionally, we proposed an efficient and fully-hiding inner-product functional encryption under the DLIN assumption (joint with J. Tomida and M. Abe). For blockchains where adaptor signatures are effective, we introduced a novel (strong) definition for adaptor signatures and provided a general construction (joint with W. Dai and G. Yamamoto).

Regarding complexity theory, we formulated a new definition for organized complexity and applied it to demonstrate the law of increasing complexity in the universe and its relevance to the fine-tuning problem about fundamental physical constants.

#### B. 発表論文・著書

1. 岡本 龍明 「現代暗号の誕生と発展」, 近代科学社 (2019).
2. T. Okamoto, and K. Takashima: "Fully Secure Functional Encryption with a Large Class of Relations from the Decisional Linear Assumption", J. Cryptology 32(4): 1491-1573 (2019).
3. P. Datta, T. Okamoto, and K. Takashima: "Adaptively Simulation-

Secure Attribute-Hiding Predicate Encryption", IEICE Trans. Inf. Syst. 103-D(7): 1556-1597 (2020).

4. T. Okamoto, and K. Takashima: "Decentralized Attribute-Based Encryption and Signatures", IEICE Trans. Fundam. Electron. Commun. Comput. Sci. 103-A(1): 41-73 (2020).
5. J. Tomida, M. Abe, and T. Okamoto: "Efficient Inner Product Functional Encryption with Full-Hiding Security", IEICE Trans. Fundam. Electron. Commun. Comput. Sci. 103-A(1): 33-40 (2020).
6. P. Datta, T. Okamoto, and K. Takashima: "Efficient Attribute-Based Signatures for Unbounded Arithmetic Branching Programs", IEICE Trans. Fundam. Electron. Commun. Comput. Sci. 104-A(1): 25-57 (2021).
7. W. Dai, T. Okamoto, and G. Yamamoto: "Stronger Security and Generic Constructions for Adaptor Signatures", INDOCRYPT 2022: 52-77 (2022).
8. J. Alawatugoda, and T. Okamoto: "Standard model leakage-resilient authenticated key exchange using inner-product extractors", Des. Codes Cryptogr. 90(4): 1059-1079 (2022).
9. T. Okamoto: "A New Quantitative Definition of the Complexity of Organized Matters", Complexity, 1889348:1-18 (2022).
10. T. Okamoto: "On the Arrow of Time and Organized Complexity in the Universe", arXiv:2302.07123 [physics.hist-ph] (2023)

#### C. 口頭発表

1. "A Decade of Dual Pairing Vector Spaces", Public Key Cryptography Conference 2019, Beijing, China, April 15, 2019.
2. 「データ流通とセキュリティ技術」, 応用物理学会秋季学術講演会 [Zoom], September

12, 2021

3. 「ポスト量子暗号」, 情報処理学会全国大会特別講演, 愛媛大学, March 4, 2022
4. 「高機能暗号について」, Cryptrec シンポジウム, 東京, July 26, 2023

#### D. 講義

1. 社会数理解特別講義 II・数理工学：暗号理論の入門講義、暗号の安全性の定義、安全性の証明理論、楕円曲線暗号、格子暗号、秘密計算、ゼロ知識証明などを扱った (数理大学院・4年生共通講義)。

#### F. 対外研究サービス

1. Test of Time Award Selection Committee Chair, IACR (International Association for Cryptologic Research), 2020.

#### G. 受賞

1. 朝日賞, 2019
2. 社団法人 電子情報通信学会 業績賞, 2020

## 学振特別研究員 (JSPS Research Fellowship)

北村 侃 (KITAMURA Kan)

### A. 研究概要

作用素環の量子対称性と K 理論について研究をしている。

複素半単純リー群のパラメータ  $0 < q < 1$  による変形とみなされている局所コンパクト量子群  $G_q$  について、その離散部分量子群  $\Gamma$  がほとんど存在しないことを示した。とくに、離散部分量子群  $\Gamma \leq G_q$  の分類を与え、またその商  $G_q/\Gamma$  が  $G_q$  作用について不変な有限測度 (の類似) を持たないことを示した。

また、ユニタリテンソル圏の作用を持つ作用素環についての同変 KK 理論を名古屋大学の荒野悠輝氏、京都大学の窪田陽介氏とともに構成し、普遍性をはじめとする期待される種々の性質を示した。さらにテンソル圏についての Baum–Connes 予想の類似についても考察した。とくに torsion-free な Haagerup 性質をみたす群の 3-コサイクルツイストの場合には Baum–Connes 予想の強化版である  $\gamma = 1$  とよばれる性質を満たすことがわかった。

上とは独立した興味として、 $C^*$ 環の閉とは限らないイデアルについても考察した。 $C^*$ 環のノルム閉とは限らないイデアルが素イデアルであれば、自動的に  $*$ -閉になることを示した。さらに、Chalmers University of Technology / University of Gothenburg の Eusebio Gardella 氏と同所属の Hannes Thiel 氏との共同研究により  $C^*$ 環の半素イデアルの特徴付けを得た。

I am interested in quantum symmetries and K-theoretic aspects of operator algebras.

It turns out that there are not so many discrete quantum groups  $\Gamma$  in the operator algebraic realization of  $q$ -deformation of a complex semisimple Lie group  $G_q$  for  $0 < q < 1$ , and that the quotient  $G_q/\Gamma$  does not admit the analogue of  $G_q$ -invariant finite measure. Also, such  $\Gamma \leq G_q$  are classified.

In joint work with Yuki Arano at Nagoya Uni-

versity and Yosuke Kubota at Kyoto University, the equivariant KK-theory for actions of unitary tensor categories is constructed and shown to have several expected properties, including universality. Moreover, the analogue of the Baum–Connes conjecture is considered. In particular, it is shown that 3-cocycle twists of torsion-free groups with the Haagerup property satisfy the analogue of the so-called property of  $\gamma = 1$ , a strengthening of the Baum–Connes conjecture.

Apart from the things above, ideals in  $C^*$ -algebras are also studied. It is shown that prime ideals in  $C^*$ -algebras are always  $*$ -closed even when they are not norm-closed. Moreover, in joint work with Eusebio Gardella and Hannes Thiel at Chalmers University of Technology and University of Gothenburg, equivariant characterizations of semiprime ideals are obtained.

### B. 発表論文

1. K. Kitamura : “Induced coactions along a homomorphism of locally compact quantum groups”, *J. Funct. Anal.* **282** (2022), no.12, 109462.
2. K. Kitamura : “Partial Pontryagin duality for actions of quantum groups on  $C^*$ -algebras”, *J. Operator Theory*, to appear.
3. K. Kitamura : “Discrete quantum subgroups of complex semisimple quantum groups”, *Int. Math. Res. Not.* (2023), rnad117, published online.
4. Y. Arano, K. Kitamura, Y. Kubota : “Tensor category equivariant KK-theory”, preprint, arXiv:2305.07255.
5. E. Gardella, K. Kitamura, H. Thiel : “Semiprime ideals in  $C^*$ -algebras”, preprint, arXiv:2311.17480.
6. K. Kitamura : “Discrete quantum sub-

groups of quantum doubles”, 博士論文 (2023), 東京大学.

### C. 口頭発表

1. *Partial Pontryagin duality for actions of quantum groups on  $C^*$ -algebras*, Functional Analysis Seminar, University of Oxford, 英国, 2023 年 1 月.
2. *Partial Pontryagin duality for actions of quantum groups on  $C^*$ -algebras*, Analysis Seminar, University of Glasgow, 英国, 2023 年 2 月.
3. *Tensor category equivariant  $KK$ -theory*, Japan-Netherlands Joint Seminar: Index Theory and Operator Algebras in Topological Physics, オンライン, 2023 年 3 月.
4. *Discrete quantum subgroups of complex semisimple quantum groups*, Quantum groups and interactions, University of Glasgow, 英国, 2023 年 5 月.
5. *Around homogeneous spaces of complex semisimple quantum groups*, iTHEMS Math Seminar, 埼玉, 2023 年 6 月.
6. *Around homogeneous spaces of complex semisimple quantum groups*, 作用素環セミナー, 東京大学, 2023 年 6 月.
7. *Discrete quantum subgroups of complex semisimple quantum groups*, 京都作用素環セミナー, 京都大学, 2023 年 6 月.
8. *Discrete quantum subgroups of complex semisimple quantum groups*, 量子解析セミナー, 名古屋大学, 2023 年 6 月.
9. *Semiprime ideals in  $C^*$ -algebras*, 作用素論作用素環論研究集会, 九州大学, 2023 年 11 月.
10. *Semiprime ideals in  $C^*$ -algebras*, 作用素環と種々の対称性, 京都, 2024 年 1 月.

### G. 受賞

1. 数理科学研究科長賞 (2020 年度).

## 原子 秀一 (HARAKO Shuichi)

### A. 研究概要

シンプレクティック作用をもつある種類の代数において、シンプレクティック元と呼ばれる特定の元を固定するような導分がなすリー代数たちの系列が知られている。このようなリー代数はシンプレクティック微分リー代数と呼ばれ、associative case  $\{a_g\}_g$ , Lie case  $\{l_g\}_g$ , commutative case  $\{c_g\}_g$  の 3 つの系列がある。Kontsevich はそれぞれの場合において、リー代数ホモロジー群がグラフ複体のホモロジー群に対応していることを示した。たとえば、commutative case  $\{c_g\}_g$  は可換グラフ複体に対応している。これらの系列にはリー代数構造およびシンプレクティック表現と両立するウェイトと呼ばれる非負整数による次数付けがあり、ウェイトが正の部分  $a_g^+$ ,  $l_g^+$ ,  $c_g^+$  のホモロジー群が決定できれば  $a_g$ ,  $l_g$ ,  $c_g$  のホモロジー群も決定される。

これまでの研究で  $c_g^+$  のホモロジー群の 2 次以下の部分および 3 次の一部分については決定している。本年度ではシンプレクティック微分リー代数  $c_g$  の高次のシンプレクティック不変ホモロジー類を低次の不変とは限らないホモロジー類から構成することを試みた。また、そのために可換グラフ複体のホモロジー群について、次元が知られている低次の部分についてコンピュータプログラムを用いて調べ、その一部が計算できた。

For certain algebras with symplectic actions, the series of Lie algebras of derivations which fix an element called a symplectic element are known. Such Lie algebras are called symplectic derivation Lie algebras, consisting of associative case  $\{a_g\}_g$ , Lie case  $\{l_g\}_g$ , and commutative case  $\{c_g\}_g$ . Kontsevich showed that each case of the Lie algebra homology group corresponds to a homology group of a graph complex. For example, commutative case  $\{c_g\}_g$  corresponds to the commutative graph complex. These series are graded by nonnegative integers compatible with the Lie algebra structure and symplectic actions. If the homology group of positive weight parts  $a_g^+$ ,  $l_g^+$ , and  $c_g^+$  are determined, then so are the homology group of  $a_g$ ,

$l_g, c_g$ .

I have determined the second homology group of  $c_g$  and partially the third homology group. This year, I tried to construct the symplectic invariant homology class of higher degree out of homology classes of lower degree which are not necessarily invariant. Moreover, I researched the lower degree parts of the homology group of the commutative graph complex whose dimension is known. We used the computer program and calculated them partially.

#### B. 発表論文

1. S. Harako : “On characteristic classes of Q-manifolds”, 東京大学修士論文 (2020).
2. S. Harako : “The second homology group of the commutative case of Kontsevich’s symplectic derivation Lie algebra”, preprint, arXiv:2006.06064 (2020).
3. S. Harako : “Almost Commutative Manifolds and Their Modular Classes”, preprint, arXiv:2206.05709 (2022).
4. S. Harako : “Manifolds Graded by an Arbitrary Abelian Group”, 東京大学博士論文 (2023).

#### C. 口頭発表

1. Computation of the symplectic derivation Lie algebra via classical representation theory, The 17th East Asian Conference on Geometric Topology, オンライン, 2022 年 1 月
2. An application of almost commutative algebras to graded manifolds, 東北大学幾何セミナー, オンライン, 2022 年 7 月
3. Orientable  $\rho$ -Q-manifolds and their modular classes, トポロジー火曜セミナー, オンライン, 2022 年 10 月
4. Computational results for the symplectic derivation Lie algebras, 日本数学会 2022 年度秋季総合分科会, 北海道大学, 2022 年 10 月
5. The modular class using the Schouten bracket on a  $\rho$ -manifold, Poisson 幾何とその周辺, 東京理科大学, 2022 年 12 月

6. Graded Manifolds Whose Functions Are Almost Commutative, The 18th East Asian Conference on Geometric Topology, オンライン, 2023 年 2 月
7.  $\rho$ -commutative algebras and their application to graded manifolds, Mapping class groups and Quantum topology, 東広島芸術文化ホール ‘くらら’・東広島市市民文化センター, 2023 年 3 月
8. The modular class of an orientable  $\rho$ -manifold, 日本数学会 2023 年度年会, 中央大学, 2023 年 3 月
9. Graded manifolds with rho-commutative functions, 第 30 回関東若手幾何セミナー, 東京大学, 2023 年 7 月
10.  $\rho$ -多様体の上のある Q コホモロジー類の構成, 第 70 回トポロジーシンポジウム, 奈良女子大学, 2023 年 8 月

#### G. 受賞

東京大学大学院数理科学研究科修士課程研究科長賞, 2020 年 3 月

### 三宅 庸仁 (MIYAKE Nobuhito)

#### A. 研究概要

本年度は, 四階放物型方程式に分類される幾何学的発展方程式である, Canham–Helfrich 型汎関数の勾配流に対する閾値型近似アルゴリズムに関する研究を行った. 閾値型近似アルゴリズムとは, ある発展方程式の解の level set を用いて幾何学的発展方程式の近似解を構成するアルゴリズムである. 上記のアルゴリズムを初めて提唱した Bence–Merriman–Osher (1992) では, 熱方程式を用いて平均曲率流の近似解を構成していた. 我々の研究は, 熱方程式の代わりに線形四階放物型方程式を用いることで Canham–Helfrich 型汎関数の  $L^2$ -勾配流に対する近似解構成アルゴリズムを考案したものである. 尚, 本研究内容は Ishii–Kohsaka–Miyake–Sakakibara (arXiv:2311.13155) として arXiv にて公表している.

In this year, we studied the threshold-type algorithm to the gradient flow of the Canham–

Helfrich functional, which is a geometric evolution equation classified as the fourth order parabolic equation. Here, threshold-type algorithm is an algorithm which constructs an approximate solution of a geometric evolution equation by using level sets of solutions of an evolution equation. In Bence–Merriman–Osher (1992), this algorithm initially introduced to construct an approximate solution of the mean curvature flow by using the heat equation. In our study, we introduced the threshold-type algorithm to the gradient flow of the Canham–Helfrich functional by using a linear fourth order parabolic equation instead of the heat equation. This study was posted on arXiv as Ishii–Kohsaka–Miyake–Sakakibara (arXiv:2311.13155).

#### B. 発表論文

1. N. Miyake: “Effect of decay rates of initial data on the sign of solutions to Cauchy problems of polyharmonic heat equations”, *Math. Ann.* **387** (2023), 265–289.
2. N. Miyake and S. Okabe: “Asymptotic behavior of solutions for a fourth order parabolic equation with gradient nonlinearity via the Galerkin method”, *Geometric properties for parabolic and elliptic PDEs*, 247–271, Springer INdAM Ser. **47**, Springer, Cham, 2021.
3. H.-Ch. Grunau, N. Miyake, and S. Okabe: “Positivity of solutions to the Cauchy problem for linear and semilinear biharmonic heat equations”, *Adv. Nonlinear Anal.* **10** (2021), 353–370.
4. K. Ishige, N. Miyake, and S. Okabe: “Blowup for a fourth-order parabolic equation with gradient nonlinearity”, *SIAM J. Math. Anal.* **52** (2020), 927–953.
5. G. Allaire, L. Cavallina, N. Miyake, T. Oka, and T. Yachimura: “The homogenization method for topology optimization of structures: old and new”, *Inter-*

*discip. Inform. Sci.* **25** (2019), 75–146.

#### C. 口頭発表

1. Threshold-type algorithm for gradient flows of Willmore-type functionals, 微分方程式の総合的研究, 東京大学, 2023年12月.
2. Canham-Helfrich 型汎関数の勾配流に対する閾値型近似アルゴリズムについて, 第2回若手応用数学研究会, 金沢大学, 2023年12月.
3. Threshold-type approximation algorithm for gradient flows of Willmore-type energy functionals, Workshop on Nonlinear Partial Differential Equations – China-Japan Joint Project for Young Mathematicians 2023 –, 同済大学 (中国), 2023年11月.
4. Effect of decay rates of initial data on the sign of solutions to Cauchy problems of some higher order parabolic equations, The 13th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, ノースカロライナ大学 (アメリカ), 2023年5月.
5. Eventual global positivity of solutions to Cauchy problems of some higher order parabolic equations, 精密解析による非線形問題の新展開, 京都大学, 2023年3月.
6. Eventual global positivity of solutions to Cauchy problems of polyharmonic heat equations, The 24th Northeastern Symposium on Mathematical Analysis, 東北大学, 2023年2月.
7. Effect of decay rates of initial data on the sign of solutions to Cauchy problems of some higher order parabolic equations, NTU-Tokyo Joint Conference 2022, オンライン, 2022年12月.
8. Effect of decay rates of initial data on the sign of solutions to Cauchy problems of some higher order parabolic equations, 第183回神楽坂解析セミナー, 東京理科大学, 2022年11月.

9. ある高階放物型方程式に対する初期値問題の解の符号における初期値の減衰速度の影響について、楕円型・放物型微分方程式研究集会、龍谷大学、2022年11月.
10. 多重調和熱方程式の初期値問題の解の符号に対する初期値の減衰速度の影響について、「解析学とその周辺」@野田、東京理科大学、2022年11月.

G. 受賞

1. 青葉理学会、 「青葉理学会賞」、2021年3月

村上 浩大 (MURAKAMI Kota)

A. 研究概要

非可換代数の適切な加群や複体、表現のなす代数多様体たちのなす構造物の上に、Weyl 群や braid 群、量子群や代数群の表現論に現れる組み合わせ論的な構造を実現する。組み合わせ論を非可換代数の表現論に関係づけることで表現論的な対象たちに組み合わせ論的な特徴づけを与える。逆にその特徴づけを用いて組み合わせ論的な対象の未知の性質を表現論を用いて理解することで相互に理解を深めることに興味がある。

近年は有向グラフ（簾）に付随する道代数および Gelfand-Ponomarev により導入された前射影代数と呼ばれる非可換代数、Geiß-Leclerc-Schröer および Hernandez-Leclerc による対称化可能一般化 Cartan 行列に対するその拡張（一般化前射影代数）の表現論を研究対象にしている。可積分系および量子 affine 代数の有限次元表現の研究において適切な表現の  $q$ -指標たちの満たす関数等式は、団代数の理論における交換関係式の観点からも研究される。この観点から、ポテンシャル付き簾を用いた団代数の研究を基に関係式付き簾により無限次元の非可換代数を定め、その有限次元商として（有限型の Cartan 行列に付随する）一般化前射影代数は理解される。この解釈の下で一般化前射影代数は自然な次数付き代数の構造をもち次数付き加群を考えることができる。一般化前射影代数の表現論の研究から現れる適切な次数付き加群たちの性質を量子 affine 代数の表現たちの性質やそれらの満たす数値的な側面、Grothendieck

環に現れる団代数構造などの組み合わせ論に関係づけ相互に理解を深めることを目指し研究を行っている。

2023 年度における発表論文、口頭発表としては、京都大学の数理解析研究所の藤田遼氏との共同研究における論文 “Deformed Cartan matrices and generalized preprojective algebras II general type” が Math. Z. から出版された。この研究では、上記の一般化前射影代数の次数付けを有限型の場合から一般の場合に拡張し、数理物理の研究において現れる一般化 Cartan 行列の変数変形（変形 Cartan 行列）を加群圏における Euler-Poincaré ペアリングを用いて解釈することで、変形 Cartan 行列の数値的な性質を表現論における次数付き加群に関する性質に対応させることで証明をした。同内容における 2 件の口頭発表をセミナーおよび研究集会において行った。

His research focuses on the connections between representation theory of associative algebras and combinatorics. Various aspects of combinatorics, such as Weyl groups, braid groups, representation theory of quantum groups and algebraic groups e.t.c., are realized on appropriate categories of modules, complexes, or varieties of modules over some associative algebras. In such contexts, representation theoretic objects are often characterized by using purely combinatorial concepts, and conversely, certain purely combinatorial properties are established through these representation theoretic characterizations.

In recent years, he studies path algebras of quivers, their preprojective algebras introduced by Gelfand-Ponomarev, and a generalization of preprojective algebras (generalized preprojective algebras) introduced by Geiß-Leclerc-Schröer and Hernandez-Leclerc. The generalized preprojective algebra is an associative algebra given by a quiver with relations associated with a symmetrizable generalized Cartan matrix and its symmetrizer. One can interpret the generalized preprojective algebra of finite type as a quotient algebra of certain infinite dimen-

sional algebra given by a quiver with potential introduced in a categorical study of cluster algebras by Derksen-Weyman-Zelevinsky. In the representation theory of quantum affine algebra, the  $q$ -characters of suitable finite dimensional representations satisfy certain functorial relations. They are studied also from the viewpoint of exchange relations in the cluster theory. From this point of view, they introduced these quiver algebras. By this interpretation, the generalized preprojective algebra has a natural grading structure, and one can consider graded modules over the generalized preprojective algebras. He studies connections between properties of certain graded modules over the preprojective algebra and those of representations of the quantum affine algebra, which contain numerical or combinatorial aspects of the Grothendieck ring such as a cluster structure. In fiscal year 2023, the paper titled “Deformed Cartan matrices and generalized preprojective algebras II general type” resulting from a joint work with Ryo Fujita from Kyoto University (RIMS), was published in *Math. Z.* In this joint study, we extended the aforementioned grading structures from finite types to general types, and interpreted certain several parameters deformation of the generalized Cartan matrix (deformed Cartan matrix) as a graded Euler-Poincaré pairing between some graded modules over the generalized preprojective algebra. In particular, we proved several unknown purely numerical properties of the deformed Cartan matrix by using this representation theoretic interpretation. He gave 2 talks about this joint study in a seminar and a conference.

#### B. 発表論文

1. R. Fujita and K. Murakami : “Deformed Cartan matrices and generalized preprojective algebras II general type”, *Math. Z.* **305(4)** (2023).
2. R. Fujita and K. Murakami : “ Deformed Cartan Matrices and Generalized Pre-

projective Algebras I: Finite Type”, *Int. Math. Res. Not. IMRN* **2023(8)** (2023) 6924–6975.

3. K. Murakami : “PBW parametrizations and generalized preprojective algebras”, *Adv. Math.* **395** (2022) 108144-108144.
4. K. Murakami : “On the module categories of generalized preprojective algebras of Dynkin type”, *Osaka J. Math.* **59(2)** (2022) 387-402.

#### C. 口頭発表

1. Deformed Cartan matrices and generalized preprojective algebras, Algebraic Lie Theory and Representation Theory 2023, 東京工業大学, 2023年5月.
2. Categorifications of deformed Cartan matrices, 東京名古屋代数セミナー (オンライン), 2023年4月.
3. Categorifications of deformed symmetrizable generalized Cartan matrices, Advances in Cluster Algebras 2023 (国際会議: オンライン), 2023年3月.
4. Categorifications of deformed symmetrizable generalized Cartan matrices, The 8th KTGU Mathematics Workshop for Young Researchers (国際会議: 日本), 京都大学数学教室, 2023年1月.
5. Deformed symmetrizable generalized Cartan matrices and generalized preprojective algebras, Séminaire d’algèbre et de géométrie, Université de Caen Normandie (フランス), 2023年1月.
6. Combinatorics from representation theory of generalized preprojective algebras, Representation theory and geometry of loop spaces (国際会議: フランス), Laboratoire de Mathématiques d’Orsay (フランス), 2023年1月.
7. Deformed Cartan matrices and generalized preprojective algebras, 表現論とその周辺分野における諸問題, 京都大学数理解析研究所, 2022年7月.
8. Combinatorics on generalized preprojec-

tive algebras, Clusters, quivers and geometry (オンライン), 2022 年 4 月.

9. Deformed Cartan matrices and generalized preprojective algebras, Preprojective Algebras and Calabi-Yau Algebras (国際会議: オンライン), 2022 年 3 月.
10. Koszulity for preprojective algebras and zigzag algebras, Koszul winter school, 大阪市立大学およびオンライン, 2022 年 2 月.

## 山田 一紀 (YAMADA Kazuki)

### A. 研究概要

今年度は主にリジッド解析的 Hyodo–Kato 理論とその応用について研究を行った. リジッド解析的 Hyodo–Kato 理論とは,  $p$  進解析空間の Hyodo–Kato コホモロジーと de Rham コホモロジーを比較する理論であり, その比較を与える写像を Hyodo–Kato 写像と呼ぶ.

Hyodo–Kato コホモロジーの係数層である対数過収束アイソクリスタルが冪単な場合には Hyodo–Kato 写像が同型になることが以前の研究で分かっていた. 今年度の研究ではその一般化として, Frobenius 構造を持つ対数過収束アイソクリスタルに対して Hyodo–Kato 写像が同型になることが分かった. 高次順像などの幾何的な手法で生じる対数過収束アイソクリスタルの多くは Frobenius 構造を持つと期待されるので, この度の結果によりリジッド解析的 Hyodo–Kato 理論の応用の範囲が大きく広がったと言える.

さらに基本群の Hyodo–Kato 理論の構築に向けた研究も行った. 混標数完備離散付値環に canonical log structure を入れたものを  $V^\sharp$ , 剰余体の Witt 環に hollow log structure を入れたものを  $W^0$  とし,  $Y$  を剰余体上の強半安定対数スキームとする時,  $Y$  の  $V^\sharp$  上及び  $W^0$  上の対数過収束アイソクリスタルのなす圏を比較することが目的である. 今年度の研究では,  $Y$  の  $W^0$  上の  $F$ -able な対数過収束アイソクリスタルのなす圏から  $Y$  の  $V^\sharp$  上の対数過収束アイソクリスタルのなす圏への canonical な忠実完全関手  $\text{Isoc}^\dagger(Y/W^0)^{F\text{-able}} \rightarrow \text{Isoc}^\dagger(Y/V^\sharp)$  を構成した. この関手の構成を適切なクラスの対数過収束アイ

ソクリスタルの圏に一般化もしくは制限することにより, 淡中基本群の比較へ発展させることが今後の課題となる.

また,  $p$  進 regulator の記述に関する Besser–de Jeu の予想への応用を目的として, 乗法群の半安定モデルを用いた  $p$  進ポリログの計算に着手した. 計算に適した乗法群の弱形式モデルを考案し, Log 層の記述や  $p$  進ポリログの計算を部分的に進めた. 来年度も引き続き計算を進める予定である.

This year, I mainly researched rigid analytic Hyodo–Kato theory and its application. The rigid analytic Hyodo–Kato theory compares the Hyodo–Kato cohomology and the de Rham cohomology of  $p$ -adic analytic spaces, and its comparison map is called the Hyodo–Kato map. It had been proved in my previous research that, if a log overconvergent isocrystal, which is a coefficient sheaf of the Hyodo–Kato cohomology, is unipotent, then the Hyodo–Kato map is an isomorphism. As a generalization of, I proved this year that the Hyodo–Kato map for a log overconvergent isocrystal with a Frobenius structure is an isomorphism. Many of log overconvergent isocrystals produced by geometric methods such as higher direct images are expected to have a Frobenius structure, so this result can be said to have greatly expanded the range of applications of rigid analytic Hyodo–Kato theory.

In addition, I conducted research toward the Hyodo–Kato theory of fundamental groups. Let  $V^\sharp$  be a mixed characteristic complete discrete valuation ring equipped with the canonical log structure,  $W^0$  be the ring of Witt vectors of the residue field equipped with the hollow log structure, and  $Y$  be a strictly semistable log scheme over the residue field. The purpose is to compare the categories of log overconvergent isocrystals on  $Y$  over  $V^\sharp$  and  $W^0$  with each other. This year, I constructed a canonical functor  $\text{Isoc}^\dagger(Y/W^0)^{F\text{-able}} \rightarrow \text{Isoc}^\dagger(Y/V^\sharp)$  from the category of  $F$ -able log overconvergent

isocrystals on  $Y$  over  $W^0$  to the category of log overconvergent isocrystals on  $Y$  over  $V^\sharp$ , which is exact and faithful. A future challenge will be to develop it into a comparison of tannakian fundamental groups, by generalizing or restricting the construction of the above functor to the categories of log overconvergent isocrystals of some appropriate classes.

I also started calculation of the  $p$ -adic polylogarithm of the multiplicative group using a semistable model, with the aim of applying it to Besser–de Jeu’s conjecture for the description of  $p$ -adic regulators. I devised a weak formal model of the multiplicative group which is useful for direct calculation, and partially proceeded calculation of the Log sheaf and the  $p$ -adic polylogarithm. I plan to continue the calculation next year.

#### B. 発表論文

1. K. Bannai, K. Hagihara, K. Yamada and S. Yamamoto: “Canonical equivariant cohomology classes generating zeta values of totally real fields”, *Trans. Am. Math. Soc. Series B* **10** (2023), 613–635.
2. K. Bannai, K. Hagihara, K. Yamada and S. Yamamoto: “ $p$ -adic polylogarithms and  $p$ -adic Hecke  $L$ -functions for totally real fields”, *J. Reine Angew. Math.* **791** (2022) 53–87.
3. V. Ertl and K. Yamada: “Comparison between rigid and crystalline syntomic cohomology for strictly semistable log schemes with boundary”, *Rend. Semin. Mat.* **145** (2021) 213–291.
4. K. Bannai, K. Hagihara, K. Yamada and S. Yamamoto: “The Hodge realization of the polylogarithm on the product of multiplicative groups”, *Math. Z.* **296** (2020) 1787–1817.
5. K. Bannai, K. Hagihara, S. Kobayashi, K. Yamada, S. Yamamoto and S. Yasuda: “Category of mixed plectic Hodge structures”, *Asian J. Math.* **24**, No. 1 (2020) 31–76.

#### C. 口頭発表

1. Poincaré duality for  $p$ -adic Hodge cohomology,  $p$ -adic cohomology and arithmetic geometry 2022, 東北大学片平キャンパス (日本), 2022 年 11 月.
2.  $p$ -adic Hodge cohomology with syntomic coefficients, 日本数学会 2021 年度年会, オンライン, 2021 年 3 月.
3. 総実体の Hecke  $L$  関数と代数トーラスのコホモロジーについて, 数学と諸分野の連携に向けた若手数学者交流会 2021, オンライン, 2021 年 3 月.
4. Rigid analytic Hyodo–Kato theory with syntomic coefficients, 東京大学代数学コロキウム, オンライン, 2020 年 12 月.
5. 総実体の  $p$  進ポリログと  $p$  進 Hecke  $L$  関数について, 早稲田整数論セミナー, オンライン, 2020 年 11 月.
6. Hyodo–Kato theory with syntomic coefficients, 第 19 回仙台広島整数論集会, オンライン, 2020 年 9 月.
7. 兵頭・加藤理論のリジッド解析的再構成, 代数的整数論とその周辺 2019, 京都大学数理解析研究所, 2019 年 12 月.
8. リジッド兵頭・加藤理論と  $p$  進ポリログについて, 東京電機大学数学講演会, 東京電機大学工学部, 2019 年 7 月.
9. Rigid Hyodo–Kato theory and  $p$ -adic polylogarithms, Boston University/ Keio University Workshop 2019 Number Theory, Boston University (アメリカ), 2019 年 6 月.
10. リジッド兵頭・加藤写像の新しい構成について, 慶應代数セミナー, 慶應義塾大学理工学部, 2019 年 6 月.

#### H. 海外からのビジター

From July 16th to 22nd, 2023, I invited Dr. Ju-Feng Wu, a research fellow at the University of Warwick, to have discussions about  $p$ -adic cohomology theory. I, Dr. Wu and Prof. Shiho held discussions toward the development of relative log rigid cohomology theory. We figured out how such a cohomology theory should be

defined and devised some plans to prove the finiteness of relative log rigid cohomology.

## ショウ トウエン (XIAO Dongyuan)

### A. 研究概要

本研究では、次の3種反応拡散系の解の波面の広がり方を詳しく研究したものである。

$$\begin{cases} \partial_t F = \Delta F + aF(1 - F - C), \\ \partial_t C = \Delta C + C(1 - F - C) + sH(F + C), \\ \partial_t H = d\Delta H + bH(1 - H - g(F + C)), \\ F(0, x) = F_0(x), C(0, x) \equiv 0, H(0, x) \equiv 1. \end{cases}$$

このモデルは、新石器時代にいくつかの局在した地域で誕生した農耕文明が、数千年かけて世界全体にどのように広がっていったかを数学的に解明するために生態学者の K. Aoki, M. Shida, N. Shigesada が 1996 年に提唱した数理モデルである。このモデルにおいては、次の3つの集団を想定している: Initial farmers(最初に農耕を始めた集団); Converted farmers(狩猟採集から農耕に転向した集団); Hunter-gatherers(狩猟採集民の集団)。

これら三つの集団の時刻  $t$ , 場所  $x$  における個体数密度をそれぞれ  $F(t, x)$ ,  $C(t, x)$ ,  $H(t, x)$  で表す。このモデルで Initial farmers と Converted farmers を区別している理由は、遺伝学的研究により、農耕の広がりが、単に文化的な拡散だけでなく、民族の地理的移動によってもたらされた側面があると考えられているからである。

最初局在した地域に現れた農耕が次第に周囲に広がっていった現象を記述するモデルであるので、解  $(F, C, H)$  の初期値  $(F_0, C_0, H_0)$  は次で与えられるとする。

$$\begin{aligned} H(0, x) &\equiv 1, \quad C(0, x) \equiv 0, \\ F(0, x) &= F_0(x) \geq 0 \quad (F_0 \not\equiv 0), \end{aligned}$$

ここで狩猟採集民の個体数密度は、最大の状態が 1 であるように正規化してあるので、初期状態  $H_0 \equiv 1$  は、初期時刻において狩猟採集民が空間領域全体を占めていることを表している。一方、初期値  $F_0$  の台がコンパクトであることは、初期時刻で農耕民の分布が局在していることを表している。農耕をする集団が周囲にどんな速度で広がっていったかを上のモデルを用いて調べたのが

Aoki らの仕事である。これを数学的に定式化すると、コンパクトな台をもつ初期値から出発した農耕集団  $(F, C)$  の「波面」の広がり速度を決定するのが目標であると位置づけられる。上記のような捕食者・被食者型方程式に対しては進行波解の研究はあるが、解の波面の広がり方の解析に関する研究はほとんどなされていない。本研究では、主として数値シミュレーションに基づいてなされた Aoki らの観察結果の妥当性を厳密な数学的解析を用いて肯定的に確認した。

The beginning of agriculture during the New Stone Age was one of the most significant events in the history of human civilization, drastically transforming our lifestyle from one relying on hunting and gathering to one based on systematic domestication of certain plants and animals. In 1996, ecologists K. Aoki, M. Shida and N. Shigesada proposed a mathematical model describing the spreading of farming in early period.

This model is given in the form of a 3-species reaction-diffusion system, whose unknowns are the population densities of "Initial Farmers", "Converted Farmers" and "Hunter-Gatherers". We consider the following initial condition

$$\begin{aligned} H(0, x) &\equiv 1, \quad C(0, x) \equiv 0, \\ F(0, x) &= F_0(x) \geq 0 \quad (F_0 \not\equiv 0), \end{aligned}$$

where  $F_0(x)$  is a compactly supported continuous function. The reason why we consider such initial data is because our goal is to understand how agriculture spread over a region that was originally occupied by hunter-gatherers. Thus our problem is to analyze the "spreading fronts" of the farmer populations that start from localized initial data.

By numerical simulations and some formal linearization arguments, they concluded that there are four different types of spreading behaviors depending on the parameter values. Despite such intriguing observations, no mathematically rigorous studies have been made to justify their claims. The main difficulty comes from the fact that the comparison principle

does not hold for the entire system. In my research, we give theoretical justification to all of the four types of spreading behaviors observed by Aoki *et al.*[1996]. Furthermore, we show that a logarithmic phase drift of the front position occurs as in the scalar KPP equation. We also investigate the case where the motility of the hunter-gatherers is larger than that of the farmers, which is not discussed in the paper of Aoki *et al.*[1996].

#### B. 発表論文

1. Dongyuan Xiao, Matthieu Alfaro : “Lotka-Volterra competition-diffusion system: the critical competition case”, *Communications in Partial Differential Equations*, DOI: 10.1080/03605302.2023.2169936.
2. Dongyuan Xiao, Chang-Hong Wu, Maolin Zhou : “Sharp estimates for the spreading speeds of the Lotka-Volterra competition-diffusion system: the strong-weak type with pushed front”, *Journal de Mathematiques Pures et Appliquees*, 172, (2023), 236-264.
3. Dongyuan Xiao, Ryunosuke Mori : “Spreading properties of a three-component reaction-diffusion model for the population of farmers and hunter-gatherers”, *Annales de l’ Institut Henri Poincare Analyse non lineaire*, 38, (2021), 911-951.

#### C. 口頭発表

1. 国際研究集会 ICIAM 2023 Tokyo, Minisymposia 「Reaction-Diffusion models in Ecology and Evolution」, Waseda University, 2023 年 8 月.
2. 招待講演, partial differential equation seminar, Nankai University(China), 2022 年 10 月.
3. 招待講演, partial differential equation seminar, Universite de Lorraine(France), 2021 年 12 月.
4. 招待講演, 応用解析セミナー, 東京大学,

2021 年 7 月.

### トウ ブンタオ (TENG Wentao)

#### A. 研究概要

Dunkl theory is a far-reaching generalization of Fourier analysis about root system, in which finite reflection groups play the role of orthogonal group  $O(N)$ , and  $(k, a)$ -generalized Fourier analysis is a further far-reaching generalization of Dunkl theory, where the parameter  $a$  arises from the “interpolation” of two  $sl_2$  actions. When  $a = 2$ , the  $(k, a)$ -generalized Fourier analysis recedes to Dunkl theory. For the two particular cases when  $a = 1$  and  $a = 2$  (the Dunkl case), the analytic structure will be much richer because we have the radial formulas of the generalized translations. The case when  $a = 2$  (Dunkl theory) was intensively studied in the last twenty years, and the study for case when  $a = 1$  is still at its infancy. It would be very prospective to focus on the two particular cases.

#### B. 発表論文

1. W. Teng, Dunkl translations, Dunkl-type BMO space and Riesz transforms for the Dunkl transform on  $L^\infty$ , *Funct Anal Its Appl* **55** (2021), 304–315.
2. W. Teng, Imaginary powers of  $(k, 1)$ -generalized harmonic oscillator, *Complex Anal. Oper. Theory* **16**, 89 (2022).
3. W. Teng, Hardy Inequalities for Fractional  $(k, a)$ -Generalized Harmonic Oscillators, *Journal of Lie Theory*, **32(4)**(2022), 1007–1023.

#### C. 口頭発表

1. Hardy inequalities for  $(k, a)$ -generalized fractional harmonic oscillator, *Symposium on Representation Theory 2020*, 2020 年 11 月, Japan.
2. Hardy inequalities for fractional  $(k, a)$ -generalized harmonic oscillator II, *Symposium on Representation Theory 2021*,

2021年11月, Japan.

3. Dunkl translations, Dunkl-type BMO space and Riesz transforms for Dunkl transform on  $L^\infty$ , International Prague seminar on function spaces, Prague, Thu May 26 2022.
4. Hardy inequalities for  $(k, a)$ -generalized fractional harmonic oscillator, Recent Advances in Analysis and Applications, United Arab Emirates University, United Arab Emirates, October 19, 2022.
5. On the support of the  $(k, a)$ -generalized translation operator, B会場 第6回 数理新人セミナー (九州大学), 2月20日 (月).
6. On the support of the  $(k, a)$ -generalized translation operator, (Hokkaido University, Japan) The 19th Mathematics Conference for Young Researchers, 2023年3月.

#### G. 受賞

JSPS Fellowship (2023.04-2025.03)

JEES 留学生奨学金 (修学)(2022.06-2023.09)

KGU Int'l Students Scholarship (2020.09-2023.09)

### アダモ マリアステラ (ADAMO Maria Stella)

#### A. 研究概要

My current research regards algebraic quantum field theory with methods from operator algebras, unitary representations of Lie groups, and reflection positivity.

In collaboration with K.-H. Neeb and J. Schober, we worked on a unifying perspective for reflection positivity between the domains of the unit disk, upper half-plane, and  $\beta$ -strip, corresponding respectively to the groups of the integers, the real line, and the  $\beta$ -circle group. We investigated reflection positivity through reflection positive functions, focussing our attention on the case of the  $\beta$ -strip and thus of the circle group  $\mathbb{T}_\beta$ . In this case, reflection pos-

itive functions on  $\mathbb{T}_\beta$  holomorphically extend to the  $\beta$ -strip and an explicit 1-1 correspondence with continuous positive definite functions on the real line, which verify the beta-KMS condition, is presented. Such correspondence is constructed using available integral representations of such functions by finite Borel measures. Since continuous positive definite functions on  $\mathbb{R}$  that verify the KMS condition produce standard subspaces, we worked out a concrete example of a standard subspace connecting to our setting.

With L. Giorgetti and Y. Tanimoto, we worked on constructing Wightman fields for 2D extensions of chiral nets on the circle with non-pointed representation categories, but for the moment, assuming complete rationality of the chiral components.

With R. Correa da Silva, the research regarded continuity for representable functionals on the noncommutative  $L^2$ -space in the trace case.

In collaboration with Y. Moriwaki and Y. Tanimoto, we investigated how to verify the Osterwalder-Schrader axioms (reflection positivity in particular) for  $n$ -point functions defined through VOA.

#### B. 発表論文

1. M. S. Adamo, D. E. Archey, M. Forough, M. C. Georgescu, J. A. Jeong, K. R. Strung, M. G. Viola,  $C^*$ -algebras associated to homeomorphisms twisted by vector bundles over finite dimensional spaces, *Trans. Amer. Math. Soc.* 377, 1597-1640, 2024.
2. M. S. Adamo, L. Giorgetti, Y. Tanimoto, Wightman fields for two-dimensional conformal field theories with pointed representation category, *Commun. Math. Phys.* 404, 1231-1273, 2023.
3. M. S. Adamo, K.-H. Neeb, J. Schober, Reflection positivity and Hankel operators—the multiplicity free case, *J. Funct. Anal.* 283 2, 109493, 2022.

4. M. S. Adamo, On some applications of representable functionals of a Banach quasi  $*$ -algebra, In: Bastos, M.A., Castro, L., Karlovich, A.Y. (eds) Operator Theory, Functional Analysis and Applications. Operator Theory: Advances and Applications, vol 282. Birkhäuser, Cham, 2021.
5. M. S. Adamo, About tensor products of Hilbert quasi  $*$ -algebras and their representability properties, Operator Theory 27 Conference Proceedings, 69-81, 2020.
6. M. S. Adamo, M. Fragoulopoulou, Tensor products of normed and Banach quasi  $*$ -algebras. J. Math. Anal. Appl., vol. 490, no. 2, 124323, 2020.
7. M. S. Adamo and C. Trapani, Unbounded derivations and  $*$ -automorphisms groups of Banach quasi  $*$ -algebras, Ann. Mat. Pura Appl. (4), vol. 198, no. 5, 1711-1729, 2019.

#### C. 口頭発表

1. Seminar at the “Kyoto Operator Algebra Seminars”, The University of Tokyo (Japan), 2023 年 11 月 28 日.
2. Talk at the Mini-Workshop “Standard Subspaces in Quantum Field Theory and Representation Theory”, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (Germany), 2023 年 10 月 29 日– 11 月 3 日
3. Seminar at the “Lie group seminar”, FAU Erlangen-Nürnberg (Germany), 2023 年 7 月.
4. Seminar at the “Operator Algebra Seminars”, University of Rome “Tor Vergata” (Italy), 2023 年 6 月 28 日.
5. Seminar at the “Operator Algebra Seminars”, The University of Tokyo (Japan), 2023 年 6 月 6 日.
6. Contributed talk at “Women at the Intersection of Mathematics and Theoretical Physics Meet in Okinawa”, Okinawa Institute of Science and Technology (Japan), 2023 年 3 月 20 日– 24 日.

7. Speaker at “Japan-Netherlands Joint Seminar: Index Theory and Operator Algebras in Topological Physics”, AIMR Tohoku University (Japan), 2023 年 3 月 1 日– 3 日.
8. Seminar at the “Algebra in Analysis”, Moscow State University (Russia - online), 2022 年 11 月 18 日.
9. Speaker at “Recent Developments in Operator Algebras”, RIMS Kyoto University (Japan), 2022 年 9 月 5 日– 7 日.
10. Seminar at the Graduate School of Mathematics, Nagoya University (Japan), 2022 年 8 月 23 日.

#### F. 対外研究サービス

1. Member of the Organizing committee for the Mini-Workshop “Standard Subspaces in Quantum Field Theory and Representation Theory”, held at the Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (Germany), 2023 年 10 月 29 日– 11 月 3 日

#### G. 受賞

2023 年 7 月: Awarded a Humboldt Research Fellowship for Postdocs for 24 months beginning in May 2024 to conduct my research at the FAU Erlangen-Nürnberg, under prof. Karl-Hermann Neeb.

### ミュラー ジョゼフ (MULLER Joseph)

#### A. 研究概要

My research revolves around Shimura varieties, which are central objects of interest in number theory and arithmetic geometry. The cohomology of Shimura varieties is expected to play a pivotal role in the Langlands program, as it may entail a correspondence between automorphic representations and representations of certain Galois groups characterized by the under-

lying data. The construction of Shimura varieties, and especially of integral models with reasonably good geometric properties, is an intricate problem but of major importance towards arithmetic applications. When such a model exists, the special fiber typically exhibits a very rich geometry, and many steps have been taken to describe it through various means (Newton or EKOR stratifications, foliations, etc.). I am particularly interested in cases where a universal abelian variety exists on the Shimura variety. Then, one may define the supersingular locus which consists of points over which the abelian variety is supersingular. This singles out a closed subvariety whose geometry, as it turns out, can be explicitly described in a range of cases. When the underlying datum is “fully Hodge-Newton decomposable”, the supersingular locus is stratified by Deligne-Lusztig varieties whose incidence relations are described by a certain Bruhat-Tits building. Cohomology of Deligne-Lusztig varieties is essential in the context of representations of finite groups of Lie type, an independent theory which has been developed throughout the 70’s and the 80’s. My research aims at exploiting results from Deligne-Lusztig theory to study the cohomology of the supersingular loci of Shimura varieties as above. In two preprints, I have obtained explicit results in the case of the  $\mathrm{GU}(1, n-1)$  Shimura variety for low  $n$  over an inert prime at hyperspecial level, and over a ramified prime at level given by an auto-dual lattice. The latter case is significantly more difficult since the integral model and the Deligne-Lusztig varieties involved have singularities. Nonetheless, after blowing-up we have semi-stable reduction, allowing us to manage the nearby cycles and pursue explicit computations of the cohomology. In the future, I’d like to investigate other cases involving different groups, non-maximal parahoric levels and/or Shimura varieties which are fully HN decomposable but not “of Coxeter type”, as opposed

to the two examples above. This might hopefully lead to some conjecture describing the automorphic representations involved in the supersingular locus in general.

#### B. 発表論文

1. J. Muller: “Cohomology of the Bruhat-Tits strata in the unramified unitary Rapoport-Zink space of signature  $(1, n-1)$ ”, Nagoya Math. J. **250** (2023) 470–497.

#### C. 口頭発表

1. Cohomology of the supersingular locus of certain PEL Shimura varieties of Coxeter type, NTU x UTokyo joint conference 2023, National Taiwan University, Taiwan, Dec 2023.
2. On the cohomology of the unramified PEL unitary Rapoport-Zink space of signature  $(1, n-1)$ , RIMS Conference: Algebraic Number Theory and Related Topics 2022, Kyoto, Dec 2022.
3. On the cohomology of the unramified PEL unitary Rapoport-Zink space of signature  $(1, n-1)$ , MS Seminar - Kavli IPMU, the University of Tokyo, Nov 2022.
4. On the cohomology of the unramified PEL unitary Rapoport-Zink space of signature  $(1, n-1)$ , Number theory seminar, Kyoto University, Oct 2022.
5. On the cohomology of the unramified PEL unitary Rapoport-Zink space of signature  $(1, n-1)$ , 21st Sendai-Hiroshima Number Theory Workshop, Tohoku University, July 2022.
6. Cohomology of the unramified PEL unitary Rapoport-Zink space of signature  $(1, n-1)$ , Number theory seminar, the University of Tokyo, May 2022.
7. Cohomologie des espaces de Rapoport-Zink PEL unitaires non ramifiés de signature  $(1, n-1)$  en niveau maximal, Séminaire de Géométrie Arithmétique et

Motivique, Sorbonne Paris North University, France, Oct 2021.

## レッペン ステファン (REPPEN Stefan)

### A. 研究概要

My work concerns the geometry of mod  $p$  Shimura varieties, stacks of  $G$ -zips, and moduli of  $G$ -torsors over smooth projective curves. Joint with my coauthors, we showed that; (1) for arbitrary reductive group schemes  $G$  over a curve, the stack of semistable  $G$ -bundles admits a projective good moduli space, (2) we gave an upper bound for the dimension of essentially finite bundles, thus showing that they are not dense, and (3) we showed that Ogus' principle for the Hasse invariant on mod  $p$  Calabi-Yau varieties holds for large classes of Shimura varieties and stacks of  $G$ -zips.

### B. 発表論文

1. S. Reppen : "On the Hasse invariant of Hilbert modular varieties mod  $p$ " J. Algebra. **633** (2023) 298–316.
1. A. Ghasabadi, S. Reppen : "Essentially finite  $G$ -torsors" Bull. Sci. Math **188** (2023).

### C. 口頭発表

1. On moduli of principal bundles under non-connected reductive groups, Number Theory Seminar, The University of Tokyo, June 2023.
2. On moduli of principal bundles under non-connected reductive groups, Algebraic Geometry Seminar, Saitama University, July 2023.
3. On a principle of Ogus: the Hasse invariant's order of vanishing and "Frobenius and the Hodge filtration", Algebraic Number Theory and Related Topics 2023, RIMS, December 2023.

## ストークス アレクサンダー (STOKES Alexander)

### A. 研究概要

This year my work has followed along the lines of the research theme "Extending the geometric theory of discrete Painlevé equations: singularities, entropy and integrability" of my JSPS Fellowship hosted by Ralph Willox, in particular with the following results.

- Together with Takafumi Mase, Ralph Willox (the University of Tokyo) and Basile Grammaticos (Université Paris-Saclay and Université de Paris, France), we completed a paper based on our project of giving a geometric explanation of the relationship between the algebraic entropy of birational mappings of the plane and the evolution of parameters required for their singularity structure to remain unchanged, under a sufficiently general deautonomisation. This gives a rigorous framework and justification for the method of 'full deautonomisation by singularity confinement' as an integrability test for a large class of birational mappings of the plane, and also shows that even for non-integrable mappings which possess spaces of initial conditions, the surfaces forming these spaces have effective anticanonical divisors. A paper based on this, "Full deautonomisation by singularity confinement as an integrability test", has been submitted for publication.
- Together with Galina Filipuk (University of Warsaw, Poland) we continued our study of Hamiltonian structures of second-order systems of differential equations with the quasi-Painlevé property. In addition to the paper based on work began in the academic year 2022 on global Hamiltonian structures of quasi-Painlevé equations on their spaces of ini-

tial conditions being published, we also showed that certain examples of quasi-Painlevé equations require a more general orbifold version of this in order for them to possess a global Hamiltonian structure on their spaces of initial conditions. This is in parallel with the case of Painlevé equations, in which the first Painlevé equation requires the orbifold formulation to construct its global Hamiltonian structure, or alternatively the use of weighted projective spaces as in the work of H. Chiba. A paper based on the study of orbifold Hamiltonian structures of quasi-Painlevé equations has been accepted for publication in the Journal of Dynamics and Differential Equations.

- Together with John Gibbons (Imperial College London, UK) and Alexander P. Veselov (Loughborough University, UK) we finished our project studying solutions of a delay-differential analogue of the first Painlevé equation. We constructed formal entire solutions of this equation expressed in terms of polynomials which share properties with the classical Bernoulli and Euler polynomials despite being defined by a nonlinear recurrence of Catalan type, which we called *Bernoulli-Catalan polynomials*. We also described the singularity structure of this delay-differential equation in terms of an action of the affine Weyl group of type  $A_1^{(1)}$ . Affine Weyl groups and their extensions are known to play a prominent role in the theory of differential and discrete Painlevé equations, but this is their first appearance in the delay-differential setting. We also showed that one of the formal entire solutions we constructed provides a generating function as constructed by D. Yang, D. Zagier and Y. Zhang for the Masur-Veech volumes of a

moduli space  $\mathcal{Q}_{g,n}$  of quadratic differentials. Our results on Bernoulli-Catalan polynomials then recover some of the known results on Masur-Veech volumes, including the Kontsevich formula for the Masur-Veech volume of  $\mathcal{Q}_{0,n}$ . A paper based on this, “Delay Painlevé-I equation, associated polynomials and Masur-Veech volumes”, has been submitted for publication.

- Together with Pieter Roffelsen (The University of Sydney, Australia), we applied the geometric theory of Painlevé differential equations to a problem related to partial-rogue wave solutions of the Sasa-Satsuma equation, which is a nonlinear integrable partial differential equation with applications in nonlinear optics. Recently, B. Yang and J. Yang constructed a family of solutions of the Sasa-Satsuma equation and showed that any of its members constitutes a partial-rogue wave provided an associated polynomial, defined as a Wronskian of Schur polynomials, has no real roots or no imaginary roots. These polynomials form a subfamily of the generalised Okamoto polynomials, in terms of which a hierarchy of rational solutions of the fourth Painlevé equation are expressed. Roots of the polynomials correspond to singularities of the rational solutions. Using the geometric theory of Painlevé equations we developed an algorithmic procedure to derive the qualitative distribution of singularities of real solutions of Painlevé equations on the real line via the action of Bäcklund transformations on the Sakai surfaces forming their spaces of initial conditions, based on the known distribution of singularities for some seed solution. This allowed us to derive the exact number of real and imaginary roots of the generalised

Okamoto polynomials, completing the description of the family of partial-rogue waves derived by B. Yang and J. Yang. A paper based on this, “On real and imaginary roots of generalised Okamoto polynomials”, has been submitted for publication.

- Together with Anton Dzhamay (University of Northern Colorado, USA, and BIMSA, China) and Galina Filipuk (University of Warsaw, Poland), we have studied examples of discrete systems coming from the theory of orthogonal polynomials which are identifiable as discrete Painlevé equations, but which are non generic in the sense that they have less than the full parameter freedom for their surface type in the Sakai classification. We have shown that the non-generic nature of these examples is related to the fact that on the Sakai surfaces forming their spaces of initial conditions there exist nodal curves disjoint from the components of the unique effective anticanonical divisor. This means that they do not admit the full group of symmetries for their surface type, and we have determined the symmetry type in each of these non-generic cases. I gave two talks based on this work during this academic year and a paper based on this is in preparation.

## B. 発表論文

1. A. Stokes: “Singularity confinement in delay-differential Painlevé equations”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **53** (2020) 435201 (31pp).
2. A. Dzhamay, G. Filipuk and A. Stokes: “Recurrence coefficients for discrete orthogonal polynomials with hypergeometric weight and discrete Painlevé equations”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **53** (2020) 495201 (29pp).
3. A. Dzhamay, G. Filipuk, A. Ligeza and A. Stokes: “Hamiltonian structure for a differential system from a modified Laguerre weight via the geometry of the modified third Painlevé equation”, *Appl. Math. Lett.* **120** (2021) 107248 (7pp).
4. A. Dzhamay, G. Filipuk and A. Stokes: “On differential systems related to generalized Meixner and deformed Laguerre orthogonal polynomials”, *Integral Transforms Spec. Funct.* **32** (2021) 483–492.
5. A. Dzhamay, G. Filipuk, A. Ligeza and A. Stokes: “On Hamiltonians related to the second Painlevé equation”, *Proceedings of the conference Contemporary Mathematics in Kielce 2020, February 24–27 2021*, (2021) 73–84
6. A. Dzhamay, G. Filipuk and A. Stokes: “Differential equations for the recurrence coefficients of semi-classical orthogonal polynomials and their relation to the Painlevé equations via the geometric approach”, *Stud. Appl. Math.* **148** (2022), no. 4, 1656–1702.
7. G. Filipuk, A. Ligeza and A. Stokes: “Relations between different Hamiltonian forms of the third Painlevé equation”, in *Recent Trends in Formal and Analytic Solutions of Diff. Equations*, *Contemp. Math.* **782**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2023.
8. G. Filipuk and A. Stokes: “Takasaki’s rational fourth Painlevé-Calogero system and geometric regularisability of algebro-Painlevé equations”, *Nonlinearity* **36** (2023), no. 10, 5661–5697.
9. G. Filipuk and A. Stokes: “On Hamiltonian structures of quasi-Painlevé equations”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **56** (2023), no. 49, 495205 (37pp).
10. G. Filipuk and A. Stokes: “Orbifold Hamiltonian structures of certain quasi-Painlevé equations”, to appear in *J. Dyn. Differ. Equ.*

### C. 口頭発表

1. Geometric regularization of a Hamiltonian system from a rational Calogero potential related to Painlevé-IV, Special Session on ‘Discrete Painlevé Equations and Related Topics’ at the Twelfth IMACS International Conference on Nonlinear Evolution Equations and Wave Phenomena: Computation and Theory, University of Georgia, Athens, GA, USA, 2022 年 3 月.
2. Full deautonomisation by singularity confinement as an integrability test for birational mappings of the plane, 第 19 回日本応用数理学会研究部会連合発表会・応用可積分系研究部会 OS, 岡山理科大学, 2023 年 3 月.
3. A beginner’s guide to doing blow-ups on Painlevé equations, 京都大学大学院情報学研究科数理解析分野研究室セミナー, 2023 年 4 月.
4. Full deautonomisation by singularity confinement as an integrability test, SIDE14.2 International Conference on Symmetries and Integrability of Difference Equations, Faculty of Physics, University of Warsaw, Poland, 2023 年 6 月.
5. Full deautonomisation by singularity confinement as an integrability test: a geometric justification for birational mappings of the plane, ISLAND VI: Dualities and Symmetries in Integrable Systems, Sabhal Mòr Ostaig, Isle of Skye, Scotland, 2023 年 6 月.
6. Orthogonal polynomial ensembles and discrete Painlevé equations on the  $D_5^{(1)}$  Sakai surface, Representation Theory, Integrable Systems and Related Topics, Satellite Conference of the First International Congress of Basic Science, Yanqi Lake Beijing Institute of Mathematical Sciences and Applications (BIMSA), China, 2023 年 8 月.
7. Orthogonal polynomial ensembles and

discrete Painlevé equations on the  $D_5^{(1)}$  Sakai surface, 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, Minisymposium on ‘Painlevé equations, Applications and Related Topics’, Waseda University, Japan, 2023 年 8 月.

8. On the zeroes of generalised Okamoto polynomials and singularity structure of real solutions of Painlevé-IV, Seminar of the TSVP Thematic Program ‘Exact Asymptotics: From Fluid Dynamics to Quantum Geometry’, Okinawa Institute of Science and Technology (OIST), Japan, 2023 年 10 月.
9. On the zeroes of generalised Okamoto polynomials and singularity structure of real solutions of Painlevé-IV, 研究集会「非線形波動から可積分系へ 2023」, 富山県立大学, 2023 年 10 月.
10. Roots of generalised Okamoto polynomials and partial-rogue waves in the Sasa-Satsuma equation, Nieliniowość i Geometria (Nonlinearity and Geometry) Seminar, Faculty of Physics, University of Warsaw, 2024 年 2 月.

### F. 対外研究サービス

1. Co-organiser (with Anton Dzhamay, Tomoyuki Takenawa and Ralph Willox) of the Minisymposium on ‘Painlevé Equations, Applications and Related Topics’ at the 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, 2023 (ICIAM 2023) Waseda University, Tokyo, Japan, 2023 年 8 月

## 特任研究員 (Project Researchers)

池川 隆司 (IKEGAWA Takashi)

### A. 研究概要

- **産学協働による高度数学人材育成方法論**  
インターンシップや PBL (Project/Problem Based Learning) のような産学協働による高度数学人材の育成に関する方法論を研究している。
- **通信ネットワークと行動パターンの数理モデル**  
無線ネットワークを中心とした通信ネットワークの振る舞いを表現する数理モデルを研究している。さらに、通信ネットワークを通して得られるユーザの時空間データを使った行動パターンの数理モデルを研究している。
- **技術文書作成技術の教育方法論**  
科学論文、報告書、プレゼン資料のような技術文書の作成技能を向上させる教育方法論を研究している。
- **Methodology for nurturing of talented mathematical persons through academic-industrial collaboration**  
I explore the methodology to nurture talented mathematical persons including students through academic-industrial collaboration such as internship and project/problem based learnings.
- **Mathematical models of communication networks and network-user trajectory patterns**  
I develop the mathematical models to represent the behavior of communication networks, especially wireless networks, and to represent the trajectory patterns obtained from communication networks.
- **Methodology for improvement of technical writhing and presentation**

### skills

I study the methodology to improve the skills for writing technical documents such as scientific papers and technical reports and presentation.

### B. 発表論文

1. 池川 隆司：“低速・低品質無線ネットワークでのグッドプットを最大化するペイロード長について—タイムアウト値が往復応答時間より大きい場合—”, 神奈川工科大学研究報告 B 理工学編 **47** (2023).
2. T. Ikegawa：“Micro science and technology fields requiring mathematically trained contributors: Topic modeling using journal paper abstracts”, 2022 IEEE Frontiers in Education Conference (IEEE FIE 2022), Uppsala, Sweden, October (2022) 1–5.
3. 池川 隆司：“長さが可変であるパケットを転送する低速・低品質無線ネットワークでのグッドプット解析—バースト的にビット誤りが発生する場合—”, 神奈川工科大学研究報告 B 理工学編 **46** (2022) 7–15.
4. T. Ikegawa：“Science and technology fields and higher education institutions with mathematically trained contributors: Metadata analysis of IEEE papers”, 2021 IEEE Frontiers in Education Conference (IEEE FIE 2021), Lincoln, Nebraska, USA, October (2021) 1–9.
5. T. Ikegawa：“Goodput analysis for lossy low-speed wireless networks during message segmentation”, 2021 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (IEEE WCNC 2021), Nanjing, China, March (2021) 1–7.
6. 池川 隆司：“メッセージ分割が発生する無線ネットワークでのグッドプット解析—ビット誤りが独立的に発生する回線の場合—”, 神奈川工科大学研究報告 B 理工学

編 45 (2021) 17–26.

7. 池川 隆司, 牧野 壽永, 中川路 克之: “時空間データマイニング装置”, 特願 2017-1133, 特許 6877677 (2021).
8. 池川 隆司: “無線ネットワークにおける動的ペイロード長方式の研究動向”, 神奈川工科大学研究報告 B 理工学編 44 (2020) 23–28.
9. T. Ikegawa: “Effect of payload size on mean response time when message segmentations occur: Case of burst packet arrival”, the 12th EAI International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools (VAL-UETOOLS 2019), Palma de Mallorca, Spain, March (2019) 7–14.

#### C. 口頭発表

1. 協働意思決定手法に基づくキャリア選択カウンセリングフレームワーク, 日本工学教育研究講演会, 3B19, 2023 年 9 月.
2. 数理人材が貢献している科学技術分野解析—論文の概要を使ったトピックモデリング—, 日本工学教育研究講演会, 3C05, 2022 年 9 月.
3. 数理人材が貢献している科学技術分野と高等教育機関—IEEE 論文のメタデータ解析—, 日本工学教育研究講演会, 2C12, 2021 年 9 月.
4. デジタルトランスフォーメーション時代を迎えた情報通信産業とキャリアデザインの基礎, 群馬大学講義「情報と職業」, 2021 年 1 月 5 日 (招待講演)
5. 講義「テクニカルライティング」を通じたハラスメント防止への取組, 日本工学教育研究講演会, 3E07, 2020 年 9 月.
6. 数学が人生を変える!, 数学の魅力—女子中高生のために—, 東京大学大学院数理科学研究科, 2019 年 3 月 (招待講演).

#### F. 対外研究サービス

1. 2023 IEEE Transactions on Network and Service Management (IEEE TNSM) Reviewer.
2. 2023 IEEE Frontiers in Education Con-

ference (IEEE FIE 2023) TPC Reviewer.

3. 2023 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (IEEE WCNC 2023) TPC Member.
4. 2022 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (IEEE WCNC 2022) TPC Member.
5. 2021 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (IEEE WCNC 2021) TPC Member.

#### 板倉 恭平 (ITAKURA Kyohei)

##### A. 研究概要

2 次または劣 2 次の斥力的摂動項を持つ半古典的 Schrödinger 作用素に対する共鳴の非存在領域について研究を行い, エネルギー  $E \in \mathbb{R}$  を持つ量子力学的粒子に対しヴィリアル型の非捕捉的条件を課すことで, 半古典パラメータ  $\hbar > 0$  が十分小さければ複素平面における  $E$  の十分小さな近傍には共鳴が存在しないことを示した. 共鳴は複素パラメータを持つ変形作用素を用いて構成される変形 Schrödinger 作用素の複素固有値として定義される. 通常はこの変形作用素として複素拡張された伸長生成作用素が用いられるが, 本研究では斥力的摂動項の次数に応じた新たな変形作用素を導入しており, これが本研究の特色となっている.

I studied resonance free domain for semiclassical Schrödinger operator with quadratic or subquadratic repulsive potential, and show that for any  $E \in \mathbb{R}$  the Schrödinger operator has no resonances in a certain neighborhood of  $E \in \mathbb{C}$  for any sufficiently small semiclassical parameter  $\hbar > 0$  under a virial-type non-trapping condition. Resonance for Schrödinger operator is defined as complex eigenvalue of complex distorted Schrödinger operator. Usually, complex dilation is used as a distortion. However I used a new distortion which is not dilation and is corresponding to the order of the repulsive potential. The use of such a new distortion is a novelty of this work.

## B. 発表論文

1. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted: “Stationary scattering theory for one-body Stark operators, I”, *Pure Appl. Funct. Anal.* **7** (2022) 825–861.
2. K. Itakura: “Stationary scattering theory for repulsive Hamiltonians”, *J. Math. Phys.* **62** (2021) 061504.
3. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted: “New methods in spectral theory of  $N$ -body Schrödinger operators”, *Rev. Math. Phys.* **33** (2021) 2150015.
4. K. Itakura: “Limiting absorption principle and radiation condition for repulsive Hamiltonians”, *Funkcial. Ekvac.* **64** (2021) 199–223.
5. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted: “Spectral theory for 1-body Stark operators”, *J. Differential Equations.* **268** (2020) 5179–5206.
6. K. Itakura: “Rellich’s theorem for spherically symmetric repulsive Hamiltonians”, *Math. Z.* **291** (2019) 1435–1449.

## C. 口頭発表

1. Resonance free domain for repulsive Hamiltonians, スペクトル・散乱 白金シンポジウム, 北里大学, 2024 年 1 月.
2. Resonance free domain for repulsive Hamiltonians and new distortion, 愛媛大学 解析セミナー, 愛媛大学, 2023 年 12 月.
3. On resonances for repulsive Hamiltonians and a new distortion, 微分方程式セミナー, 立命館大学, 2023 年 11 月.
4. Resonances for repulsive Hamiltonians with new distortion, 2nd Chile-Japan Workshop on Mathematical Physics and Partial Differential Equations, サンティアゴ・デ・チレ大学, 2023 年 9 月.
5. On resonances for repulsive Hamiltonians, RIMS 共同研究 線形及び非線形分散型方程式に関する近年の進展, 京都大学数理解析研究所, 2023 年 5 月.
6. 斥力電場内を運動する荷電粒子の散乱解

析, 若手数学者交流会 (第 4 回), AP 市ヶ谷, 2023 年 3 月.

7. Strong radiation condition for Stark operators, The 19th Linear and Nonlinear Waves, 大阪大学, 2022 年 11 月.
8. Strong radiation condition and stationary scattering theory for Stark operators, 作用素論セミナー, 京都大学 (オンライン), 2022 年 6 月.
9. Strong radiation condition and stationary scattering theory for Stark operators, 偏微分方程式姫路研究集会, オンライン, 2022 年 3 月.
10. ある斥力電場における散乱現象の定常的手法による解析, オンラインワークショップ 分散型方程式と実解析, 大阪大学 (オンライン), 2020 年 12 月.

## 儀我美保 (GIGA Mi-Ho)

### A. 研究概要

特異な非等方的曲率を含むいくつかの発展方程式について広義解の解析を行った.

非等方的曲率流で界面エネルギー密度にカドがあり, 解にファセットと呼ばれる平らな面が出現するような現象は, 2 階非線形退化特異放物型偏微分方程式で形式的に表わすことが出来る. 解のクラスを適切に定義することにより様々な比較定理を確立した.

一方, 結晶成長におけるファセット面の現れる表面拡散現象などは, 4 階の特異拡散方程式で記述されうる. 界面エネルギーがクリスタラインで, 増大度が 1 次より大きい場合, 結晶形状の動きを表す ODE 系と代数方程式系の連立方程式を導出し, 区分一次関数からなるある特定の族に属する初期値に対して時間局所解の一意存在性を示した.

また, 発展方程式の解の一意性証明の為の典型的な手法を著書にまとめた.

さらに拡散方程式による曲面の動きを応用して, 創薬につながるデータ分離法を確立した.

This work is concerned with analysis of generalized solutions for some nonlinear evolution

equations with singular diffusivities.

We are interested in a singular anisotropic curvature flow. In evolving curves governed by singular interfacial energy density with corners, we often observe that a flat portion called a facet appears. Such a phenomena can be described as a nonlinear degenerate singular parabolic partial differential equation of second order. By introducing suitable notion of solutions we have been establishing various comparison principles and existence theorems.

On the other hand, we also focused on a surface diffusion flow with very singular interfacial energy in crystal growth, which is a fourth order nonlinear partial differential equations. For crystalline energy density we derived an ODE system with a system of algebraic equations to describe the solution and local-in-time unique solvability of the solution for an initial curve in a special family of piecewise linear functions, provided that the growth order of the energy density is super linear.

In the meanwhile I published a book on typical methods of proving uniqueness of solutions to evolution equations.

As an application of motion of a surface by diffusion equations, we established a method for data separation which leads creation of new medicine.

#### B. 発表論文

1. M.-H. Giga, Crystalline surface diffusion flow for graph-like curves, Proc. of Workshop: Surface, Bulk, and Geometric Partial Differential Equations (eds. C. M. Elliott et al.), Oberwolfach Reports, 16(2019), 194–197.
2. T. Hidaka, K. Imamura, T. Hioki, T. Takagi, Y. Giga, M.-H. Giga, Y. Nishimura, Y. Kawahara, S. Hayashi, T. Niki, M. Fushimi and H. Inoue : “Prediction of compound bioactivities using heat-diffusion equation”, Patterns **1** (2020) 100140.
3. M.-H. Giga, Y. Giga, R. Kuroda and Y.

Ochiai, Crystalline flow starting from a general polygon, Discrete and Continuous Dynamical Systems, **42** (2022) 2027–2051.

4. 今村 恵子, 日高 中, 儀我 美保, 儀我 美一, 井上 治久 : “熱拡散方程式 (HDE) モデルによる新薬探索支援 AI ツールの開発”, 革新的 AI 創薬 (2022) 193–197.
5. M.-H. Giga and Y. Giga : Crystalline surface diffusion flow for graph-like curves, Discrete and Continuous Dynamical Systems, **43** (2023) 1436–1468.
6. M.-H., Giga and Y. Giga (著書): A basic guide to uniqueness problems for evolutionary differential equations, Birkhauser (2023) pp.155+x.

#### C. 口頭発表

1. Crystalline surface diffusion flow for graph-like curves, (Surface, bulk and geometric partial differential equations: interfacial, stochastic, non-local and discrete structures (January 20-25, 2019), Organized by Charles M. Elliott, Harald Garcke and Ralf Kornhuber) Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany, January 25, 2019.
2. On crystalline surface diffusion flow for graph-like curves, PDE Seminar series (Seminar by NYU-ECNU Institute of Mathematical Sciences at NYU Shanghai), Geography Building, Zhongbei Campus, East China Normal University Shanghai, April 23, 2019.
3. Crystalline surface diffusion flow for graph like curves, mini-symposium 2020 (Analysis on metric spaces unit) Partial Differential Equations under Various Metrics (December 8-11, 2020), Organized by Yoshikazu Giga, Qing Liu, Xiaodan Zhou), Okinawa institute of science and technology graduate university, Japan (online), December 8, 2020.

## 元良 直輝 (GENRA Naoki)

### A. 研究概要

共形場理論の数学的定式化の一つである頂点代数には、 $W$  代数と呼ばれる重要な族が存在する。 $W$  代数は共形場理論の数学的構造を明らかにする上で重要な例であるだけでなく、アファイン Lie 代数やモジュラーテンソル圏の理論、さらには量子幾何学的 Langlands プログラムとも関連しており、表現論に関わるさまざまな理論を密接に関連づける重要な役割を担っている。私が  $W$  代数の研究に用いている主なツールはスクリーニング作用素である。スクリーニング作用素は  $W$  代数の新しい実現を与えると同時に、 $W$  代数の間の非自明な同型の証明に用いることができる。最近では Feigin-Semikhatov 予想と呼ばれる  $W$  代数の間の双対性の証明に用いており、表現論へ応用したり  $W$  代数の幾何学的実現との関連を調べている。

$W$ -algebras are an important family of vertex algebras, which are mathematical models of conformal field theory. The  $W$ -algebras not only shed new light on the mathematical structure in conformal field theory but also related to affine Lie algebras, modular tensor categories, and quantum geometric Langlands programs so that  $W$ -algebras will play an important role to connect various representation theories with each other. My main tool to study  $W$ -algebras is screening operators, which give rise to new realizations of  $W$ -algebras and is useful to prove non-trivial isomorphisms between  $W$ -algebras. In fact, I have recently applied screening operators to prove Feigin-Semikhatov conjectures (dualities between  $W$ -algebras) and to study the representation theory of the  $W$ -algebras. I also research the relationship between screening operators and geometric realizations of  $W$ -algebras.

### B. 発表論文

1. D. Adamović, T. Creutzig and N. Genra: “Relaxed and logarithmic modules of  $\widehat{\mathfrak{sl}}_3$ ”, *Math. Ann.* (2023) Published online.

line.

2. T. Creutzig, N. Genra, S. Nakatsuka and R. Sato: “Correspondences of categories for subregular  $W$ -algebras and principal  $W$ -superalgebras”, *Comm. Math. Phys.* 393 1 (2022) 1–60.
3. T. Creutzig, N. Genra and S. Nakatsuka: “Duality of subregular  $W$ -algebras and principal  $W$ -superalgebras”, *Adv. Math.* 383 (2021) No.107685.
4. D. Adamović, T. Creutzig, N. Genra and J. Yang: “The vertex algebras  $\mathcal{R}^{(p)}$  and  $\mathcal{V}^{(p)}$ ”, *Comm. Math. Phys.* 383 2 (2021) 1207–1241.
5. T. Creutzig, N. Genra, Y. Hikida and T. Liu: “Correspondences among CFTs with different  $W$ -algebra symmetry”, *Nucl. Phys. B* 957 (2020) No.115104.
6. N. Genra and T. Kuwabara: “Strong generators of the subregular  $W$ -algebra  $W^{K-N}(\mathfrak{sl}_N, f_{sub})$  and combinatorial description at critical level”, *Lett. Math. Phys.* 110 (2020) 21–41.
7. N. Genra: “Screening operators and Parabolic inductions for Affine  $W$ -algebras”, *Adv. Math.* 369 (2020) No.107179.

### C. 口頭発表

1. Reduction by stages on  $W$ -algebras, Geometric Representation Theory and  $W$ -algebras workshop, International Centre for Mathematical Sciences (ICMS) Edinburgh, スコットランド, 2023 年 8 月.
2. Reduction by stages on  $W$ -algebras, International Algebra Conference in the Philippines, Belmont Hotel Mactan Cebu, フィリピン, 2023 年 8 月.
3. Reduction by stages on  $W$ -algebras, Representation Theory XVIII, Inter-University Centre Dubrovnik, クロアチア, 2023 年 6 月.
4. Reduction by stages on  $W$ -algebras, Vertex algebra, Hopf algebra and related

topics, Shanghai Jiao Tong University, 中国, 2023年6月.

5. Reduction by stages on  $W$ -algebras, Representation theory and geometry of loop spaces, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, フランス, 2023年1月.
6. On twisted Zhu algebras, Conference in finite groups and vertex algebras dedicated to Masahiko Miyamoto on the occasion of his 70th birthday, Academia Sinica, 台湾, 2022年12月.
7. Feigin-Semikhatov duality, Representation Theory XVII, Inter-University Centre Dubrovnik, クロアチア, 2022年10月.
8. Feigin-Semikhatov 双対性について, 日本数学会 2022年度秋季総合分科会 特別講演 (代数学), 北海道大学, 2022年9月.
9. Feigin-Semikhatov duality, Conference on Vertex Algebras and Representation Theory, Centre International de Rencontres Mathématiques (CIRM), フランス, 2022年6月.
10. Dualities of  $W$ -algebras and Feigin-Semikhatov conjectures, 2022 AMS Spring Western Virtual Sectional Meeting Special Session on Some Modern Developments in the Theory of Vertex Algebras, University of Denver (オンライン開催), アメリカ, 2022年5月.

## 千葉 悠喜 (CHIBA Yuki)

### A. 研究概要

滑らかな領域上の偏微分方程式の数値計算を行う際, 有限要素法では多くの場合, 領域を多角形で近似して計算を行っている. このとき, 領域や問題の近似の仕方によっては, 元の問題とは異なる問題の解を求めてしまうことがある. 特に, 血流のシミュレーション等で主に用いられる reduced-FSI モデルのような, 境界条件に接方向の微分が含まれる問題についてはより注意が必要である. 考えている領域が時間によって変化する場合もあり, 現実の問題に応じた数値計算手法の提案とその解析を行う必要がある. 滑らかな領域上の動的

境界条件を持つ熱方程式に対し, 空間離散化に有限要素法, 時間離散化に DG time-stepping 法を適用したスキームを提案し, 誤差解析を行った.

また, 交通流の数値モデルである Aw-Rascle モデルを様々な交通網に適用し, 渋滞の発生やその遷移について実験を行っている.

If solving PDEs numerically in a smooth domain, we should consider polyhedral approximations of the domain. In this case, facile approximation of the problem may cause wrong numerical solution. In particular, we need more attention when solving the problem including tangential derivative like reduced FSI model. Since the domain may change with time, it is necessary to propose a numerical method and its analysis according to the real problem. I consider the heat equation with dynamic boundary condition in a smooth domain. I apply finite element method in space-discretization and DG time-stepping method for time-discretization and get error estimate.

Moreover, I apply the Aw-Rascle model, which is a mathematical model of traffic flow, to various transportation networks and experiment on the occurrence of traffic jams and its transition.

### B. 発表論文

1. Y. Chiba and N. Saito: "Weak discrete maximum principle and  $L^\infty$  analysis of the DG method for the Poisson equation on a polygonal domain", Jpn. J. Ind. Appl. Math. **36** (2019) 809–834.
2. 千葉悠喜: "EV の確率を用いた充電開始時刻の決定による総消費電力量の操作", 数理学実践研究レター (2019) LMSR 2019-14.
3. Y. Chiba and T. Miyaji and T. Ogawa: "Computing Morse decomposition of ODEs via Runge-Kutta method", JSIAM Letters, **13** (2021) 40–43.
4. Y. Chiba and N. Saito: "Nitsche's method for a Robin boundary value problem in a smooth domain", Numer. Methods Partial Differ. Eq. **39** (2023) 4126–4144.

### C. 口頭発表

1. 滑らかな領域上の Robin 境界条件を持つ Poisson 方程式に対する不連続 Galerkin 法, 日本数学会 2019 年度年会, 東京工業大学大岡山キャンパス, 2019 年 3 月.
2. Nitsche's method and discontinuous Galerkin method for Poisson equation with Robin boundary condition in a smooth domain, International Congress on Industrial and Applied Mathematics 2019, スペイン, 2019 年 7 月.
3. 一般化 Robin 境界条件に対する不連続 Galerkin 法, 日本応用数学会 2019 年度年会, 東京大学駒場キャンパス, 2019 年 9 月.
4. 滑らかな領域上の方程式に対するハイブリッド型不連続 Galerkin 法, RIMS 共同研究 諸科学分野を結ぶ基礎学問としての数値解析学, 京都大学数理解析研究所, 2019 年 11 月.
5. Runge-Kutta 法による Morse 分解の近似計算の性能, 日本応用数学会第 17 回研究部会連合発表会, オンライン, 2021 年 3 月.
6. Runge-Kutta 法による ODE の Morse 分解の近似計算, 応用数学フレッシュマンセミナー 2021, オンライン, 2021 年 12 月.
7. 滑らかな領域上の Robin 境界値問題に対する Nitsche 法, 日本数学会 2023 年度秋季総合分科会, 東北大学, 2023 年 9 月
8. 滑らかな領域上の動的境界条件に対する DG time-stepping 法, 日本応用数学会第 17 回研究部会連合発表会, 長岡技術科学大学, 2024 年 3 月

### G. 受賞

1. 日本応用数学会論文賞 (JSIAM Letters 部門) 2022 年度

### チンイチュウ (CHEN Weichung)

#### A. 研究概要

I studied minimal log discrepancies of generalized pairs. Generalized pairs appear in C. Birkar's proof of the Borisov-Alexeev-Borisov conjecture as an important tool. The conjecture says that Fano varieties with a fixed dimension and a fixed positive lower bounded of their minimal log discrepancies form a bounded family. Roughly speaking, generalized pairs are a generalization of usual log pairs such that the generalized boundaries are not required to be divisors on the base varieties but allowed to be relatively nef divisors on birational models over the base varieties. This generalization makes it possible for us to construct new generalized pairs on adjunctions with subvarieties to reduce the dimensions of boundedness problems and play induction, which is not well-defined under the setting of usual pairs. It is shown by Birkar that a family of bounded generalized pairs descend to birational models in a fixed bounded family. On the other hand, my joint paper with Y. Gongyo and Y. Nakamura shows that minimal log discrepancies of generalized pairs with coefficients of boundaries and Cartier indexes in a fixed finite set are in a discrete set. Combining these results, I showed the ascending chain condition for minimal log discrepancies holds for fixed bounded families of generalized pairs. Applying Birkar-Borisov-Alexeev-Borisov theorem, I showed that minimal log discrepancies of generalized pairs holds for generalized weakly-Fano pairs. I also showed that the ascending chain condition  $\epsilon$ -log canonical thresholds holds for every non-negative real number  $\epsilon$ . As a corollary, for any non-negative real number  $\epsilon$ , bounded  $\epsilon$ -log canonical complements can be constructed for  $\epsilon$ -log canonical generalized pairs in a bounded family with coefficient of boundaries in any fixed set satisfying the descending chain condition. In particular, such bounded complements can be constructed for

generalized  $\epsilon$ -log canonical weakly-Fano pairs with fixed dimension. This generalized the result, where usual pairs was considered, in my joint paper with Gongyo and Nakamura.

#### B. 発表論文

1. W. Chen, G. Di Cerbo, J. Han, C. Jiang, R. Svaldi : “ Birational boundedness of rationally connected Calabi-Yau 3-folds”, *Advances in Mathematics* **378** (2021).
2. W. Chen: “Boundedness of Weak Fano Pairs with Alpha-Invariants and Volumes Bounded Below”, *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* **56** (2020) 539–559.
3. W. Chen, Y. Gongyo, Y. Nakamura: “On generalized minimal log discrepancy”, *J. Math. Soc. Japan Advance Publication*, **76** (2024) 393 –449.

#### C. 口頭発表

1. Constructing Strong  $(\epsilon, n, \Gamma)$ -Complements for  $\epsilon$ -lc Fano Pairs, Mini Workshop in birational geometry, Imperial College London (United Kingdom), January 2020.
2. Bounded Complements For  $\epsilon$ -lc Generalized Fano Pairs, Kinoshita Algebraic Geometry Symposium 2020, Online, October 2020.
3. Bounded Complements for  $\epsilon$ -lc generalized Fano Pairs, Iskovskikh Seminar, Steklov Mathematical Institute (Russia), March, 2021.
4. Ascending Chain Condition for Minimal Log Discrepancies for Bounded Generalized Pairs, NCTS Seminar in Algebraic Geometry, National Center for Theoretical Sciences (Taiwan), January 2024.

### 筒井 勇樹 (TSUTSUI Yuki)

#### A. 研究概要

私の主な研究テーマはトロピカル幾何学である。特に、特異点つき整アファイン多様体やトロピカ

ル多様体上の直線束に対する Riemann–Roch の定理の類似とその応用を中心に研究している。

Gathmann–Kerber によるコンパクトトロピカル曲線上の直線束の Riemann–Roch の定理のトロピカル類似は、高次元のコンパクトトロピカル多様体に一般化することが困難なものである。私がこれまで研究していた Riemann–Roch の定理の類似は、Strominger–Yau–Zaslow 予想のアイデアに基づくものであり、前述とは異なるアプローチである。そのアプローチは、コンパクトトロピカル多様体上の直線束を表現する可容  $C^\infty$  因子に対して Floer コホモロジー群の Euler 数の類似を定義し、それに対してトロピカル Chern 類による明示式を与えるというものである。これまでの研究は上述の数学的主張の定式化とその証明が中心的な話題であった。

今年度で得られた主な成果は、前述の Riemann–Roch の定理の類似の予想の組み合わせ版と呼べる予想を一部定式化し、それを Delzant 面構造を許す、コンパクトトロピカル曲面の場合に示したことである。この組み合わせ版の予想は、コンパクトトロピカル多様体  $X$  上の余次元 1 のトロピカル部分多様体  $D$  が  $X$  上中庸な位置にあるとき補集合  $X \setminus D$  の位相的 Euler 数と Riemann–Roch 数  $RR(X; D)$  が一致することを予想するものである。また、この予想は最初に述べた主張の肯定的な具体例を構築するのにも役立つ。

My main research theme is tropical geometry. In particular, I’m focusing on the study of analogs of the Riemann–Roch theorem for line bundles on integral affine manifolds with singularities and tropical manifolds, as well as their applications.

The tropical analog of the Riemann–Roch theorem for line bundles on compact tropical curves by Gathmann–Kerber is difficult to generalize to higher-dimensional compact tropical manifolds. The analogy of the Riemann–Roch theorem that I have been studying is based on the ideas of the Strominger–Yau–Zaslow conjecture, which is a different approach from the aforementioned. This approach is defining an analog of the Euler characteristic of the Floer

cohomology for permissible  $C^\infty$ -divisors representing line bundles on compact tropical manifolds, and providing an explicit formula using tropical Chern classes. The central focus of my previous research has been on the formulation and proof of the aforementioned mathematical statement.

The main result in this year is that I obtained a partial formulation of a combinatorial analog of the aforementioned analog of the Riemann–Roch theorem, and I proved it for compact tropical surfaces admitting a Delzant face structure. This combinatorial version of the conjecture suggests that when a tropical submanifold  $D$  of codimension 1 is in moderate position on a compact tropical manifold  $X$ , the topological Euler characteristic of its complement  $X \setminus D$  and the Riemann–Roch number  $RR(X; D)$  coincide. Additionally, this conjecture is also useful to construct positive concrete examples for the initial statement proposed.

#### B. 発表論文

1. Y. Tsutsui : “Graded modules associated with permissible  $C^\infty$ -divisors on tropical manifolds”, 東京大学数理科学研究科博士論文 (2023)

#### C. 口頭発表

1. Radiance obstructions of tropical Kummer surfaces, Young Researchers’ Workshop on Non-Archimedean and Tropical Geometry, Regensburg, ドイツ, 2019 年 7 月
2. Radiance obstructions of tropical Kummer surfaces and their quotients, 玉原代数幾何サマースクール 2019, 沼田, 2019 年 8 月
3. あるトロピカル多様体に関する格子点の数え上げ問題, 第 4 回トロピカル幾何ワークショップ, 東京都立大学, 2022 年 2 月
4. On graded modules associated with line bundles on tropical curves and integral affine manifolds, Young Researchers’ Conference on Non-Archimedean and

Tropical Geometry, Regensburg, ドイツ, 2022 年 8 月

5. Graded modules associated with permissible  $C^\infty$ -divisors on tropical manifolds, Workshop on Mirror symmetry and Related Topics, Kyoto 2023, 京都大学, 2023 年 12 月
6. The Riemann–Roch number of tropical curves in moderate position on tropical surfaces, 第 6 回トロピカル幾何ワークショップ, 広島大学, 2024 年 3 月

### 中島 さち子 (NAKAJIMA Sachiko)

#### A. 研究概要

2022 年度に続き, 学際的な観点で数学をとらえ, 特に数学と音楽の狭間での研究を継続している. 一方, 2023 年度より佐々田槇子教授と共に, ヤン・バクスター方程式 (YB) と独立性保存則, 双有理写像との関係を調べている (佐々田, 2022). 双有理写像は, その 3DConsistency より YB を満たすことがわかっており, これらは 10 種:  $F_I$  から  $F_V$ ,  $H_I$  から  $H_V$  に分類される. そこで, YB や独立性保存則を満たす  $H_X$  の行列版は何か. 双有理写像の行列版は何か. 双有理写像が独立性保存則を持つ理由は何か. などの問いが生まれた. まずは  $F_V$  の適切な行列版が再び YB を満たすことを数値計算により確認し, 九州大学の白井朋之教授はいくつかの不変量の発見と共にこれを示した. 一方, 幾何学の離散極限をとったトロピカル幾何でも, 同様の公理を満たせばトロピカル幾何における双有理写像の 3D 一貫性からトロピカル YB を満たすと推測される. 一見全く異なる YB, 双有理写像 (幾何), 独立性保存則 (確率) という 3 つの世界には, 何か通底する関係性があることが予想され, それは新しい種の YB 写像や独立性保存則を発見する手がかりになると思われる. 前者の研究では学部生との文理融合ゼミナールでは舘智宏教授と共に再び「数学と音楽」のゼミを持ち, 主に東京大学教養学部前期の学生らとお茶の水大学の学生らが, 数学と音楽の両者の観点から多様な研究および作品制作を行なった. 自身では, 音の可視化, 音色の特徴の可視化, 微分方程式の可聴化などを共同研究にて行っている.

As a continued project from 2022FY, I do interdisciplinary research on math and some other fields, especially music. Additionally, from 2023FY, with Professor Makiko Sasada, we are researching on the relationships among Yang-Baxter equations(YB), Independent Preserving Property, and Quadrirational maps from the geometric viewpoints (Sasada, 2022). Quadri-rational maps are proved to satisfy YB, for they have 3D consistency. These are classified into 10 types, called  $F_I$  to  $F_V$ ,  $H_I$  to  $H_V$ . Now, the questions like the below arise. What is the matrix version of  $H_X$  which satisfies YB, or Independent Preserving Properties? What is the matrix version of quadrirational maps, and why do quadrirational maps has Independent Preserving Properties? So, we computed some cases of YB of  $F_V$ -like matrix version, and Professor Tomoyuki Shirai finally proved this with some discovery of the hidden invariants. On the other hand, if we take the discrete limit of those geometry: Tropical Geometry, as long as this satisfies some basic axiom, it is easily conjectured that quadrirational maps in tropical geometry would satisfy the tropical YB. These seemingly different 3 worlds, YB, quadrirational maps in geometry, and Independent Preserving Properties in probability, could be somehow deeply linked. This may let us discover new YB maps or Independent Preserving Properties in various spaces.

In the former research, with Professor Tomohiro Tachi, I had the seminar "math x music", as the interdisciplinary program linking liberal arts and mathematical sciences. The targeted students of College of Arts and Sciences, and of Ochanomizu University did various superb integrated research and creations. I myself am continueing the joint research on the visualization of sounds and music, especially the color of tones, auralization of some differential equations.

## B. 発表論文

1. 中島さち子, 田中香津生, 清水克彦, 山田浩平, 山羽 教文. 「タグラグビーの学習指導計画の STEAM 化によるパフォーマンス向上 -小学校「体育」授業における算数・プログラミング的思考導入の効果-」, スポーツパフォーマンス研究. **14** (2022) 45 - 59.
2. J. Akiyama, K. Matsunaga, and S. Nakajima. "Mobius Flowers", Thai Journal of Mathematics. **21**(2023) 1081-- 1098.
3. 中島さち子, 秋山仁, 清水克彦. 「結び目理論とアートを融合した結び目 STEAM 活動の開発と実践検証 -体験的・発見的・創造的な学びの STEAM 化-」 日本数学教育学会 数学教育, **105**(2023).
4. 中島さち子. 「STEAM 教育の実践」 音楽文化創造, **185**(2021) 特集, 電子版.

## C. 口頭発表

1. 「タグラグビーにおけるスポーツ戦術シミュレーションツール」, RIMS 共同研究「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」, オンライン, 8月, 2021年.
2. "The Mobius Love-Fate Fortune Telling Conundrum", TJCDCG 2020+1, Online(Thailand), Sep. 2021.
3. 「STEAM 化された数学の創造性と探究の可能性」, 東京理科大学数学教育研究会, オンライン, 11月, 2021年.
4. "Possibilities of Global STEAM creative network - toward World Expo", 大阪大/ドレスデン工科大学との国際学術シンポジウム, Online, Sep. 2021.
5. "Possibilities of CoCreative STEAM Ecosystem in the 21st century", WCCE 2022, 広島国際会議場, Aug., 2022.
6. 「Society 5.0 の実現に向けた統計教育に関する動きと課題」, 日本統計学会統計教育委員会 企画セッション, オンライン, 9月, 2022年.
7. 「分野協働のための図学」, 日本図学会, 分野協働のための図学研究, 東京大学, 6月, 2023年.

#### D. 講義

1. 文理融合ゼミナール「数学と音楽」（館知宏教授と共に）（教養学部前期課程，集中講座，アドミ棟，2024年2-3月）。

#### F. 対外研究サービス

1. 「数理ランチタイム～私と数学～」シリーズ開催（東京大学大学院数理科学研究科主催）。
2. KIOI STEAM LAB 「数学と音楽の協奏」（2023年6月）。
3. 国際数学オリンピック IMO2023 日本大会協力（2023年7月）。
4. 津田塾大学同窓会講演会数学情報勉強会（2023年10月）。

### 横山 聡 (YOKOYAMA Satoshi)

#### A. 研究概要

ランダムな外力を考慮した現象を表す方程式、特に、1) 確率オイラー、確率ナビエ・ストークス方程式 2) 2相を分ける界面の揺らぎなどの物理現象に関する確率反応拡散方程式を主に研究している。

I study stochastic partial differential equations describing physical phenomena, in particular, 1) stochastic Euler and Navier-Stokes equations 2) stochastic reaction-diffusion equations for physical phenomena such as fluctuations at the interface separating two phases.

#### B. 発表論文

1. F. Flandoli and S. Yokoyama : “The effect of transport noise on interface formulation”, to appear in Results in Mathematics.
2. S. Yokoyama : “A stochastically perturbed mean curvature flow by colored noise”, J. Theoret. Probab. **34** (2021) 214–240.
3. T. Funaki and S. Yokoyama : “Sharp interface limit for stochastically perturbed mass conserving Allen-Cahn equation”, Ann. Probab. **47** (2019) 560–612.

### マラパスクワレ (MARRA Pasquale)

#### A. 研究概要

My research is focused on the theoretical condensed matter physics, in particular topological superconductivity in mesoscopic systems, Thouless quantum pumps in cold atoms, and the various generalizations of the Harper-Hofstadter model. Although I work on different physical systems (e.g., quantum nanowires, cold atomic gases), the unifying concept is the study of topological phases induced by inhomogeneous fields. My main scientific contributions in the last year were focussed on two main topics

(I) Hofstadter model and the relativistic Toda lattice – The Hofstadter model and the relativistic Toda lattice are two seemingly disparate systems with profound implications in condensed matter physics and high-energy physics, respectively. Recently, a remarkable spectral relationship between these models has been discovered, shedding light on their underlying connections and paving the way for new insights into both fields. The Hofstadter model, renowned for its ability to describe phenomena such as the quantum Hall effect and Anderson localization, exhibits fractal behavior in the quantum realm. On the other hand, the relativistic Toda lattice has garnered attention in complex nonlinear dynamics and its association with supersymmetric Yang-Mills theories and topological string theories in high-energy physics. The discovered spectral relationship between the Hofstadter model and the relativistic Toda lattice hints at a deeper connection, possibly linked to the Langlands duality of quantum groups. Employing similarity transformations compatible with the quantum group structure, we derived a formula to parametrize the energy spectrum of the Hofstadter model using elementary symmetric polynomials and Chebyshev polynomials. The convergence of these seemingly disparate models underscores the profound interplay between dif-

ferent branches of physics. This spectral relationship not only enriches our understanding of both systems but also opens avenues for further exploration, potentially leading to breakthroughs in condensed matter physics and high-energy physics.

(II) Emergence of Majorana Zero Modes in Inhomogeneous Superconducting Systems – Majorana zero modes are promising candidates for applications in topological quantum computing and the exploration of exotic quantum phases. These modes are localized at the vortex cores of two-dimensional topological superconductors or at the ends of one-dimensional topological superconductors. In our work, we propose an alternative platform: two-dimensional topological superconductors with inhomogeneous superconductivity. In these systems, Majorana modes localize at the ends of topologically non-trivial one-dimensional stripes induced by spatial variations of the order parameter phase in a two-dimensional topological superconductor. Intriguingly, in certain regimes, these Majorana modes exhibit hybridization, resulting in a single highly nonlocal state spanning spatially separated points. Remarkably, this state maintains exactly zero energy at finite system sizes and demonstrates emergent quantum-mechanical supersymmetry. Furthermore, we provided detailed descriptions of braiding and fusion protocols pertinent to the Majorana modes localized in the proposed inhomogeneous superconducting system. These protocols lay the foundation for harnessing the topological properties of Majorana zero modes for quantum information processing tasks. Moreover, we explore the versatility of our proposal by suggesting possible experimental setups. These setups hold the promise of realizing Yang-Lee anyons and potentially facilitating the exploration of the Sachdev-Ye-Kitaev model, thus extending the scope of investigations into exotic quantum phenomena. The emergence of Majorana zero modes in inhomogeneous super-

conducting systems offers a novel platform for studying topological properties and advancing the field of quantum computing. By elucidating the mechanisms underlying the localization and behavior of these modes, we pave the way for future experimental exploration and potential breakthroughs in quantum information processing and fundamental physics.

## B. 発表論文

1. Hofstadter-Toda spectral duality and quantum groups, P. Marra, V. Proietti, X. Sheng, arXiv preprint arXiv:2312.14242 (2023)
2. Majorana modes in striped two-dimensional inhomogeneous topological superconductors, P. Marra, D. Inotani, T. Mizushima, M. Nitta arXiv preprint arXiv:2312.08439 (2023)
3. Majorana nanowires for topological quantum computation, P. Marra, *J. Appl. Phys.* **132**, 231101 (2022)
4. One-dimensional Majorana Goldstinos and extended supersymmetry in quantum wires, P. Marra, D. Inotani, M. Nitta, *Comm. Phys.* **5**, 149 (2022)
5. Dispersive one-dimensional Majorana modes with emergent supersymmetry in one-dimensional proximitized superconductors via spatially-modulated potentials and magnetic fields, P. Marra, D. Inotani, M. Nitta, *Phys. Rev. B* **105**, 214525 (2022)
6. Majorana/Andreev crossover and the fate of the topological phase transition in inhomogeneous nanowires, P. Marra, A. Nigro, *J. Phys.: Condens. Matter* **34** 124001 (2022)
7. Competition and interplay between topology and quasi-periodic disorder in Thouless pumping of ultracold atoms, S. Nakajima, N. Takei, K. Sakuma, Y. Kuno, P. Marra, Y. Takahashi, *Nature Physics* **17**, 844 – 849 (2021)
8. Topologically quantized current in

quasiperiodic Thouless pumps, P. Marra, M. Nitta, Phys. Rev. Research **2**, 042035(R) (2020)

9. Topologically nontrivial Andreev bound states, P. Marra, M. Nitta, Phys. Rev. B **100**, 220502(R) (2019)
10. Degeneracy lifting of Majorana bound states due to electron-phonon interactions, P. P. Aseev, P. Marra, P. Stano, J. Klinovaja, D. Loss, Phys. Rev. B **99**, 205435 (2019)

### C. 口頭発表

1. Topological superconductivity and Majorana modes in the presence of inhomogeneous fields, Max Planck Institute for the Physics of Complex Systems, Dresden, Germany, 9 May 2023
2. Controlling Majorana modes via Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov phases in topological superconductors and superfluids, JPS Autumn meeting, Sendai, Japan, 17 September 2023  
Unifying the theoretical description of Andreev, Majorana, quasi-Majorana bound states, DPG Spring Meeting, Dresden, Germany, 29 March 2023
3. Towards a unifying description of Andreev, Majorana, quasi-Majorana, and Shockley states, APS March Meeting (online), USA, 20 March 2023
4. Partial supersymmetry breaking and dispersive Majorana modes in quantum nanowires, YIPQS Novel Quantum States in Condensed Matter workshop (NQS2022), Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Japan, 10 November 2022
5. One-dimensional Majorana Goldstinos and partial supersymmetry breaking in quantum wires: From Majorana pumps to braiding, at the 29th International Conference on Low Temperature Physics (LT29), Sapporo, Japan, 23 August 2022

and at the International Conference on Ultralow Temperature Physics (ULT), Otaru, Japan, 27 August 2022

6. Partial supersymmetry breaking and Majorana modes in quantum nanowires, workshop "Inhomogeneous superconductivity and superfluidity", Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan, 28 September 2022
7. Extended quantum-mechanical supersymmetry in Majorana nanowires, APS March Meeting 2022, Chicago, USA, 14 March 2022
8. Topologically nontrivial phases induced by inhomogeneous fields in one-dimension, YITP workshop "Theoretical studies of topological phases of matter", Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Japan, 18 October 2021
9. Topologically nontrivial Andreev bound states, one-dimensional Majorana fermions, and supersymmetry in quantum wires, CMD29 online series, mini-colloquium "Bound states in hybrid superconductor nanostructures", online meeting, 29 June 2021
10. Topologically nontrivial Andreev bound states, CMD2020GEFES, Madrid, Spain, 1 September 2020

## 協力研究員 (Associate Fellow)

### 浅香 猛 (ASAKA Takeru)

#### A. 研究概要

地震定理を曲面に付随するクラスター代数を用いて表し、有限型のクラスター代数について成立することを示した。まだ地震定理が示されていない点付き曲面についても地震定理を示そうとしている。これらは東北大学の石橋典氏と狩野隼輔氏との共同研究に基づく。By the representation of

the earthquake theorem with cluster algebras of surface type, we show this theorem for cluster algebras of finite type. We will prove the earthquake theorem for marked surfaces not having been proved. This is done with Tsukasa Ishibashi and Shunsuke Kano.

#### B. 発表論文

1. T. Asaka, T. Ishibashi and S. Kano: "Earthquake theorem for cluster algebras of finite type", arXiv:2212.09942.
2. T. Asaka, "The Fenchel-Nielsen twist in terms of the cross ratio", arXiv:2212.09942.

#### C. 口頭発表

1. Earthquake theorem of cluster algebras of finite type, The 17th East Asian Conference on Geometric Topology, オンライン, 2022年1月.
2. クラスター代数と地震変形, 東北大学幾何セミナー, 東北大学, 2022年2月.
3. Earthquake maps and cluster algebras, 日本数学会, 埼玉大学, 2022年3月.
4. Earthquake theorem and cluster algebras, 数理物理セミナー, 千葉大学, 2022年6月.
5. Earthquake theorem for cluster algebras of finite type, 第56回函数論サマーセミナー, 愛媛大学, 2022年9月.
6. Earthquake theorem for cluster algebras of finite type, 日本数学会, 北海道大学,

2022年9月.

7. 地震定理とクラスター代数, 大阪大学数学教室セミナー, 大阪大学, 2022年12月.
8. Some calculations of an earthquake map in the cross ratio coordinates and the earthquake theorem of cluster algebras of finite type, トポロジー火曜セミナー, 東京大学, 2023年1月.
9. Earthquake theorem and Cluster algebras, リーマン面・不連続群論, オンライン, 2023年2月.
10. Some calculations about earthquake maps in the cross ratio coordinates, Advances in Cluster Algebras 2023, オンライン, 2023年3月.
11. Earthquake theorem and Cluster algebras, リーマン面に関連する位相幾何学, 東京大学, 2023年8月.
12. 地震定理とクラスター代数, 第64回東北複素解析セミナー, 東北大学, 2023年12月.

### 佐藤 謙 (SATO Ken)

#### A. 研究概要

代数多様体の Chow 群の一般化として, Bloch により高次 Chow 群というものが定義された. 高次 Chow 群は代数的サイクルやモチーフの研究の観点から重要な対象であり, 代数幾何・数論における数多くの予想と結びついているが, 余次元が2以上の場合の構造はよくわかっていない.

昨年度と本年度は,  $K3$  曲面上の  $(2, 1)$  タイプの高次 Chow 群について, サイクルを具体的に構成することで, 高次 Chow 群の非分解部分のランクの評価を得た.

具体的には, 論文 2. においては, 楕円曲線の直積に付随する Kummer 曲面からなる族の上で具体的に非分解サイクルを構成し, 馬氏との共著である論文 1. では, 論文 2. で得られたサイクルを退化させていくことで, より多くの格子偏極  $K3$  曲面族の上で, 非分解的なサイクルの具体例を与え

た。さらに、四次曲線で分岐する平面の4重被覆として得られる  $K3$  曲面族の上でも、複接線を用いて、非分解的なサイクルを構成することができたため、現在論文執筆中である。

Bloch defined the higher Chow groups for algebraic varieties, which are generalizations of the classical Chow groups. The higher Chow groups are important objects from the viewpoint of researches on algebraic cycles and motives, and are related to many important conjectures of algebraic geometry and number theory. However, their structures are still mysterious when codimension is greater than 1.

This year and last year, I obtained a rank estimate for the indecomposable part of the higher Chow group of type  $(2, 1)$  for  $K3$  surfaces, by constructing higher Chow cycles explicitly.

More specifically, in the paper 2, I constructed indecomposable cycles on a family of Kummer surfaces associated with products of elliptic curves, and in the paper 1, by degenerating those cycles, Ma and I gave examples of indecomposable cycles on many lattice polarized families of  $K3$  surfaces. Furthermore, I constructed indecomposable cycles on a family of  $K3$  surfaces which are the quadruple coverings of the plane branching along quartics, by using bitangents of the quartics. The paper of this result is in preparation.

## B. 発表論文

1. M. Shohei and K. Sato: “Higher Chow cycles on some  $K3$  surfaces with involution”, preprint(2023), arxiv:2309.16132.
2. K. Sato: “A group action on higher Chow cycles on a family of Kummer surfaces”, 東京大学博士論文, 2023, arXiv:2211.16109.
3. K. Sato: “等スペクトル問題を用いた cloaking device 作成へのアプローチ”, 数理科学実践研究レター, LMSR2021-4.
4. K. Sato: “Construction of higher Chow cycles and calculation of the regulator map”, 北海道大学数学講究録 (178), 2020.

5. K. Sato: “Indecomposable parts of higher Chow groups of a certain type of Kummer surfaces”, 東京大学修士論文, 2019.

## C. 口頭発表

1. On higher Chow cycles on  $K3$  surfaces, 代数幾何学セミナー, 京都大学, 2024年1月.
2. Higher Chow cycles on  $K3$  surfaces and their images under the regulator map, 第19回北陸数論研究集会「超幾何関数の数論とその周辺」, 金沢大学, 2023年11月.
3.  $K3$  曲面上の高次 Chow サイクルについて, 代数セミナー, 東北大学, 2023年11月.
4. Kummer 曲面上の高次 Chow サイクルについて, 日本数学会, 東北大学, 2023年9月.
5. Indecomposable higher Chow cycles on Kummer surfaces, 代数学コロキウム, 東京大学, 2023年5月.

## 里見 貴志 (SATOMI Takashi)

### A. 研究概要

私は毎週の小林俊行先生の院生・ポスドクセミナーに参加しながら畳み込みに関する不等式の研究を行った。私は局所コンパクト群  $G$  に関する Young の畳み込み不等式の最適定数 (不等式が最適になるような両辺の比)  $Y(p_1, p_2; G)$  について、上からの評価を与えた。

私は  $1/p_1 + 1/p_2 \geq 1$  をみたすような任意の  $1 \leq p_1, p_2 \leq \infty$  と任意の閉部分群  $H \subset G$  に対し、 $Y(p_1, p_2; G) \leq Y(p_1, p_2; H)$  となることを示した。この系として、 $1/p_1 + 1/p_2 > 1$  をみたすような  $1 < p_1, p_2 < \infty$  に対し、 $G$  に関する次の条件がすべて同値であることを示した：(1)  $G$  は開かつコンパクトな部分群を持たない。(2)  $G$  の単位元成分  $G_0 \subset G$  はコンパクトでない。(3)  $G$  は位相群として  $\mathbb{R}$  と同型な閉部分群を持つ。(4)  $G_0$  は位相群として  $\mathbb{R}$  と同型な閉部分群を持つ。(5)  $Y(p_1, p_2; G) \leq Y(p_1, p_2; \mathbb{R})$  となる。(6)  $Y(p_1, p_2; G_0) \leq Y(p_1, p_2; \mathbb{R})$  となる。(7)  $Y(p_1, p_2; G) \neq 1$  となる。(8)  $Y(p_1, p_2; G_0) \neq 1$

となる.

また, 半単純成分の中心が有限群となるような任意の連結 Lie 群  $G$  に対し,  $G$  の極大コンパクト群の次元を  $r(G)$  とすると  $Y(p_1, p_2; G) \leq Y(p_1, p_2; \mathbb{R})^{\dim G - r(G)}$  となることを示した.  $Y(p_1, p_2; \mathbb{R})$  の値が Beckner により明示的に与えられているので, この不等式は  $Y(p_1, p_2; G)$  の明示的な上からの評価を与えている.

私はユニモジュラー局所コンパクト群  $G$  が同値条件 (1)-(8) をみたさない場合でも, 関数の台が小さければ Young の不等式を精密化できることを示した. すなわち,  $G$  の開部分群の測度の下限を  $m(G)$  とし, 条件  $\text{vol}(\text{supp } \phi_1) + \text{vol}(\text{supp } \phi_2) \leq m(G)$  の下での Young の不等式の最適定数を  $\tilde{Y}(p_1, p_2; G)$  と書くと,  $\tilde{Y}(p_1, p_2; G) \leq Y(p_1, p_2; \mathbb{R})$  が成り立つ.

Young の畳み込み不等式と同様に, 逆 Young の不等式もユニモジュラー局所コンパクト群上に一般化できる. 逆 Young の不等式の最適定数  $Y_R(p_1, p_2; G)$  についても, 上の結果の類似が得られた. すなわち, 任意の  $0 < p_1, p_2 < 1$  に対し  $G$  に関する上の同値条件 (1)-(4) は次の条件とも同値である: (5)  $Y_R(p_1, p_2; G) \geq Y_R(p_1, p_2; \mathbb{R})$  となる. (6)  $Y_R(p_1, p_2; G_0) \geq Y_R(p_1, p_2; \mathbb{R})$  となる. (7)  $Y_R(p_1, p_2; G) \neq 1$  となる. (8)  $Y_R(p_1, p_2; G_0) \neq 1$  となる.

また, 条件  $\text{vol}(\text{supp } \phi_1) + \text{vol}(\text{supp } \phi_2) \leq m(G)$  の下での逆 Young の不等式の最適定数を  $\tilde{Y}_R(p_1, p_2; G)$  と書くと,  $\tilde{Y}_R(p_1, p_2; G) \geq Y_R(p_1, p_2; \mathbb{R})$  が成り立つ.

I studied inequalities related to convolutions while participating in weekly graduate students and post-doctoral seminars in Prof. Toshiyuki Kobayashi's laboratory. I gave some estimates of the optimal constant (optimal ratio of both sides such that the inequality is optimal)  $Y(p_1, p_2; G)$  of Young's convolution inequality of a locally compact group  $G$  from above.

I proved  $Y(p_1, p_2; G) \leq Y(p_1, p_2; H)$  for any  $1 \leq p_1, p_2 \leq \infty$  with  $1/p_1 + 1/p_2 \geq 1$  and any closed subgroup  $H \subset G$  of  $G$ . As a corollary, the following conditions of  $G$  are equivalent for any  $1 < p_1, p_2 < \infty$  with  $1/p_1 + 1/p_2 > 1$ : (1)  $G$

has no open compact subgroup. (2) The identity component  $G_0 \subset G$  is not compact. (3)  $G$  has a closed subgroup which is isomorphic to  $\mathbb{R}$  as a topological group. (4) The identity component  $G_0$  has a closed subgroup which is isomorphic to  $\mathbb{R}$  as a topological group. (5) One has  $Y(p_1, p_2; G) \leq Y(p_1, p_2; \mathbb{R})$ . (6) One has  $Y(p_1, p_2; G_0) \leq Y(p_1, p_2; \mathbb{R})$ . (7) One has  $Y(p_1, p_2; G) \neq 1$ . (8) One has  $Y(p_1, p_2; G_0) \neq 1$ .

In addition, I proved  $Y(p_1, p_2; G) \leq Y(p_1, p_2; \mathbb{R})^{\dim G - r(G)}$  for any connected Lie group  $G$  such that the semisimple part has the finite center, where  $r(G)$  is the dimension of the maximal compact subgroups of  $G$ . This inequality gives an explicit bound of  $Y(p_1, p_2; G)$  from above because the value of  $Y(p_1, p_2; \mathbb{R})$  is explicitly determined by Beckner.

Even when  $G$  does not satisfy the equivalent conditions (1)-(8), I proved that Young's inequality can be improved for any functions with small supports. That is, it follows that  $\tilde{Y}(p_1, p_2; G) \leq Y(p_1, p_2; \mathbb{R})$ , where  $\tilde{Y}(p_1, p_2; G)$  is the optimal constant of Young's inequality under the assumption  $\text{vol}(\text{supp } \phi_1) + \text{vol}(\text{supp } \phi_2) \leq m(G)$  and  $m(G)$  is the infimum of the measure of all open subgroup of  $G$ .

Similar to Young's inequality, the reverse Young's inequality can be generalized to any unimodular locally compact group. I gave some results similar to the above for the optimal constant  $Y_R(p_1, p_2; G)$  of the reverse Young's inequality. That is, the equivalent conditions (1)-(4) of  $G$  are also equivalent to the following conditions for any  $0 < p_1, p_2 < 1$ : (5) One has  $Y_R(p_1, p_2; G) \geq Y_R(p_1, p_2; \mathbb{R})$ . (6) One has  $Y_R(p_1, p_2; G_0) \geq Y_R(p_1, p_2; \mathbb{R})$ . (7) One has  $Y_R(p_1, p_2; G) \neq 1$ . (8) One has  $Y_R(p_1, p_2; G_0) \neq 1$ .

In addition, I proved  $\tilde{Y}_R(p_1, p_2; G) \geq Y_R(p_1, p_2; \mathbb{R})$ , where  $\tilde{Y}_R(p_1, p_2; G)$  is the optimal constant of the reverse Young's inequality under the assumption

$$\text{vol}(\text{supp } \phi_1) + \text{vol}(\text{supp } \phi_2) \leq m(G).$$

## B. 発表論文

1. T. Satomi: “算術的組み合わせ論による等質空間上のたたみ込みのスペクトル評価”, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2019).
2. T. Satomi: “局所コンパクト群上のたたみ込みの  $L^p$  収束性と Young の不等式の関係”, 京都大学数理解析研究所講究録 **2139** (2019) 136–147.
3. T. Satomi: “局所コンパクト群の畳み込みに関する Young-Beckner-Fournier の不等式の最適定数”, 表現論シンポジウム 2020 講演集 (2020) 128–139.
4. T. Satomi: “An inequality for the compositions of convex functions with convolutions and an alternative proof of the Brunn-Minkowski-Kemperman inequality”, Proc. Steklov Inst. Math. **319** No. 1 (2022) 265–282.
5. T. Satomi: “An Inequality for the Convolutions on Unimodular Locally Compact Groups and the Optimal Constant of Young’s Inequality”, J. Fourier Anal. Appl. **29** (2023) Paper No. 13.
6. T. Satomi: “Refinement of Young’s convolution inequality on locally compact groups and generalizations of related inequalities”, 東京大学大学院数理科学研究科博士論文 (2023).
7. T. Satomi: “Inequality on the optimal constant of Young’s convolution inequality for locally compact groups and their closed subgroups”, Ann. Mat. Pura Appl. (4) **203** No. 2 (2024) 805–821.

## C. 口頭発表

1. “An Inverse Theorem for an Inequality of Kneser” (T. Tao) の紹介, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis” (主催者: 小林俊行先生), オンライン, 2021 年 8 月.
2. ユニモジュラー局所コンパクト群上の畳み込みに関する不等式と Kemperman の定

理への応用, 日本数学会 2021 年度秋季総合分科会, オンライン, 2021 年 9 月.

3. ユニモジュラー局所コンパクト群上の畳み込み不等式の最適定数の評価, Lie 群論・表現論セミナー (主催者: 小林俊行先生), オンライン, 2022 年 5 月.
4. Estimate of the optimal constant of convolution inequalities on unimodular locally compact groups, Symmetry in Geometry and Analysis (主催者: Michael Pevzner 先生, 関口英子先生), フランス, Reims University, 2022 年 6 月.
5. “Optimal Young’s inequality and its converse: a simple proof” (F. Barthe, Geom. Funct. Anal. 8 (1998), no. 2, 234-242.) の紹介, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis” (主催者: 小林俊行先生), オンライン, 2022 年 8 月.
6. ユニモジュラー局所コンパクト群上の畳み込みと再配分に関する不等式と関連する不等式の最適定数, 日本数学会 2023 年度年会, 中央大学理工学部, 2023 年 3 月.
7. Optimal constant of Young’s convolution inequality on locally compact groups, Geometric Analysis in Harmonic Analysis and PDE (主催者: Neal Bez 先生, Michael Cowling 先生, Ji Li 先生, Wenhui Shi 先生, 杉本充先生), 京都大学数理解析研究所, 2023 年 3 月.
8. いくつかの不確定性原理と Hausdorff-Young の不等式の関係, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis” (主催者: 小林俊行先生), オンライン, 2023 年 8 月.
9. Cayley グラフのエクспанダー性と Young の畳み込み不等式, エクспанダーグラフの新しい構成手法の確立とその応用 (主催者: 佐竹翔平先生), 九州大学伊都キャンパスウエスト 1 号館, 2023 年 9 月.
10. Optimal constant of Young’s convolution inequality on locally compact groups, 7th Tunisian-Japanese Conference, Geometric and Harmonic Analysis on Homoge-

neous Spaces and Applications in Honor of Professor Toshiyuki Kobayashi (主催者: Ali Baklouti 先生, 伊師英之先生), チュニジア, Iberostar Selection Kuriat Palace, 2023 年 11 月.

#### G. 受賞

数理科学研究科長賞, 2023.

### 関野 希望 (SEKINO Nozomu)

#### A. 研究概要

3次元多様体をその中のファイバー結び目、それに対応したヒューガード分解を用いて調べようとした。I tried to research 3-manifolds by using their fibered knots and the corresponding Heegaard splittings.

#### B. 発表論文

1. N. Sekino: “Lens spaces which are realizable as closures of homology cobordisms over planar surfaces”, *Illinois J. Math.* Volume 64, Number 4 (2020), 481–492.
2. N. Sekino: “The existence of homologically fibered links and solutions of some equations”, *Topology and its Applications* **302** (2021).
3. N. Sekino: “Generalized torsion elements in the fundamental groups of 3-manifolds obtained by 0-surgeries along some double twist knots”, *Topology and its Applications* **343** (2024).
4. N. Sekino: “Generalized torsion elements in the fundamental groups of once punctured torus bundles”, *Topology and its Applications* **345** (2024).

#### C. 口頭発表

1. 平面曲面上の homology cobordism の閉包として表されるレンズ空間, 研究集会「低次元トポロジー in 白神 2019」, あきた白神体験センター, 2019 年 10 月.

### ZHANG Qiang

#### A. 研究概要

My study investigates two types of medical imaging problems based on elliptic partial differential equations, i.e., the electrical impedance imaging problem of reconstructing internal conductivity distributions from certain measurement information of biological tissues, and the electrocardiographic imaging problem of reconstructing transmembrane voltage distributions at the surface of the heart or inside the heart from potential information measured at the body surface.

(1) Inverse conductivity problem Consider an inverse problem of recovering the medium conductivity governed by an elliptic system, with partial information of the solution specified in some internal domain as inversion input. We firstly establish the uniqueness of this inverse problem and the conditional stability of Holder type in internal domain in terms of the analytic extension of the solution. Then by representing the solution of the direct problem with variable coefficient under the Levi function framework, this nonlinear inverse problem is reformulated as solving a linear integral system provided that the boundary value of the conductivity be known. Then this linear system is regularized to deal with the ill-posedness of the function extension, with an efficient numerical realization scheme for seeking the regularizing solution firstly for the density pair and then for the conductivity to be recovered. Numerical implementations are presented to show the validity of the proposed scheme.

(2) Electrocardiographic imaging (ECGI)

ECGI is a diagnostic tool designed for the noninvasive detection of electrical activity in the heart. Mathematically, this imaging process can be modelled by an inverse problem for the coupled elliptic system with Cauchy data. For the bidomain model describing the electrical activity in the myocardium, we reconstruct the transmembrane potential on the heart surface from ECG recordings. The reconstruction process is split into two steps: firstly computing the electrical potential and current on heart surface from body surface recordings and then recovering the transmembrane potential on the heart surface. The first step is essentially a Cauchy problem for elliptic equation which is well-known to be severely ill-posed. We realize this step in terms of boundary integral system by a quasi-regularization scheme to deal with the ill-posedness. The second step is implemented by an integral equation of the second kind with nontrivial null space. We remove the non-uniqueness and then provide a numerical scheme by the boundary element method for obtaining the transmembrane potential on the heart surface. The regularized solution from noisy measurement data is proven rigorously to be convergent to the exact solution as the measurement error in the body surface tends to zero. For solving the regularization system numerically, we established quadrature formulas for boundary potentials for 3-dimensional bio-tissue in terms of the concept of solid angles. The numerical realizations for different configurations are finally presented to show the validity of the proposed scheme.

### C. 口頭発表

1. (1) 2021 Jiangsu Province Conference on Computational Mathematics , Changzhou University, China, 2021.6.4-2021.6.6

## 博士課程学生 (Doctoral Course Students)

学振 DC1, DC2 : 日本学術振興会・特別研究員 DC

FMSP コース生 : 数物フロンティア・リーディング大学院プログラムコース生

### ☆ 3 年生 (Third Year)

#### 粟津 光 (AWAZU Hikaru)

##### A. 研究概要

主たる研究テーマは離散群の作用の amenability の、Banach 環論的な特徴づけである。

離散群  $G$  の上に、群の元による左移動で不変な有限加法的測度が存在するとき、 $G$  を amenable であるといい、この性質は様々な分野の言葉による特徴づけを持つ。特に、可積分関数空間  $\ell^1(G)$  上に convolution 積を入れてできる Banach 環を用いた特徴づけが存在する。

一方で、Anantharaman-Delaroche は 1987 年に amenability の概念を 離散群のコンパクト空間への作用にも拡張したが、作用の amenability にはこれまで Banach 環論的な特徴づけが知られていなかった。

筆者は、Nowak らによる 作用の amenability の bounded cohomology による定式化で用いられたある Banach 空間に着目して、これが Banach 環の構造を持つことを示し、この上の derivation がある条件のもとで inner となることを示した。これは (位相) 群の場合の Banach 環論的な定式化の類似となっている。

My main research area involves the characterization of amenable actions of groups through the use of Banach algebras that arise from them.

A discrete group  $G$  is said to be amenable if  $G$  has a left-invariant mean in  $\ell^\infty(G)$ . The amenability of groups has various characterizations, especially through the Banach algebra  $\ell^1(G)$  with its convolutional product.

On the other hand, Anantharaman-Delaroche proposed the amenability of actions of groups on compact spaces in 1987 as an extension of the concept for groups alone. However, there

has been no characterizations of amenable actions using Banach algebras to date.

We investigate certain Banach space arising from group actions suggested by Nowak et al, used to characterize amenable actions in the words of bounded cohomologies of groups.

Currently, we proved this Banach spaces possesses the structure of a convolutional product and a Banach algebra, and that derivations on this algebra are inner under certain conditions. This result is analogous to the characterization of amenable (topological) groups using Banach algebras.

##### B. 発表論文

1. H.Awazu, On the permanence properties of residually exact groups, 東京大学数理科学研究科 修士論文 (2020)

##### C. 口頭発表

1.  $C^*$ -環のテンソル積と nuclear pair について, 2019 関数解析研究会, 伊勢市二見町公民館, 2019 年 9 月.
2. 群のウェッジ和とその表現, 2022 関数解析研究会, キャンパスプラザ京都, 2022 年 9 月.
3. Wedged products of graphs and groups, 2023 関数解析研究会, 京都工芸繊維大学, 2023 年 9 月.
4. Amenability と 群の bounded cohomology, 2024 第 20 回数学総合若手研究集会 ~数学の交叉点~, 北海道大学, 2024 年 3 月.

#### 井上 大輔 (INOUE Daisuke)

##### A. 研究概要

大規模な集団の制御問題に対する制御アルゴリズムの確立を目指している。特に、個々の制御対

象を Nash 均衡が達成されるように移動させる、平均場ゲームに興味を持っている。平均場ゲームは、集団分布の移動を記述する Fokker–Planck 方程式と、集団の最適な行動を記述する Hamilton–Jacobi–Bellman (HJB) 方程式の連立系として定式化される。大規模制御問題に平均場ゲームに応用するためには、実装容易かつ厳密解への収束性が保証される数値計算法を確立する必要がある。今年度は、以下のトピックに関して発表した：

- 平均場ゲームに対する差分法を用いた収束証明付き繰り返し計算スキームの提案 [発表論文 1, 口頭発表 1,2]
- 平均場ゲームを大規模集団の制御問題に適用する際の工学的問題に対する解決策の提案 [発表論文 2, 口頭発表 1,2]

また、未掲載のトピックとして下記の 2 件がある：

- HJB 方程式の数値計算スキームの収束解析 (査読中)
- モンテカルロ法とガウス過程回帰を組み合わせた線形偏微分方程式の数値計算法の提案 (投稿準備中)

今後、これらの査読対応を実施する予定である。

I aim to establish numerical algorithms for large-scale control problems. I am particularly interested in the mean-field games (MFGs), in which a population with cost functions moved to achieve a Nash equilibrium. The MFG is composed of a coupled system of the Fokker–Planck equation, which describes the movement of the distribution, and the Hamilton–Jacobi–Bellman (HJB) equation, which describes the optimal action of the population. To apply the MFGs to real-world control problems, it is necessary to establish a user-friendly numerical method, with a convergence guarantee. This year, I presented on the following topics:

- Proposal of an iterative finite difference scheme with convergence proof for MFGs [paper 1, oral presentations 1,2].
- Proposal for solutions for the problems in applying MFGs to control problems

of large populations [paper 2, oral presentation 1,2].

In addition, two topics have not yet been published as follows:

- Convergence analysis of numerical schemes for the HJB equation (under review)
- Proposal of a numerical scheme for linear PDEs combining Monte Carlo methods and Gaussian process regression (in preparation for submission)

Peer review responses to these projects will be carried out in the next year.

## B. 発表論文

1. D. Inoue, Y. Ito, T. Kashiwabara, N. Saito, and H. Yoshida, “A fictitious-play finite-difference method for linearly solvable mean field games,” *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis (ESAIM: M2AN)*, vol. 57, no. 4, Art. no. 4, Jul. 2023.
2. D. Inoue, Y. Ito, T. Kashiwabara, N. Saito, and H. Yoshida, “Partially Centralized Model-Predictive Mean Field Games for Controlling Multi-Agent Systems,” *IFAC Journal of Systems and Control*, vol. 24, p. 100217, 2023.

## C. 口頭発表

1. 井上 大輔, 伊藤 優司, 吉田 広顕, 柏原 崇人, 齊藤 宣一, 平均場ゲーム方程式に対する繰り返し差分法とマルチエージェント制御問題への応用, 京都大学 RIMS 研究集会「新時代における高性能科学技術計算法の探究」, 2023
2. 井上 大輔, 大規模マルチエージェントシステムの制御のための平均場モデルとその数値計算, 九州大学 IMI 研究集会「数値解析と機械学習の協同が拓く新時代の数理科学」, 2023

## 今井 湖都 (IMAI Koto)

### A. 研究概要

$K$  を等標数  $p > 0$  の局所体、 $L/K$  を  $K$  の有限次 Galois 拡大とする。

$L/K$  の分岐群の計算は、 $L/K$  が可換な場合については Brylinski によって 1983 年になされているが、非可換の場合については部分的な結果に留まっている。例えば、1998 年に Abrashkin によって  $K$  の極大  $p$  拡大の分岐群を、Galois 群の降中心列の  $p$  番目にあたる部分群で割った商群が計算され、Galois 群の生成元を用いて書き表された。私の研究の目標は、任意の有限次非可換  $p$  拡大の分岐群を計算する方法を確立することである。

修士論文では、Galois 群の構造を絞って分岐群を計算した。現在は、より一般の非可換の場合について、Abrashkin と私の修士論文の手法を組み合わせることで解決することを目指している。

Let  $K$  be a local field of equal characteristic  $p > 0$  and let  $L/K$  be a finite Galois extension of  $K$ .

The concrete calculation of the ramification filtration of  $L/K$  was given by Brylinski in 1983 in the cases where  $L/K$  is commutative. However, in the cases where the extension is non-commutative, it is only partially calculated. For example, the upper ramification groups were calculated by Abrashkin for the Galois group of the maximal  $p$ -extension of  $K$  modulo  $p$ -th term of lower central series of the Galois group, in terms of the generators of the Galois group. The aim of my research is to establish the method to calculate the filtration for any finite non-commutative  $p$ -extension of  $K$ .

In my master's thesis, I calculated the ramification filtration only for extensions whose Galois groups have some specific structure. I am presently trying to solve the general non-commutative case by combining Abrashkin's method with that of my master's thesis.

### B. 発表論文

1. K. Imai: "Ramification groups of some finite Galois extensions of maximal nilpotency class over local fields of positive characteristic", arXiv:2102.07928, (2021).

### C. 口頭発表

1. 正標数の局所体上の冪零度最大のある有限次 Galois 拡大の分岐群 Ramification groups of some finite Galois extensions of maximal nilpotency class over local fields of positive characteristic, 第 20 回広島仙台整数論集会, Zoom によるオンライン開催, 2021 年 7 月.
2. On ramification groups of non-commutative finite Galois extensions over local fields of positive characteristic, East Asian Core Doctoral Forum on Mathematics, 中国・復旦大学, 2024 年 1 月.

## 江藤 徳宏 (ETO Tokuhiko)

### A. 研究概要

本研究ではユークリッド空間  $\mathbb{R}^d$  ( $d \geq 2$ ) 内の厚さのない界面  $\Gamma(t)$  がその幾何学的な量に依存した法速度に従って時間発展する様子を記述する幾何学的発展方程式に対する数値スキームの提案及びその数学的な性質を解析する。[1] では、 $\mathbb{R}^2$  における 2 相 Mullins–Sekerka 流方程式に対する代用電荷法をベースとした数値計算手法を提案した。この中で、代用電荷法における第 2 特異点の位置、拘束点の数、時間刻み幅が、全離散スキームにより時間発展する多角形の辺の長さの合計の単調減少性（曲線短縮性）に寄与することを証明した。さらに多角形の形状に影響を与えない接速度を定義することで、面積保存性も高精度で担保することができた。当該数値計算プログラムは、複数の位相変化（千切れ、結合、消滅）が起きた後も実行が継続できるように実装した。[2] では、 $\mathbb{R}^2$  における多相 Mullins–Sekerka 流方程式に対する有限要素スキームを提案し、当該スキームに現れる連立方程式が可解であることと、無条件安定

であることを示した. さらにスキームを改良することで, 元の問題の古典解が満たす各相の体積保存の性質を全離散スキームが満足できるようにすることも証明した. この全離散スキームの正当性は複数の具体的な数値実験の結果により肯定的に支持された. [3] では,  $\mathbb{R}^d$  内の滑らかなコンテナ  $\Omega$  の中で平均曲率に従って運動する  $\Gamma(t)$  について, 界面の境界  $\partial\Gamma(t)$  とコンテナの境界  $\partial\Omega$  があらかじめ定められた角度関数  $\theta : \partial\Omega \rightarrow (0, \pi)$  で接触する条件を課した方程式の解を近似するスキーム (capillary Chambolle スキーム) を提案した. 2004 年に Chambolle によって提案されたエネルギー汎関数に接触角関数  $\beta := -\cos\theta$  に関する境界積分項を加えた  $E_h^\beta(u)$  を考察した. この結果,  $\beta$  の  $\partial\Omega$  における平均値が 0 である時, 提案されたスキームが Almgren–Taylor–Wang 型エネルギーの最小化元になることがわかった. また今後の数値計算も見据え, Capillary 汎関数  $C_\beta(u)$  の劣微分の特徴づけを行った. 提案されたエネルギー最小化問題の正当性を示すため,  $E_h^\beta(u)$  の  $\nabla u$  と  $u$  それぞれに関する第一変分から導出された Neumann 問題を有限差分法で解いて得られる離散関数と厳密解の運動の様子を比較し, スキームの妥当性を数値的にも示した. [4] では, [3] で提案した capillary Chambolle スキームの  $h \rightarrow 0$  における収束性を証明した. そのために Capillary Chambolle スキームで用いられる集合作用素  $T_h$  を 関数作用素  $S_h$  に翻訳し, Barles–Souganidis らの提案した手法により, 元の幾何学的発展方程式に対応する等高面方程式の境界問題の近似解を  $S_h$  を用いて構成した. この近似解が等高面方程式の粘性解へ収束することの証明に必要な  $S_h$  の生成作用素の評価においては, [3] で得られた  $C_\beta(u)$  の劣微分の特徴づけと,  $E_h^\beta(u)$  の最小化元の初期データについての同程度連続性が重要な役割を果たす.

In this research, we propose numerical schemes to compute geometric evolution equations which describes the motion of interfaces driven by its geometric features, and we discuss its properties. In [1], we proposed a numerical scheme based on the charge simulation method for the two-phase Mullins–Sekerka problem in

$\mathbb{R}^2$ . Therein, we proved that the position of the secondary singular points, the number of collocation points and the time step contribute the curve shortening property of the proposed fully discrete scheme. Moreover, using the uniformly distribute method, we defined tangential velocity at each vertex and were successful to approximately keep the area of the moving polygon. Incorporating heuristic surgery into the proposed scheme, we dealt with topological changes of a same phase during the evolution of the polygon, say pinching off, fusion and disappearance. In [2], we proposed a parametric finite element method for the multi-phase Mullins–Sekerka problem in  $\mathbb{R}^2$  and showed solvability of a linear system and unconditional stability of the proposed scheme. We also showed that the proposed scheme can be arranged so that the area of each phase is kept in discrete level. We justified the proposed scheme through several numerical experiments. In [3], we proposed a minimizing movement scheme for the mean curvature flow with prescribed contact angle condition in a smooth bounded domain  $\Omega \subset \mathbb{R}^d$  ( $d \geq 2$ ) based on Chambolle’s scheme. To this end, we considered an energy functional  $E_h^\beta(u)$  with an additional boundary integral term related to  $\beta = -\cos\theta$  and the contact angle  $\theta$ . We proved that the proposed scheme yields a minimizer of the Almgren–Taylor–Wang type energy if the mean value of  $\beta$  equals zero. Moreover, we characterized the subdifferential of the capillary functional  $C_\beta(u)$  for forthcoming numerical computation. To show feasibility of the proposed scheme, we computed the first variation of  $E_h^\beta(u)$  with respect to  $\nabla u$  and  $u$  separately and obtained a Neumann boundary problem. We solved this problem using the finite difference method. The numerical results were consistent with well-known behavior of evolving curves under the curve shortening law. In [4], we focused on showing the convergence result of the minimizing movement scheme which

was proposed in [3]. To this end, we translated the capillary Chambolle scheme  $T_h$  into a function operator  $S_h$  and constructed an approximate solution to the corresponding level-set flow equation using this  $S_h$ . To show the convergence of the approximate solution to the unique viscosity solution of the level-set flow equation, it was necessary to derive the generator of  $S_h$ . For estimation of the generator of  $S_h$ , the characterization of  $C_\beta(u)$  and the equi-continuity of the minimizer of  $E_h^\beta(u)$  with respect to data played an important role.

#### B. 発表論文

1. T. Eto : “A Rapid Numerical Method for the Mullins – Sekerka Flow with Application to Contact Angle Problems.”, *J. Sci. Comput*, **98**, 63 (2024).
2. T. Eto, H. Garcke and R. Nürnberg : “A structure-preserving finite element method for the multi-phase Mullins – Sekerka problem with triple junctions.”, *arXiv:2309.11948* (2023).
3. T. Eto and Y. Giga : “On a minimizing movement scheme for mean curvature flow with prescribed contact angle in a curved domain and its computation.”, *Annali di Matematica Pura ed Applicata* (2023).
4. T. Eto and Y. Giga : “A convergence result for a minimizing movement scheme for mean curvature flow with prescribed contact angle in a curved domain.”, *arXiv:2402.16180* (2024).

#### C. 口頭発表

1. T. Eto, Y. Giga, Minimizing movement for mean curvature flow with prescribed contact angle in curved domain, *International Council for Industrial and Applied Mathematics 2023*, Waseda University, Poster session, 20–25th Aug 2023.
2. T. Eto, Y. Giga, On a minimizing movement scheme for mean curvature flow with prescribed contact angle in a curved

domain and its computation, 日本数学会 2023 年度秋季総合分科会, 東北大学, 2023 年 9 月 20–23 日.

3. 江藤 徳宏, 深層学習による界面発展方程式の数値計算について, 数値解析と機械学習の協同が拓く新時代の数理科学, 九州大学, 2023 年 11 月 2–3 日.
4. T. Eto, Y. Giga, On a minimizing movement scheme for mean curvature flow with prescribed contact angle condition in a curved domain, 第 25 回北東数学解析研究会, ポスターセッション, 北海道大学, 2024 年 2 月 19–20 日.
5. T. Eto, H. Garcke, R. Nürnberg, A structure-preserving finite element method for the multi-phase Mullins–Sekerka problem with triple junctions, 日本数学会 2023 年度年会, 大阪公立大学, 2024 年 3 月 17–20 日.

#### 及川 瑞稀 (OIKAWA Mizuki)

(学振 DC2)

##### A. 研究概要

私は組紐テンソル圏の群同変な一般化について研究している。昨年度の研究では、Rehren による  $\alpha$ -誘導 Q-システムの構成の同変一般化を純代数的な設定で行ったが、Rehren の構成の重要な特徴であるモジュラー不変性が何かしらの意味で同変な設定に一般化されるかどうかは不明だった。そこで今年度の研究では、昨年度の研究で得られた Frobenius 代数に誘導 (induction) という操作を行うことで、共形ネットの固定点理論のモジュラー不変量が得られる可能性を示し、この戦略が上手くいくことの同値条件を定式化した。この結果については論文 1 を参照されたい。

また、昨年度の研究で、同変  $\alpha$ -誘導の研究に関連して、Bernaschini–Galindo–Mombelli および Sheikh による、テンソル圏に群作用があるときに定義できる Drinfeld 中心の同変版を扱ったが、たとえば代数的場の量子論における捻れ表現の圏は、群  $G$  の作用に加えてそれと整合する  $G$ -次数付け (grading) を持つ Turaev の意味での「 $G$ -接合 (crossed) テンソル圏」になっており、この

クラスのテンソル圏に対する中心の構成があるべきだと考えた。そこで今年度の研究では、同変 Drinfeld 中心と Turaev–Virelizier の次数中心 (graded center) の構成を同時に一般化することにより、接合テンソル圏の接合中心 (crossed center) を定義した。さらに、 $G$ -接合テンソル圏の接合中心は整合した  $G \times G$ -作用および  $G \times G$ -次数を持つが、この  $G \times G$ -作用は通常の意味ではテンソル積を保たず、 $G$ -接合中心は Natale の意味での「 $(G \times G, G \times G)$ -接合テンソル圏」になっていることを示した。これらの結果については論文 2 を参照されたい。

I am studying a group-equivariant version of braided tensor categories. In the last fiscal year, I gave an equivariant generalization of Rehren’s construction of  $\alpha$ -induction Q-systems in a purely algebraic setting, but it was unclear whether modular invariance, which is an important feature of Rehren’s construction, can be generalized to the equivariant setting in some sense. Then, in this fiscal year, I showed the possibility that we can obtain modular invariants by “inducing” the Frobenius algebras obtained by the research in the last fiscal year and formulated an equivalent condition under which this strategy indeed works. For this result, see article 1.

Also, in the last fiscal year, I treated the equivariant version of the Drinfeld center construction by Bernaschini–Galindo–Mombelli and Sheikh, which is related to my research on equivariant  $\alpha$ -induction, but I realized that there should be the center construction for the class of tensor categories with an action of a group  $G$  and a compatible  $G$ -grading (“ $G$ -crossed” tensor categories in the sense of Turaev) since this class includes, for example, the categories of twisted representations that appear in algebraic quantum field theory. Then, in this fiscal year, I defied the notion of the “crossed center” of a crossed tensor category by simultaneously generalizing the equivariant Drinfeld center construction

and the graded center construction by Turaev–Virelizier. Moreover, I proved that the crossed center of a  $G$ -crossed tensor category has a  $G \times G$ -action and a compatible  $G \times G$ -grading but this  $G \times G$ -action does not preserve tensor products in the ordinary sense. Instead, the crossed center becomes a “ $(G \times G, G \times G)$ -crossed tensor category” in the sense of Natale. For these results, see article 2.

## B. 発表論文

1. M. Oikawa: “Frobenius algebras associated with the  $\alpha$ -induction for equivariantly braided tensor categories”, *Ann. Henri Poincaré* (2024).
2. M. Oikawa: “Center construction and Morita theory for crossed tensor categories”, in preparation.

## C. 口頭発表

1. On equivariantly braided tensor categories, 第 6 回数理新人セミナー, 九州大学, 2023 年 2 月.
2. On equivariantly braided tensor categories, 第 19 回数学総合若手研究集会, 北海道大学, 2023 年 3 月.
3. New center construction and  $\alpha$ -induction for equivariantly braided tensor categories. Operator algebra seminar, ローマ Tor Vergata 大学 (イタリア), 2023 年 3 月.
4. Frobenius algebras associated with the  $\alpha$ -induction for equivariantly braided tensor categories. iTHEMS math seminar, 理化学研究所, 2023 年 4 月.
5. Group actions on bimodules and equivariant  $\alpha$ -induction. 東大作用素環セミナー, 東京大学, 2023 年 5 月.
6. New center construction and  $\alpha$ -induction for equivariantly braided tensor categories. OAS Follow on: Operator Algebras: Subfactors and Applications, Isaac Newton Institute (英国), 2023 年 6 月. ポスター発表.
7. New center construction for tensor cate-

gories with group actions. 京都作用素環セミナー, 京都大学数理解析研究所, 2023年7月.

8. An introduction to tensor categories. 2023年度関数解析研究会, 京都工芸繊維大学, 2023年9月.
9. Center construction for tensor categories with group actions. 2023作用素論・作用素環論研究集会, 九州大学, 2023年11月.
10. Center construction for tensor categories with group actions. East Asian Core Doctoral Forum on Mathematics, 復旦大学(中国), 2024年1月.

齋藤 勇太 (SAITO Yuta)

(学振 DC2)

(FMSP 生)

#### A. 研究概要

ガロア表現は代数多様体のエタールコホモロジーなどに自然に現れる, 数論における重要な研究対象であるが, この複雑な構造を持つガロア表現を調べる道具の一つとして  $(\varphi, \Gamma)$  加群がある. これに関して, 近年円分的  $(\varphi, \Gamma)$  加群のモジュライスタックの構成が [EG23] で行われ, これを受けて [EGH] にて圏論的  $p$  進ラングランズ対応の議論が展開された. 円分的  $(\varphi, \Gamma)$  加群のモジュライスタックは既存のガロア表現のモジュライ理論である変形環の理論の一般化になっており,  $\text{mod } p$  のガロア表現を固定しないグローバルなガロア表現のモジュライ理論となっている. そして, 最近では志村多様体などを用いて幾何的なラングランズ対応の研究が行われているが, この近年構成された円分的  $(\varphi, \Gamma)$  加群のモジュライスタックを用いることで圏論的な視点からのラングランズ対応の研究が新たに展開され始めているということだ.

さて, 円分的  $(\varphi, \Gamma)$  加群は  $\mathbf{Q}_p$  上のガロア理論を調べるために非常に有用な道具であるが, より一般の  $\mathbf{Q}_p$  の有限次拡大である局所体  $F$  上のガロア表現を調べるためには別種の  $(\varphi, \Gamma)$  加群の理論が必要であると目されており, そのようなものの一つに Lubin–Tate  $(\varphi, \Gamma)$  加群がある. これは円分拡大の代わりに類体論で重要な役割を持つ Lubin–Tate 拡大を用いて構成されるような

$(\varphi, \Gamma)$  加群である. Lubin–Tate  $(\varphi, \Gamma)$  加群のモジュライスタックは, バナッハな場合については Dat Pham 氏により構成されているが, 解析的なロバ環上の  $(\varphi, \Gamma)$  加群のモジュライスタックに関してはまだ構成されておらず, 最近はこれに関して研究を行っている.

#### 参考文献

- [EG23] M. Emerton, T. Gee, *Moduli Stacks of Étale  $(\varphi, \Gamma)$ -Modules and the Existence of Crystalline Lifts*, Annals of Mathematics Studies, Vol.215, Princeton University Press, 2023.
- [EGH] M. Emerton, T. Gee, and E. Hellmann, *An introduction to the categorical  $p$ -adic Langlands program*, Notes from the I. H. E. S. Summer School on the Langlands program, 2022.

Galois representations are an important research object in number theory, appearing naturally in the étale cohomology of algebraic varieties, etc. One of the tools to study Galois representations, which have complex structures, is the  $(\varphi, \Gamma)$ -modules. Recently, a moduli stack of circular  $(\varphi, \Gamma)$ -modules has been constructed in [EG23]. This led to the discussion of the categorical  $p$ -adic Langlands correspondence in [EGH]. The moduli stack of circular  $(\varphi, \Gamma)$ -modules is a generalization of the existing moduli theory of Galois representations, the theory of deformation rings, and is a moduli theory of global Galois representations without fixing the Galois representations of  $\text{mod } p$ . As a result, while geometric Langlands correspondences have been studied using Shimura manifolds and so on, this moduli stack has started to develop a new study of Langlands correspondences from a categorical viewpoint.

Now, the circular  $(\varphi, \Gamma)$ -modules are a very useful tool to study Galois theory on  $\mathbf{Q}_p$ , but to study Galois representations on a more general local field  $F$  which is a finite extension of  $\mathbf{Q}_p$ , a different kind of  $(\varphi, \Gamma)$ -modules is

needed. One such is the theory of Lubin–Tate  $(\varphi, \Gamma)$ -modules. These are  $(\varphi, \Gamma)$ -modules that are constructed by using the Lubin–Tate extension, which plays an important role in class field theory, instead of the circular extension. The moduli stack of Lubin–Tate  $(\varphi, \Gamma)$ -modules has been constructed by Dat Pham for the Banach case, but for the analytic case, i.e., the moduli stack of  $(\varphi, \Gamma)$ -modules over Robba ring has not been constructed yet. We have been working on this recently.

#### B. 発表論文

1. Y. Saito, *Overconvergent Lubin–Tate  $(\varphi, \Gamma)$ -modules for different uniformizers*, Int. J. Number Theory 19 (2023), 1553–1562.

#### C. 口頭発表

1. Overconvergent Lubin–Tate  $(\varphi, \Gamma)$ -modules for different uniformizers, 代数学コロキウム, 2021年1月.

### 島田 了輔 (SHIMADA Ryosuke)

(学振 DC1)

(WINGS-FMSP

コース生)

#### A. 研究概要

アファイン Deligne-Lusztig 多様体は古典的 Deligne-Lusztig 多様体の局所体類似である。有限簡約代数群の表現論において古典的 Deligne-Lusztig 多様体が決定的な役割を果たしていることを鑑みると、アファイン Deligne-Lusztig 多様体も  $p$  進群の表現論において重要な役割を果たすことが期待される。またアファイン Deligne-Lusztig 多様体は Rapoport-Zink 空間の底空間であると見做せ、よって志村多様体とも密接に結びついている。これらの理由によりアファイン Deligne-Lusztig 多様体は興味を持たれ研究されてきた。そしてその結果は上述した文脈において多数の応用を持つ。このアファイン Deligne-Lusztig 多様体について (i) それが単純な幾何構造を持つ場合についての研究と (ii) その既約成分を結晶基底から構成する方法についての研究を

行った。

The affine Deligne-Lusztig variety is a  $p$ -adic analogue of the classical Deligne-Lusztig variety. Since the classical Deligne-Lusztig variety plays a crucial role in the representation theory of finite reductive groups, it is natural to expect that the affine Deligne-Lusztig variety plays an important role in the representation theory of  $p$ -adic groups. Moreover, affine Deligne-Lusztig varieties are underlying spaces of Rapoport-Zink spaces and hence related to Shimura varieties. For these motivations, affine Deligne-Lusztig varieties have been studied by many people, and the results have numerous applications towards  $p$ -adic representation theory and the study of Shimura varieties. I studied (i) the cases where the affine Deligne-Lusztig variety admits a simple description and (ii) the way of constructing irreducible components of them from crystal bases.

#### B. 発表論文

1. R. Shimada and T. Takamatsu, On the supersingular locus of the Siegel modular variety of genus 3 or 4, 2024, arXiv:2403.19505.
2. R. Shimada, Basic Loci of positive Coxeter type for  $GL_n$ , 2024, arXiv:2402.13216.
3. F. Schremmer, R. Shimada and Q. Yu, On affine Weyl group elements of positive Coxeter type, 2023, arXiv:2312.02630.
4. R. Shimada, ピンホールモデルにおける再構成問題と箆多様体, 数理科学実践研究レター 2023, LMSR 2023-13.
5. R. Shimada, The Ekedahl-Oort stratification and the semi-module stratification, 2023, arXiv:2309.03371.
6. R. Shimada, Semi-modules and crystal bases via affine Deligne-Lusztig varieties, Adv. Math. 441(2024), Paper no. 109565.
7. R. Shimada, On some simple geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties for  $GL_n$ , Manuscripta Math.

173(2024), no.3-4, 977-1001.

8. R. Shimada, Geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties for  $GL_3$ , J. Algebra 623(2023), 86-126.

### C. 口頭発表

1. Beyond the cases of Coxeter type, Mathematical Society of Japan Spring Meeting 2024, Osaka Metropolitan University, March 18, 2024.
2. Beyond the cases of Coxeter type, Mitagsseminar zur Arithmetik, the University of Münster, November 7, 2023.
3. Beyond the cases of Coxeter type, Research Training Group Seminar, the University of Duisburg-Essen, October 26, 2023.
4. Crystal bases and affine Deligne-Lusztig varieties, 22th Hiroshima-Sendai Workshop on Number Theory, Hiroshima University, July 14, 2023.
5. Crystal bases and affine Deligne-Lusztig varieties, Algebraic Lie Theory and Representation Theory 2023, Tokyo Institute of Technology, May 14, 2023.
6. Semi-modules and crystal bases via affine Deligne-Lusztig varieties, the 19th Mathematics Conference for Young Researchers, Hokkaido University, March 7, 2023.
7. Semi-modules and crystal bases via affine Deligne-Lusztig varieties, Berkeley Number Theory Colloquium, University of California, Berkeley, February 15, 2023.
8. Semi-modules and crystal bases via affine Deligne-Lusztig varieties, Lie Groups and Representation Theory Seminar, University of Maryland, November 16, 2022.
9. Semi-modules and crystal bases via affine Deligne-Lusztig varieties, GAUS-Seminar, Technischen Universität Darmstadt, October 20, 2022.
10. Semi-modules and crystal bases via

affine Deligne-Lusztig varieties, Number Theory Seminar, Hokkaido University, September 21, 2022.

11. On some simple geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties for  $GL_n$ , Mathematical Society of Japan Autumn Meeting 2022, Hokkaido University, September 15, 2022.
12. On some simple geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties for  $GL_n$ , Number Theory Seminar, Kyoto University, May 27, 2022.
13. Geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties for  $GL_3$ , Mathematical Society of Japan Spring Meeting 2022, Saitama University(online), March 31, 2022.
14. Geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties, the 18th Mathematics Conference for Young Researchers, Hokkaido University (online), March 3, 2022.
15. Geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties for  $GL_3$ , 20th Hiroshima-Sendai Workshop on Number Theory, Hiroshima University (online), July 13, 2021.
16. Geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties for  $GL_3$ , Number Theory Seminar, the University of Tokyo (online), May 26, 2021.

### E. 修士・博士論文

1. (博士論文)  $GL_n$  のアファイン Deligne-Lusztig 多様体の幾何構造

### G. 受賞

ユリウス・シュプリンガー奨学金、シュプリンガー・ネイチャー・グループ。  
研究科長賞 (修士課程)、東京大学大学院数理学研究科、2021年3月。  
研究科長賞 (博士課程)、東京大学大学院数理学研究科、2024年3月。

## 高野 暁弘 (TAKANO Akihiro)

### A. 研究概要

近年, Jones は Thompson 群  $F$  のユニタリ表現に関する研究を行い, その過程で  $F$  の元から結び目や絡み目を構成する方法を導入した. これは,  $F$  から結び目や絡み目全体の集合への写像を定義したとも解釈できる. Jones は, この写像が全射であることを示した. この事実は, 結び目理論と組み紐群との関係にちなんで, Alexander の定理と呼ばれる. 私は, この写像を  $F$  の部分群に制限したときの性質について研究を行った. Thompson 群  $F$  は, 閉区間  $[0, 1]$  上の自己同相群の部分群として定義される. そこで, 私は, 特に  $[0, 1]$  内のある実数を固定する元からなる部分群に注目して, Jones の写像の性質を調べた. これは, 児玉悠弥氏 (東京都立大) との共同研究である.

Recently, Jones researched unitary representations of Thompson's group  $F$ , and in this process, he introduced a method of constructing knots and links from elements of  $F$ . This is interpreted as defining a map from  $F$  to the set of all knots and links. Jones showed that this map is surjective. This fact is called Alexander's theorem, inspired by the relationship between knot theory and the braid group. I studied the properties of this map when restricted to subgroups of  $F$ . Thompson's group  $F$  is defined as a subgroup of the homeomorphism group of the closed interval  $[0, 1]$ . Therefore, I investigated the properties of Jones' map, focusing particularly on the subgroups consisting of elements fixing a certain real numbers in  $[0, 1]$ . This is joint work with Yuya Kodama (Tokyo Metropolitan University).

### B. 発表論文

1. Akihiro Takano: "Studies on knot theory using braid groups and Thompson's group", 東京大学博士論文 (2024).
2. Yuya Kodama and Akihiro Takano: "Virtual Thompson's group", accepted for publication in J. Math. Soc. Japan,

arXiv:2210.15990.

3. Akihiro Takano: "The Long-Moody construction and twisted Alexander invariants", Comm. Algebra, Published online, arXiv:2111.12303.
4. Yuya Kodama and Akihiro Takano: "The 3-colorable subgroup of Thompson's group and tricolorability of links", J. Algebra, Vol. 634 (2023), 336-344.
5. Arthur Soulié and Akihiro Takano: "Extensions of Tong-Yang-Ma representation", Topology Appl. 325 (2023), 108393.
6. Akihiro Takano: "Twisted Alexander invariants for the braid group associated with the Tong-Yang-Ma representation", J. Knot Theory Ramifications 31, No. 10 (2022), 2250065.
7. Akihiro Takano: "Studies on the Tong-Yang-Ma representation —Twisted Alexander invariants and extensions of the representation—", 東京大学修士論文 (2021).
8. Yuya Kodama and Akihiro Takano: "Alexander's theorem for stabilizer subgroups of Thompson's group", arXiv:2306.13398.
9. Yuya Kodama and Akihiro Takano: "The  $p$ -colorable subgroup of Thompson's group", arXiv:2302.10060.

### C. 口頭発表

1. The  $p$ -colorable subgroup of Thompson's group  $F$ , The 19th East Asian Conference on Geometric Topology, 京都大学数理解析研究所, 日本, 2024 年 2 月
2. Stabilizer subgroups of Thompson's group  $F$  in Thompson knot theory, トポロジー火曜セミナー, 東京大学, 2024 年 1 月
3. Thompson 群  $F$  の固定部分群に対する Alexander の定理, 第 7 回幾何学的群論ワークショップ, 新潟ユニゾンプラザ, 2023 年 11 月

4. The  $p$ -colorable subgroup of Thompson's group  $F$ , 佐賀創発数理セミナー, 佐賀大学, 2023 年 10 月
5. The  $p$ -colorable subgroup of Thompson's group  $F$ , 日本数学会 2023 年度秋季総合分科会, 東北大学, 2023 年 9 月
6. Alexander's theorem for stabilizer subgroups of Thompson's group, 拡大 KOOK セミナー 2023, 大阪公立大学文化交流センター (ハイブリッド), 2023 年 8 月
7. Alexander's theorem for stabilizer subgroups of Thompson's group  $F$ , The 14th MSJ-SI: New Aspects of Teichmüller theory, 東京大学 (ハイブリッド), 2023 年 7 月【ポスター発表】
8. The  $p$ -colorable subgroup of Thompson's group  $F$ , 東京都立大学・幾何学セミナー, 2023 年 7 月
9. Thompson knot theory における 2 つの " $p$  彩色可能性" (児玉悠弥氏 (都立大) との共同講演), 東京女子大学トポロジーセミナー (ハイブリッド), 2023 年 4 月

## 山口 樹 (YAMAGUCHI Tatsuki)

(学振 DC2)

### A. 研究概要

双有理幾何学は代数多様体を双有理同値によって分類する分野である。双有理幾何学において重要な特異点のクラスに川又対数的末端特異点や対数的標準特異点などがある。正標数では一部の消滅定理が成立せず、また特異点解消の存在が示されていないため、標数 0 と同じ手法を用いることが出来ない。この場合、フロベニウス写像を用いて定義される  $F$  特異点論が有用である。 $F$  特異点論では、 $F$  正則特異点や  $F$  純特異点などが重要なクラスである。標数 0 の問題を正標数に帰着する手法としては正標数還元が一般的である。しかし、環の射の純性などは正標数還元によって保たれない。そこで別の手法として超準解析に着目した。Schoutens は超準的な手法を可換環論に応用し、代数多様体の特異点を研究した。私は彼の手法を拡張し、乗数イデアルの超準

的な記述を与え、等標数 0 におけるある種の巨大 Cohen-Macaulay 代数を用いて定義した BCM 判定イデアルが乗数イデアルと一致することを示した。本年度の研究では上の結果を随伴イデアルの場合および稠密  $F$  純型特異点の場合に拡張した。この応用として、正規多様体  $X$ , 素因子  $D$  と  $D$  を成分に持たない有効  $\mathbb{Q}$  因子  $\Delta$  からなるペア  $(X, D + \Delta)$  の  $D$  に沿った純対数的末端特異性が純な射の下で降下すること及び  $\mathbb{Q}$ -Gorenstein 局所環の稠密  $F$ -純性が純な射の下で降下することを示した。Birational geometry is a field in

which the goal is to classify varieties under birational equivalence. In the theory, Kawamata log terminal singularities and log canonical singularities are important classes of singularities. In positive characteristic, since some vanishing theorems fail and existence of resolutions of singularities is not proven, we cannot use the same technique as in characteristic zero. Here, the theory of  $F$ -singularities defined in terms of the Frobenius morphism is useful, where  $F$ -regular singularities and  $F$ -pure singularities are important classes. Reduction modulo  $p > 0$  is often used to reduce problems in characteristic zero to ones in positive characteristic. However, for example, purity of ring homomorphisms is not preserved under reduction modulo  $p > 0$ . Hence, I focused on ultraproducts instead of reduction modulo  $p > 0$ . Schoutens utilize ultraproducts in commutative algebra to study singularities of varieties. I extended his result, i.e., I gave a non-standard description of multiplier ideals and showed that BCM test ideals with respect to some big Cohen-Macaulay algebras in equal characteristic zero coincide with multiplier ideals. This year, I extended this result to the case of adjoint ideals and singularities of dense  $F$ -pure type. As an application, I showed that pure log terminality of a pair  $(X, \Delta)$ , consisted of a normal variety  $X$ , a prime divisor  $D$  and an effective  $\mathbb{Q}$ -divisor  $\Delta$  whose components are not equal to  $D$ , descends under pure morphisms and dense  $F$ -purity of  $\mathbb{Q}$ -Gorenstein

local rings also descends under pure morphisms.

## B. 発表論文

1. S. Takagi and T. Yamaguchi: “On the behavior of adjoint ideals under pure morphisms”, preprint (2023), arXiv:2312.17537.
2. T. Yamaguchi: “A characterization of multiplier ideals via ultraproducts”, Manuscripta Math. **172** (2023) 1153–1168.
3. T. Yamaguchi: “Big Cohen-Macaulay test ideals in equal characteristic zero via ultraproducts”, Nagoya Math. J. **251** (2023) 549–575.
4. T. Yamaguchi: “ $F$ -pure and  $F$ -injective singularities in equal characteristic zero”, preprint (2023), arXiv:2312.14508.

## C. 口頭発表

1. Multiplier ideals via ultraproducts, 東京大学代数幾何学セミナー, オンライン, 2021年5月
2. Big Cohen-Macaulay test ideals in equal characteristic zero via Ultraproducts, 日本大学特異点セミナー, オンライン, 2022年9月
3. Big Cohen-Macaulay test ideals in characteristic zero via ultraproducts, 城崎代数幾何学シンポジウム, オンライン, 2022年10月
4. Big Cohen – Macaulay test ideals in equal characteristic zero via ultraproducts, 第43回可換環論シンポジウム, 大阪大学, 2022年11月
5. Big Cohen – Macaulay test ideals in equal characteristic zero via ultraproducts, 日本数学会2023年度年会, 中央大学, 2023年3月
6. 超準的手法を用いた標数0での $F$ -純特異点について, 第34回可換環論セミナー, 北見工業大学, 2023年7月
7. BCM-特異点, 第18回可換環論サマースクール, 東京工業大学, 2023年8月
8. Pure subrings of singularities of dense

$F$ -pure type, Pudue Algebraic Geometry Seminar, アメリカ, 2023年10月

9.  $F$ -injective singularities in equal characteristic zero, 東京可換環論セミナー, オンライン, 2023年10月
10.  $F$ -pure singularities in equal characteristic zero, 第44回可換環論シンポジウム, レクトーレ葉山, 2023年11月

## 李 公彦 (LI Kimihiko)

(学振 DC2)  
(WINGS-FMSP  
コース生)

### A. 研究概要

自分が行っているのは主にプリズマティックコホモロジーについての研究である。これは自分が専攻としている数論幾何学のうち、 $p$ 進的理論についての研究である。プリズマティックコホモロジーは2019年で Bhatt-Scholze により新たな  $p$ 進コホモロジーとして構成され、種々の  $p$ 進コホモロジーとの比較同型が成り立つことにより多くの  $p$ 進的理論が統一された。また、プリズマティックの概念を用いてクリスタリンコホモロジーの  $q$ 類似を構成することができ、これとプリズマティックの間にも比較同型が成り立っている。これにより、プリズマティックコホモロジーを中心に調べることで今までの種々なコホモロジー理論の性質や関連性についての洞察が得られることになる。一方、通常のクリスタリンコホモロジーにおいて、一般的な代数多様体に対しては、対数的構造や高レベル構造等を考える必要がある。プリズマティックコホモロジーの対数化は越川によりすでに構成されている。 $p$ 進コホモロジーについては、“位相空間”としてサイトがあり、その上でクリスタルと呼ばれる理想的な性質を持つ加群の層、もしくはクリスタルをより一般化した概念についての計算が行なわれることが多いが、Berthelot は高レベルクリスタリンサイトとレベル0 (つまり通常の) クリスタリンサイト上のクリスタルの圏が同値という、Frobenius descent と呼ばれる結果を示した。また、代数多様体上のある種の  $p$ 進微分方程式系として収束アイソクリスタルがあり、 $p$ 進コホモロジー理論を

展開するための係数として重要な役割を持つ。これは高レベルクリスタリンサイト上のアイソクリスタルのレベルを動かしたときの共通部分とも思える。

自分は修士論文において高レベルのプリズマティックおよび  $q$ -クリスタリンサイトを新たに構成し、Frobenius descent の類似が高レベルのサイトについても成り立つことを示した。また、プリズマティックと  $q$ -クリスタリンコホモロジーとの関連性を高レベルの概念を用いて解釈し、レベル  $(m-1)$  の  $q$ -クリスタリンサイトとレベル  $m$  のプリズマティックサイト間にクリスタルの圏同値が成り立つことを示した。更に、 $q=1$  の場合レベル  $m$  の  $q$ -クリスタリンサイトとレベル  $m$  のクリスタリンサイトの間にクリスタルの圏同値が成り立つことを示した。

本年度では、高レベル  $q$ -クリスタリンコホモロジー論や、これを計算する具体的な複体についての研究成果を博士論文としてまとめた。通常のレベル  $m$  クリスタリンコホモロジーを計算する複体としては、Le Stum-Quirós によるジェット複体や、宮谷による高レベルド・ラーム複体があるが、自分は博士論文において、これらの複体の  $q$  類似を構成した。この構成のために、まず Berthelot による高レベル二項係数の  $q$  類似の理論を新たに整備し、 $m-q^{p^m}$ -クリスタリンサイトにおける重要な対象を、 $q^{p^m}$ -PD 包絡を用いて記述し、良い状況においては、 $m$ -PD 多項式代数の自然な  $q$  類似と一致することを証明した。これらの結果に基づき、高レベル  $q$ -ド・ラーム複体と  $q$ -ジェット複体を構成し、対応するポアンカレの補題を示すことにより、係数付き  $m-q^{p^m}$ -クリスタリンコホモロジーが計算される。これらの結果により、収束  $q$ -クリスタリンコホモロジー等新たな  $p$  進解析的な理論の展開が期待される。

My research is mainly focused on prismatic cohomology. It specializes in  $p$ -adic cohomology theory, which is the theory of the arithmetic geometry I major in. Prismatic cohomology was defined by Bhatt-Scholze in 2019, and comparison theorems with various  $p$ -adic cohomologies were shown, so it generalizes the  $p$ -adic cohomology theories. Moreover,  $q$ -crystalline

cohomology can be constructed by using prismatic cohomology, and there exists a comparison theorem between them. So it is important to mainly focus on prismatic cohomology. On the other hand, we need to consider log or higher level structure for crystalline cohomology in a general situation. Log prismatic cohomology was constructed by Koshikawa. We often compute  $p$ -adic cohomology by using a crystal on a site (corresponding to a sheaf of modules with good properties, on a ‘topological space’). Berthelot proved the equivalence between the category of crystals on the higher level crystalline site and that on the level-0 crystalline site (which coincides with the usual crystalline site), which is called the Frobenius descent. On the other hand, we can consider the convergent isocrystal as a kind of  $p$ -adic differential equation. The category of convergent isocrystals can be considered as the intersection of the categories of isocrystals on the higher level crystalline sites.

In my master’s thesis, I constructed the prismatic and  $q$ -crystalline sites of higher level, and proved the analogs of the Frobenius descent on these sites. I also showed the equivalence between the category of crystals on the level- $(m-1)$   $q$ -crystalline site and that on the level- $m$  prismatic site. Moreover, I proved the equivalence between the category of crystals on the level- $m$   $q$ -crystalline site and that on the level- $m$  crystalline site when  $q=1$ . This year, I developed the higher level  $q$ -crystalline cohomology theory, and gave two certain  $q$ -analogs of de Rham complexes that compute the cohomology of the higher-level  $q$ -crystalline site in my doctoral thesis. Le Stum-Quirós constructed a certain complex called the jet complex, and Miyatani constructed another complex called the higher de Rham complex, which both compute  $m$ -crystalline cohomology. In my doctoral thesis, I constructed the  $q$ -analogs of these complexes. I first defined the  $q$ -analog of the binomial coefficient of higher level, and constructed

an important object in  $m$ - $q^{p^m}$ -crystalline site by calculating a certain  $q^{p^m}$ -PD envelope. I also showed that in a certain situation, the underlying ring of this object coincides with a natural  $q$ -analog of  $m$ -PD polynomial algebra. These can be used to construct the higher  $q$ -de Rham complex and the  $q$ -jet complex. Finally, I showed the Poincaré lemma for these complexes, which states that these complexes compute  $m$ - $q^{p^m}$ -crystalline cohomology. It is expected that these results can be used to develop new  $p$ -adic analytic theory, for example convergent  $q$ -crystalline cohomology.

#### B. 発表論文

1. K. Li : “Prismatic and  $q$ -crystalline sites of higher level”, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova (2023).
2. K. Li : “ $q$ -de Rham complexes of higher level”, arXiv:2401.02057.

#### C. 口頭発表

1. Prismatic and  $q$ -crystalline sites of higher level, 第 20 回広島仙台整数論集会, 広島大学, 2021 年 7 月.
2. Prismatic and  $q$ -crystalline sites of higher level, 代数的整数論とその周辺 2021, 京都大学数理解析研究所, 2021 年 12 月.
3. Prismatic and  $q$ -crystalline sites of higher level, NCTS East Asia Core Doctoral Forum in Mathematics, National Center for Theoretical Sciences, National Taiwan University, Taiwan, 2023 年 1 月.

#### E. 修士・博士論文

1. (論文博士) 李 公彦 (LI Kimihiko): 高レベル  $q$ -ド・ラーム複体.

### 渡邊 祐太 (WATANABE Yuta)

#### A. 研究概要

複素多様体上の正則ベクトル束に関する特異 Hermite 計量の正値性について研究している。本年度は主に以下の結果を得た。

(1)(Yongpan Zou 氏との共同研究)  $f : X \rightarrow Y$

を複素射影多様体間の滑らかなファイブレーションとし,  $L \rightarrow X$  を nef かつ  $f$ -strongly big な正則直線束とする. このとき, 順像層  $f_*(K_{X/Y} \otimes L)$  が nef かつ  $L$ -big であることが Biswas-Laytimi-Nagaraj-Nahm の研究により知られている. ここでベクトル束  $E$  が  $L$ -big とは, その tautological bundle  $\mathcal{O}_{\mathbb{P}(E)}(1)$  が big のことをいい, より強い概念に  $V$ -big (Viehweg big) がある. また, 彼らは論文の最後に, 仮定の  $f$ -strongly big を big まで弱められるか? と予想していた. 我々はその予想を肯定的に解き, 実は  $f_*(K_{X/Y} \otimes L)$  は  $L$ -big より強く  $V$ -big となる事まで示した.

(2)  $\omega$  を compact Kähler な  $X$  上の Hermite 計量とする. 正則ベクトル束  $E \rightarrow X$  の特異 Hermite 計量に対して, Griffiths 正値性は多重劣調和性に帰着されることから良く知られている. 局所可積分関数に対し, 多重劣調和性より弱い正値性として  $\omega$ -劣調和性を導入し, これによって特徴付けられる正値性として  $\omega$ -trace 正値性を特異 Hermite 計量で定義した. この正値性は, 滑らかな場合は  $tr_{\omega} i\Theta_{E,h}$  の正値性と同値となる. 特徴付けとして, 特異 Hermite 計量が任意の Hermite 計量  $\omega$  に対して,  $\omega$ -trace 半正値となる事と Griffiths 半正値性が同値となるのを明らかにした. ここで, 準正値性とは  $X$  上で半正値であって, 少なくとも一点では正値となることを言う. 著者は  $E$  の特異な  $\omega$ -trace 準正値性から, 次の 0 次コホモロジー群の消滅  $H^0(X, (E^*)^{\otimes m}) = 0, H^0(X, \bigwedge^p E^*) = 0$  を得た ( $m \in \mathbb{N}, 1 \leq p \leq \text{rank } E$ ). これは既知の特異 Hermite 計量に対する Griffiths 消滅の可能な限りの拡張となる. また,  $T_X$  が特異な  $\omega$ -trace 準正値性を持つならば  $X$  が射影的で有理連結となる事を証明した.

I study the positivity of singular Hermitian metrics on holomorphic vector bundles over complex manifolds. This year, I mainly obtained the following results.

(1)(joint work with Yongpan Zou) Let  $f : X \rightarrow Y$  be a smooth fibration between complex projective manifolds and  $L \rightarrow X$  be a nef and  $f$ -strongly big holomorphic line bundle. In this case, it is known from the research of Biswas-

Laytimi-Nagaraj-Nahm that the direct image sheaf  $f_*(K_{X/Y} \otimes L)$  is nef and  $L$ -big. Here, a vector bundle  $E$  being  $L$ -big means that its tautological bundle  $\mathcal{O}_{\mathbb{P}(E)}(1)$  is big, and there exists a stronger concept called  $V$ -big (Viehweg big). Furthermore, they conjectured at the end of their paper whether the assumption of  $f$ -strongly big can be weakened to big. We have positively resolved this conjecture and, in fact, proved that the positivity of  $f_*(K_{X/Y} \otimes L)$  is stronger than  $L$ -big and becomes  $V$ -big.

(2) Let  $\omega$  be a Hermitian metric on a compact Kähler manifold  $X$ . It is well known that for singular Hermitian metrics on holomorphic vector bundles  $E \rightarrow X$ , the Griffiths positivity is often understood in terms of plurisubharmonicity. For locally integrable functions, I introduce the notion of  $\omega$ -subharmonicity as a weaker positivity than plurisubharmonicity, and define the  $\omega$ -trace positivity as the positivity characterized by it for singular Hermitian metrics. This positivity is equivalent to the positivity of  $\text{tr}_\omega i\Theta_{E,h}$  in the smooth case. As a characterization, I have clarified that for any Hermitian metric  $\omega$ , a singular Hermitian metric is  $\omega$ -trace semi-positive if and only if it satisfies Griffiths semi-positivity. Here, quasi-positive means semi-positive on  $X$ , and at least one point is positive. The author obtained the vanishing of 0-th cohomology groups  $H^0(X, (E^*)^{\otimes m}) = 0$ ,  $H^0(X, \bigwedge^p E^*) = 0$  for any  $m \in \mathbb{N}$  and any  $1 \leq p \leq \text{rank } E$  from the singular  $\omega$ -trace quasi-positivity of  $E$ . This is an extension of the known Griffiths vanishing for singular Hermitian metrics as much as possible. Furthermore, it was proven that if  $T_X$  has a singular Hermitian metric with  $\omega$ -trace quasi-positivity, then  $X$  is projective and rationally connected.

#### B. 発表論文

1. Y. Watanabe, *Cohomology on neighborhoods of non-pluriharmonic loci in pseudoconvex Kähler manifolds*, Kyushu J. Math. **74** (2021), no. 2, 323-349.

2. Y. Watanabe, *Curvature operator of holomorphic vector bundles and  $L^2$ -estimate condition for  $(n, q)$  and  $(p, n)$ -forms*, to appear in Tohoku Math J.
3. Y. Watanabe, *Bogomolov-Sommese type vanishing theorem for holomorphic vector bundles equipped with positive singular Hermitian metrics*, Math Z. **303** (2023), Paper No. 92, 23 pp.
4. Y. Watanabe, *Nakano-Nadel type, Bogomolov-Sommese type vanishing and singular dual Nakano semi-positivity*, to appear in Ann. Fac. Sci. Toulouse Math.
5. Y. Watanabe,  *$L^2$ -type Dolbeault isomorphisms and vanishing theorems for logarithmic sheaves twisted by multiplier ideal sheaves*, arXiv:2211.10077.
6. Y. Watanabe, *Dual Nakano positivity and singular Nakano positivity of direct image sheaves*, arXiv:2302.09398.
7. Y. Watanabe and Y. Zou, *On the direct image of the adjoint big and nef line bundles*, arXiv:2401.17684.
8. Y. Watanabe,  *$\omega$ -trace and Griffiths positivity for singular Hermitian metrics*. arXiv:2402.06658.

#### C. 口頭発表

1. Cohomology on neighborhoods of non-pluriharmonic loci in pseudoconvex Kähler manifolds, 第 55 回函数論サマーセミナー, オンライン開催, 2021 年 9 月.
2. Cohomology on neighborhoods of non-pluriharmonic loci in pseudoconvex Kähler manifolds, 2021 年度多変数関数論冬セミナー, オンライン開催, 2021 年 12 月.
3. 擬凸ケーラー多様体における非多重調和点集合の近傍上のコホモロジー, 日本数学会幾何学分科会, 2022 年 3 月.
4. Bogomolov-Sommese type vanishing theorem for holomorphic vector bundles equipped with positive singular Hermitian metrics, 第 56 回函数論サマーセミナー, 2022 年 9 月.

5. Bogomolov-Sommese type vanishing theorem for holomorphic vector bundles equipped with positive singular Hermitian metrics, 日本数学会 幾何学分科会, 2022 年 9 月.
6.  $L^2$ -type Dolbeault isomorphisms and vanishing theorems for logarithmic sheaves twisted by multiplier ideal sheaves, 日本数学会 函数論分科会, 2023 年 3 月.
7. Dual Nakano positivity and singular Nakano positivity of direct image sheaves, 第 59 回東北複素解析セミナー, 2023 年 4 月.
8. Positivity of singular Hermitian metrics and vanishing theorems, ワークショップ: 多変数函数論における擬凸性とその周辺, 2023 年 5 月.
9. Vanishing theorems involving multiplier ideal sheaves, HAYAMA Symposium on Complex Analysis in Several Variables XXIV, (short communications), 2023 年 7 月.
10. Vanishing theorems involving multiplier ideal sheaves, Young Mathematicians Workshop on Several Complex Variables 2023, 2023 年 8 月.
11. Dual Nakano positivity and singular Nakano positivity of direct image sheaves, 第 57 回函数論サマーセミナー, 2023 年 9 月.
12. Nakano-Nadel type, Bogomolov-Sommese type vanishing and singular dual Nakano semi-positivity, 第 66 回函数論シンポジウム, 2023 年 10 月.
13. Nakano-Nadel type, Bogomolov-Sommese type vanishing involving multiplier ideals, Workshop on Complex Geometry in Osaka 2024, 2024 年 3 月.

## PÉREZ-VALDÉS Víctor

### A. 研究概要

群  $G$  の表現  $(\Pi, V)$  と部分群  $G'$  の表現  $(\pi, W)$  が与えられたときに,  $(\Pi|_{G'}, V)$  から  $(\pi, W)$  への  $G'$  線型写像を**対称性破れ作用素 (symmetry breaking operator)** と言う. この対称性破れ作用素を構成することによって, 表現の制限  $\Pi|_{G'}$  (広い意味での分岐則の問題) を深く解明できることが期待される.

この対称性破れの作用素を幾何的な設定で考え, 微分作用素で書けるもの (**微分対称性破れ作用素**) を考えることができる. 具体的に, Lie 群  $G \supset G'$  がそれぞれ多様体  $X \supset Y$  に作用し,  $X, Y$  上のベクトル束  $\mathcal{V}, \mathcal{W}$  が与えられたときに, 次の問題が考えられる.

**問題 1:** 微分対称性破れ作用素  $D$  のなす空間を決定せよ

$$D : C^\infty(X, \mathcal{V}) \rightarrow C^\infty(Y, \mathcal{W})$$

多様体  $X = G/P \supset Y = G'/P'$  が旗多様体で, ベクトル束  $\mathcal{V}, \mathcal{W}$  がそれぞれ放物型部分群  $P, P'$  の有限次元表現に同伴するベクトル束の場合に, この微分対称性破れ作用素を構成する手法 (F-method) が 2013 年に小林俊行先生によって提起された. この手法は, 微分対称性破れの作用素を求めるという問題を, 一般化 Verma 加群に“代数的 Fourier 変換”を施すことによって, ある高階の偏微分方程式系を満たす多項式を決定するという問題に帰着させ, 後者を不変式論を援用して解くという方法である. 放物型部分群  $P$  の Lie 環の冪零根基が可換なとき, 現れる微分方程式系の主要項は 2 階偏微分方程式であることが証明できる.

この方針で私は  $(X, Y, G, G') = (S^3, S^2, SO_0(4, 1), SO_0(3, 1))$  の場合を考え,  $S^3$  上のランク  $2N + 1$  のベクトル束  $\mathcal{V} = \mathcal{V}_\lambda^{2N+1}$  と  $S^2$  上の直線束  $\mathcal{W} = \mathcal{L}_{m, \nu}$  に対して問題 1 の解決について研究している. 具体的に, 問題 1 は次の二つの問題に分けられる:

**問題 A:** 微分対称性破れ作用素のなす空間

$$\text{Diff}_{SO_0(3,1)} \left( C^\infty(S^3, \mathcal{V}_\lambda^{2N+1}), C^\infty(S^2, \mathcal{L}_{m, \nu}) \right)$$

が零にならないためのパラメータ  $(\lambda, \nu, N, m) \in \mathbb{C}^2 \times \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$  に対する必要十分条件を決定せよ. 具体的に, その次元を決定せよ.

**問題 B:** 上記の空間の生成元  $\mathbb{D}_{\lambda,\nu}^{N,m}$  を具体的に構成せよ.

上記の問題 A, B は  $N = m = 0$  の場合は共形幾何の観点による研究で, Juhl および小林-Ørsted-Somberg-Souček によって解決され,  $N = 1, m = 0$  の場合は小林-久保-Pevzner の結果から導かれる. 一方,  $N = 1, |m| \geq 1$  の場合は [B5] で解決した. 今年度は [B5] の結果を一般化し, 問題 A, B を  $N = 1, 2, 3, |m| > N$  の場合に完全に解決した. 一般の  $N \in \mathbb{N}$  に対して問題 A, B は未解決だが,  $|m| > N$  の場合にこれらの問題を解く方法を提案した.

具体的に F-method を適用することによって, 上記の問題 A, B は  $2N + 1$  個の未知の多項式に関する  $2(2N + 1)$  個の連立常微分方程式という過剰決定問題の解が存在するためのパラメータの決定問題および, その具体的な解を求めることに同値であることが証明できる. 過剰決定の常微分方程式系を明示的に解決する方法を一般の  $N \in \mathbb{N}$  に対して [B6] で紹介した.

Given representations  $(\Pi, V)$  of a Lie group  $G$  and  $(\pi, W)$  of a Lie subgroup  $G' \subset G$ , we say that a linear  $G'$ -homomorphism from  $(\Pi|_{G'}, V)$  to  $(\pi, W)$  is a **symmetry breaking operator**. Constructing these symmetry breaking operators may help us to understand better the behaviour of the restricted representation  $\Pi|_{G'}$  (abstract branching problems).

One way of thinking about these intertwining operators is in a geometric setting; namely, when we consider the ones that can be written as differential operators between manifolds (**differential symmetry breaking operators**). More concretely, suppose that two Lie groups  $G \supset G'$  act respectively on two manifolds  $X \supset Y$ , and let  $\mathcal{V}$  and  $\mathcal{W}$  be two equivariant vector bundles over  $X$  and  $Y$  respectively. Then, we can consider the following

**Problem 1:** Give a description of the space of the differential symmetry breaking operators:

$$D : C^\infty(X, \mathcal{V}) \rightarrow C^\infty(Y, \mathcal{W})$$

If the manifolds  $X = G/P \supset Y = G'/P'$  are flag varieties, and the vector bundles  $\mathcal{V}$  and  $\mathcal{W}$

are those associated to two finite dimensional representations of the parabolic subgroups  $P$  and  $P'$ , a method of constructing these differential symmetry breaking operators (called the F-method), was proposed in 2013 by Professor Toshiyuki Kobayashi.

Following this line, we considered the case  $(X, Y, G, G') = (S^3, S^2, SO_0(4, 1), SO_0(3, 1))$  and studied Problem 1 for a vector bundle  $\mathcal{V} = \mathcal{V}_\lambda^{2N+1}$  of rank  $2N + 1$  over  $S^3$ , and a line bundle  $\mathcal{W} = \mathcal{L}_{m,\nu}$  over  $S^2$ . Concretely, we divide Problem 1 into the following two problems:

**Problem A:** Give a necessary and sufficient condition on the parameters  $(\lambda, \nu, N, m) \in \mathbb{C}^2 \times \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$  such that the space of differential symmetry breaking operators

$$\text{Diff}_{SO_0(3,1)}(C^\infty(S^3, \mathcal{V}_\lambda^{2N+1}), C^\infty(S^2, \mathcal{L}_{m,\nu}))$$

is non-zero. In particular, find its dimension.

**Problem B:** Construct explicitly the generators  $\mathbb{D}_{\lambda,\nu}^{N,m}$  of the space above.

For  $N = m = 0$ , Problems A, B above were solved by Juhl and Kobayashi-Ørsted-Somberg-Souček from a conformal geometric point of view. For  $N = 1, m = 0$  the solution can be deduced from the results of Kobayashi-Kubo-Pevzner. On the other hand, the case  $N = 1, |m| \geq 1$  was done in [B5]. In this academic year, we generalized the results in [B5] and give a complete solution to Problems A and B for  $N = 1, 2, 3$  and  $|m| > N$ . For  $N \geq 4$ , the problems remain unsolved, but we proposed a strategy to solve them for  $|m| > N$ .

Concretely, by using the F-method, Problems A and B can be proved to be equivalent to the problems of, respectively, finding the conditions on the parameters that assure the existence of a solution, and constructing explicitly that solution of an overdetermined system of  $2(2N + 1)$  ordinary differential equations on  $2N + 1$  unknown polynomials. In [B6] we proposed a strategy to solve this overdetermined system for a general  $N \in \mathbb{N}$ .

## B. 発表論文

1. E. Martín-Peinador and V. Pérez Valdés: “A class of topological groups which do not admit normal compatible locally quasi-convex topologies”, *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Math. RACSAM*, Vol. 112, no. 3, (2018) pp. 867–876.
2. V. Pérez Valdés: “Normality and Duality on Topological Groups”, *京都大学数理解析研究所講究録 2139*, RIMS 共同研究 (公開型), 表現論とその周辺分野の進展 (研究代表者: 大島芳樹先生) (2019), pp. 100–112.
3. V. Pérez Valdés: “Construction of vector-valued differential symmetry breaking operators for the group  $SO(4, 1)$ ”, *東京大学大学院数理科学研究科修士論文* (2021 年度).
4. V. Pérez Valdés: “Construction of vector-valued differential symmetry breaking operators for the group  $SO(4, 1)$ ”, *表現論シンポジウム 2021 年度講演集* (世話人: 久保利久先生, 伊藤稔先生), pp. 123–136.
5. V. Pérez-Valdés: “Conformally covariant differential symmetry breaking operators for a vector bundle of rank 3 on  $S^3$ ”, *Internat. J. Math* 34 (2023) no. 12, Paper No. 2350072.
6. V. Pérez-Valdés: “Construction and classification of matrix-valued differential symmetry breaking operators from  $S^3$  to  $S^2$ ”, *東京大学大学院数理科学研究科博士論文* (2023 年度).

## C. 口頭発表

1. Introduction to the F-method due to T. Kobayashi and M. Pevzner, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis 2020” (organized by Toshiyuki Kobayashi), オンライン, 2020 年 8 月.
2. About the dimension of the conformal transformation group by S. Kobayashi, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis 2021” (organized by Toshiyuki Kobayashi), オンライン, 2021 年 8 月.
3. Construction of vector-valued differential symmetry breaking operators for the group  $SO(4, 1)$ , *表現論シンポジウム 2021 年度* (世話人: 久保利久先生, 伊藤稔先生), オンライン, 2021 年 11 月.
4. On the construction and classification of differential symmetry breaking operators, Seminar at Red de Doctorandos en Matemáticas (organized by Jesús Lorente and Eduardo Muñoz-Hernández), University Complutense of Madrid (Spain), June 2022.
5. Introduction to a residue formula for regular symmetry breaking operators by T. Kobayashi, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis 2022” (organized by Toshiyuki Kobayashi), オンライン, 2022 年 8 月.
6. Applying the F-method to construct and classify differential symmetry breaking operators, Seminar of the Department of Algebra, Geometry and Topology (organized by Raquel Mallavibarrena and Guillermo Sánchez), University Complutense of Madrid (Spain), January 2023.
7.  $S^3$  上のランク 3 のベクトル束から,  $S^2$  上の直線束への微分対称性破れ作用素の構成と分類について, セミナー (久保利久先生), 龍谷大学, 2023 年 3 月.
8. Construction and classification of conformally equivariant differential symmetry breaking operators from a vector bundle over  $S^3$  to a line bundle over  $S^2$ , *日本数学会 2023 年度年会*, 中央大学, 2023 年 3 月.
9. Understanding systems of ODEs equivalent to the construction of differential symmetry breaking operators prob-

lem, after Kobayashi – Kubo – Pevzner, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis 2023” (organized by Toshiyuki Kobayashi), オンライン, 2023 年 8 月.

10. On the construction and classification problems of all the differential symmetry breaking operators for generalized principal series representations of the pair  $(G, G') = (SO_0(4, 1), SO_0(3, 1))$ , Parallel sessions of the 7th Tunisian-Japanese Conference: Geometric and Harmonic Analysis on Homogeneous Spaces and Applications (in honor of Professor Toshiyuki Kobayashi; organized by Ali Baklouti and Hideyuki Ishi). Monastir, Tunisia, November 2023.

#### G. 受賞

学生表彰 (修士課程) 「令和 3 年度数理科学研究科長賞」.

### ☆ 2 年生 (Second Year)

#### 磯部 伸 (ISOBE Noboru)

(学振 DC1)  
(WINGS-FMSP  
コース生)

#### A. 研究概要

巷で流行している ChatGPT に代表されるような現代の人工知能にとって, 深層学習 (Deep Learning) と呼ばれる数理モデルは, 不可欠な要素技術である. ここで, 深層学習は, Deep Neural Network (DNN) という, 非線形写像を逐次的に合成する関数モデルを, 「学習」, つまり, 数理最適化することである. DNN については, 万能近似定理や汎化誤差評価といった理論的な解析が進展している. 他方, 「学習」に関しては, DNN が関数合成から構成されていることが障壁となり, 一般的な設定における解析が発展途上になってしまっている. この困難を克服しようと, DNN の逐次的な関数合成を, ある ODE の離散化とみなす見方が持ち込まれている. この ODE 化された DNN は ODE-Net と呼ばれる. しかしながら,

このように DNN を ODE-Net に取り換えた際には, ODE-Net に適合する「学習」の定式化や解析の枠組みを, 新たに確立する必要がある.

以上の必要性に動機づけられ, 今年度は次の二つの研究を行った:

1. 昨年度までに導入した「学習」の定式化に基づき, 「学習過程」の数理解析を行った. 具体的には, E による勾配流による「学習過程」の定式化に基づき, その勾配流の漸近挙動を研究した. その結果として, 勾配流の臨界点への漸近収束を証明した. 先行研究においては, NN がパラメータに関して線形である必要があったが, Lions によって開発された L-導関数の概念を導入することで, NN が非線形であっても証明が可能になった.
2. 一般の教師有学習の枠組みでは, 「学習」された ODE-Net の解が, 目標としている関数を精度よく近似しているか不明である. このような動機に基づき, 新たな学習の枠組みを提案し, 理論保障と実証実験を行った. この枠組みは, 生成モデルの文脈で話題になっている Flow Matching と呼ばれる学習の枠組みを, Brenier によって研究された一般化連続方程式を用いて一般化したものである. この一般化は, 深層学習技術に根差した生成モデルを社会実装するために不可欠な, 条件付き生成というタスクに, Flow Matching を応用することを可能にした.

The mathematical model known as deep learning is an essential technology for modern artificial intelligence, as typified by popular platforms such as ChatGPT. In this context, deep learning is the process of mathematically optimizing a function model known as Deep Neural Network (DNN), which sequentially combines non-linear mappings. Theoretical analyses such as universal approximation theorems and generalization error evaluations are progressing in the study of DNNs. However, the nature of DNNs being composed from function

compositions poses a barrier in terms of learning, with analysis in a general setting still developing. To overcome this difficulty, DNN’s sequential function composition is being considered as a certain ODE’s discretization. DNNs transformed in this way are referred to as ODE-Nets. Yet, when DNNs are replaced with ODE-Nets, there is a need to establish new protocols and frameworks to adapt the learning process to suit ODE-Nets.

Motivated by these needs, we conducted the following two research studies this year:

1. Based on the formulation of the learning process introduced up until last year, we conducted a mathematical analysis of the “learning process.” Specifically, we researched the asymptotic behavior of the gradient flow based on its formulation in the “learning process” with  $E$  as the gradient vector field. We were able to demonstrate the asymptotic convergence to the critical point of the gradient flow. Previous studies required the Neural Networks (NNs) to be linear with respect to the parameters. However, with the introduction of the concept of L-derivative functions developed by Lions, we were able to prove that even if the NN is non-linear, it converges in the topology of Wasserstein-type distance spaces.
2. In a general supervised learning framework, it is unclear whether the learned ODE-Net solution accurately approximates the intended function. Motivated by this, we proposed a new learning framework and carried out its theoretical guarantees and empirical experiments. This framework generalized a learning pattern called Flow Matching, currently a hot topic in the context of generative models, using generalized continuity equations studied by Brenier. This generalization made it possible to apply Flow Matching to a task known as con-

ditional generation, a task essential for implementing deep learning-based generative models in societal implementations.

## B. 発表論文

1. N. Isobe and M. Okumura, “Variational formulations of ODE-Net as a mean-field optimal control problem and existence results”, arXiv 2303.05924v3.
2. N. Isobe, “A Convergence result of a continuous model of deep learning via Łojasiewicz–Simon inequality”, arXiv 2311.15365.
3. N. Isobe, M. Koyama, K. Hayashi, K. Fukumizu, “Extended Flow Matching: a Method of Conditional Generation with Generalized Continuity Equation”, in preparation.

## C. 口頭発表

1. 相島 祐太, 園田 翔, 磯部 伸, 池田 和司, “Tweedie’s formula によるデノイジング・オートエンコーダの一般化“, 第 53 回 IBISML 研究会, 広島大学, 2024 年 3 月 3 日-3 月 4 日.
2. 磯部伸, “深層学習の測度論的モデルの数理解析とその応用“, 富山数理ワークショップ, 富山大学, 2024 年 2 月 13 日.
3. 磯部伸, “A convergence result of a continuous model of deep learning via Łojasiewicz–Simon inequality“, 東北大学 OS 特別セミナー, 東北大学, 2023 年 12 月 13 日.
4. 磯部伸, “連続方程式による深層学習の深化“, 第 2 回若手応用数学研究会, 金沢大学 サテライト・プラザ, 2023 年 12 月 3 日-12 月 4 日.
5. 磯部伸, “微分方程式論と深層学習間の相互作用の活性化に向けて“, 数値解析と機械学習の協力が拓く新時代の数理科学, 九州大学マスフォアインダストリ, 2023 年 11 月 3 日-11 月 4 日.
6. 磯部伸, 小山雅典, 林浩平, 福水健次, “Extended Flow Matching Theory for Conditional Generation” (ポスター発表), 第

- 26 回情報論的学習理論ワークショップ (IBIS2023), 北九州国際会議場, 2022 年 10 月 29 日-11 月 1 日.
7. Noboru Isobe, “Mathematical Analysis of Deep Learning via ODEs” (invited), Recent Development of Qualitative Theory on ODEs and its Applications, Kyoto University, October 25-27, 2023
  8. 磯部伸, “On a gradient flow modeling a learning process of deep neural networks in a metric space and its convergence”, 日本数学会秋季総合分科会, 東北大学, 2023 年 9 月 20 日-23 日.
  9. 磯部伸, “深層学習を表現する非凸勾配流の全列束束性について”, 第 44 回発展方程式若手セミナー, 京都教育大学, 2023 年 9 月 2 日-5 日.
  10. Noboru Isobe, “Variational formulations of continuously deep neural networks and existence results”, 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM), Waseda University, Aug. 25 2023
  11. 磯部伸, “連続無限層深層ニューラルネットワークの変分的定式化と, その解の存在について”, 2022 年度応用数学合同研究集会, 龍谷大学瀬田キャンパス, 2022 年 12 月 15 日-17 日
  12. 磯部伸, “深層学習の(数値)解析的理論構築に向けて”(招待講演), 数理解析若手交流会, オンライン, 2022 年 12 月 3 日.
  13. 磯部伸, “ODE-Net の平均場最適制御問題による定式化とその解存在について”(ポスター発表), 第 25 回情報論的学習理論ワークショップ (IBIS2022), つくば国際会議場, 2022 年 11 月 20 日-23 日.
  14. 磯部伸, “深層学習に対する(数値)解析的理論構築に向けて”, 応用数学フレッシュマンセミナー 2022, 京都大学, 2022 年 10 月 15 日.
  15. 磯部伸, “ODE-Net の変分的定式化とその解存在について”, 日本数学会 秋季総合分科会, 北海道大学, 2022 年 9 月 13 日-16 日.
  16. 磯部伸, 赤木剛朗, “ODE-Net の学習問題の理想化-その理論と応用に向けて”, 応用数学会 2022 年度年会, 北海道大学, 2022 年 9 月
  17. 磯部伸, “On a Variational Formulation of ODE-Net and an Existence Result”, 第 43 回発展方程式若手セミナー, オンライン, 2022 年 9 月 5 日-7 日.
  18. 磯部伸, “平均場最適制御問題の枠組みに基づく ODE-Net 安定化のための運動論的正則化について”, 日本応用数学会 第 18 回研究部会連合発表会, 九州大学 (オンライン), 2022 年 3 月 8 日-9 日.
  19. 磯部伸, “Wasserstein 勾配流に対する差分法と深層学習”, 第 17 回数学総合若手研究集会, 北海道大学 (オンライン), 2021 年 3 月 2 日-5 日.
- F. 対外研究サービス
1. 九州大学マスコアインダストリ 若手・学生研究-短期共同研究「数値解析と機械学習の協同が拓く新時代の数理科学」 研究代表者
- G. 受賞
1. 2023 年度 情報論的学習理論ワークショップ (IBIS2023) 優秀プレゼンテーション賞
  2. 2022 年度 日本数学会応用数学研究奨励賞, 2023 年 3 月
  3. 情報理工学系研究科長賞, 2022 年 3 月
  4. 工学部長賞, 2020 年 3 月

## 伊藤 慧 (ITO Kei)

### A. 研究概要

私は離散力学系の非可換化について研究している。特に複素力学系や自己相似写像に付随する Kajiwara-Watatani 代数を研究している。離散力学系の非可換化は 2000 年に Deaconu と Muhly が定義を与えた。彼らの定義では分岐点の情報が欠落していた。分岐点の情報を保持するように定義を改めたのが梶原と綿谷である。力学系とは空間とその変換の組である。力学系のベースとなる空間の情報は、力学系の非可換化に可換部分代数として取り込まれる。非可換

測度論からのアナロジーで、この可換部分代数は Cartan 部分代数であることが期待される。Deaconu–Muhly 代数がこの期待通りであることは定義から直ちに従う。ところが、Kajiwara–Watatani 代数がどうかは未解決であった。私は、複素力学系のベースとなる空間に対応する可換部分代数が Kajiwara–Watatani 代数において Cartan 部分代数であるための必要十分条件を与えた。特に、Cartan 部分代数になるとは限らないことを示した。

I study noncommutativities of discrete dynamical systems; in particular, Kajiwara–Watatani algebras associated with complex dynamical systems and self-similar maps.

The first definition of noncommutativity of discrete dynamical systems was given by Deaconu and Muhly in 2000. Their algebras lacked data on branch points. Kajiwara and Watatani modified the definition to retain them.

A dynamical system is a pair of a space and its transformation. The base space of a dynamical system is incorporated as a commutative subalgebra in the noncommutativity of the system. By analogy with noncommutative measure theory, this commutative subalgebra is expected to be a Cartan subalgebra. Deaconu–Muhly algebras are as expected; however, whether Kajiwara–Watatani algebras are expected or not was an open problem.

I gave a necessary and sufficient condition which guarantees that the commutative subalgebra of a Kajiwara–Watatani algebra corresponding to the base space of a complex dynamical system is a Cartan subalgebra. In particular, I showed that such commutative subalgebras are not necessarily Cartan subalgebras.

#### B. 発表論文

1. K. Ito: “Cartan subalgebras of  $C^*$ -algebras associated with complex dynamical systems”, preprint, arXiv:2303.14860.

#### C. 口頭発表

1. 力学系に付随する  $C^*$ 代数の Cartan 部分代数, 東大作用素環セミナー, 東京大学, 2022 年 4 月.
2. Cartan subalgebras of Kajiwara–Watatani algebras, 作用素環論の最近の進展, 京都大学, 2022 年 9 月.
3. Unity of two kinds of Kajiwara – Watatani algebras, 京都作用素環セミナー, 京都大学, 2022 年 10 月.
4. Cartan subalgebras of  $C^*$ -algebras associated with complex dynamical systems, 量子解析セミナー, 名古屋大学, 2022 年 11 月.

### 王 沛鐸 (WANG Peiduo)

#### A. 研究概要

私は高次元の Berkovich 空間上の  $p$  進微分方程式を研究する。一次元  $p$  進穴あき円板上の微分方程式についての分解定理 ( $p$  進 Fuchs 定理とも呼ばれる) は、 $p$  進非 Liouville 差の条件のもとで Christol と Mebkhout により示された。Gachet はこの定理を高次元の場合に一般化した。一方、Kedlaya は一次元の  $p$  進 Fuchs 定理をより一般化した。私の論文 "On generalized Fuchs theorem over  $p$ -adic polyannuli" においては、高次元における一般化された  $p$  進 Fuchs 定理を示した。今年  $p$  進相対的な多重穴あき円板上の Robba 条件を満たす微分方程式についての一般化された  $p$  進 Fuchs 定理を研究した。さらに、Xiao は  $p$  進微分方程式を用いて、不完全な剰余体を持つ局所体の Swan 導手の性質を証明した。この理論のヘンゼル付値体への一般化を考えている。

I study  $p$ -adic differential equations over high dimensional Berkovich spaces. Christol and Mebkhout proved the decomposition theorem (the  $p$ -adic Fuchs theorem) of differential equations on one dimensional  $p$ -adic annuli under certain non-Liouvilness assumption and Gachets generalized it to higher dimensional cases. On the other hand, Kedlaya proved a generalization of the  $p$ -adic Fuchs theorem in one di-

mensional case. We proved Kedlaya's generalized version of  $p$ -adic Fuchs theorem in higher dimensional cases in our paper "On generalized Fuchs theorem over  $p$ -adic polyannuli". In this year, I studied the generalized version of  $p$ -adic Fuchs theorem for differential equations satisfying the Robba condition over relative polyannuli. Moreover, Xiao proved properties of Swan conductor of local fields with imperfect residue fields using  $p$ -adic differential equations. We want to generalize this theory to arbitrary Henselian valuation rings.

#### B. 発表論文

1. Peiduo WANG: "On generalized Fuchs theorem over  $p$ -adic polyannuli", Accepted by Tohoku Mathematical Journal, arXiv:2206.13065.

#### C. 口頭発表

1. "On generalized Fuchs theorem over  $p$ -adic polyannuli", 東京大学代数学コロキウム, 東京, 2022 年 4 月.
2. "On generalized Fuchs theorem over  $p$ -adic polyannuli", 第 21 回仙台広島整数論集会, 仙台, 2022 年 7 月.
3. "On generalized Fuchs theorem over  $p$ -adic polyannuli", 代数的整数論とその周辺, 京都, 2022 年 12 月.
4. "On generalized Fuchs theorem over  $p$ -adic polyannuli", Number theory seminar, Fourier institute, Grenoble University, France, 2023 年 11 月.

### 小原 和馬 (OHARA Kazuma)

(学振 DC1)

#### A. 研究概要

$p$ -進体上で定義された簡約代数群 (以下  $p$ -進群) の表現論は, 超尖点表現の存在などの実の表現論においては現れない現象が存在することからそれ自体が興味深い一方で, 局所 Langlands 対応を通して  $p$ -進体の Weil 群の  $L$ -パラメータとの対応が期待されることから, 整数論においても非常に大きな重要性を持つ.  $p$ -進群と実数体上の簡

約代数群の構造の大きな差異として,  $p$ -進群には Moy-Prasad フィルトレーションと呼ばれる開コンパクト部分群からなるフィルトレーションが存在するということが挙げられる. そのため, これらの開コンパクト部分群への制限がどのような表現を含むかということに注目して  $p$ -進群の表現を分類することができる. 特に type と呼ばれる特殊なコンパクト部分群とその既約表現の組  $(K, \rho)$  については,  $\rho$ -isotypic part で生成される表現からなる充満部分圏が, type に付随する Hecke 環上の加群圏と圏同値となることが知られている. そのため, type を構成しそれに付随する Hecke 環の構造を調べることは,  $p$ -進群の表現論を調べる際の一つの強力な手法である.

執筆者は昨年までの研究において, Yu によって定義された馴分岐超尖点的な type と呼ばれる type に対して, それに付随する Hecke 環が深度 0 の type の Hecke 環と同型であるという定理を証明した. 深度 0 の type に付随する Hecke 環については, Morris により生成元と関係式が与えられているということから, この結果と合わせることで Yu の構成で得られる type に付随する Hecke 環の構造が明示的に記述される.  $p$  が十分に大きいときには全ての既約超尖点表現が Yu の構成で得られる type を含むことが Fintzen によって示されている一方で, 超尖点的とは限らない既約表現に対して, その表現に含まれる type を得るには Kim-Yu type と呼ばれるより一般的な type を考える必要がある. Kim-Yu type は馴分岐超尖点的な type の一般化であると同時に, 深度 0 の type の一般化にもなっている. 執筆者は昨年度, Morris による深度 0 の type の Hecke 環の記述と類似の議論を行うことで, Kim-Yu type の付随する Hecke 環について, 深度 0 の type の Hecke 環と類似の記述を得た.

本年度は Jeffrey Adler, Jessica Fintzen, Manish Mishra との共同研究により, この結果をさらに強めることに成功した. 執筆者らはこの共同研究において, 任意の Kim-Yu type に付随する Hecke 環がある深度 0 の type の Hecke 環と同型であることを証明した. さらに執筆者らはいくつかの公理を定義し, その公理のもとで常に類似の同型が得られることを示した. この結果は  $\mathbb{C}$  上の表現に限らず, 標数正の場合に適用することもできる

ため、整数論への応用が多数考えられる。

The representation theory of  $p$ -adic groups is interesting in itself because of the existence of phenomena that do not appear in the representation theory of real reductive groups, such as the existence of supercuspidal representations. It is also of great importance in number theory from the perspective of the local Langlands correspondence. One of the major differences between the structure of  $p$ -adic groups and real reductive groups is that  $p$ -adic groups have a filtration consisting of compact open subgroups, called the Moy–Prasad filtrations. We can classify the representations of  $p$ -adic groups by observing their restrictions to the compact open subgroups. In particular, for a special pair  $(K, \rho)$  of a compact opens subgroup  $K$  and its irreducible representation  $\rho$  called a type, it is known that the full subcategory consisting of the representations that are generated by their  $\rho$ -isotypic parts is categorically equivalent to the category of the modules over the Hecke algebra associated to  $(K, \rho)$ . Therefore, constructing types and studying the structure of the associated Hecke algebras are essential to study the representation theory of  $p$ -adic groups.

The author proved that the Hecke algebra associated to a tame supercuspidal type is isomorphic to the Hecke algebra associated to a depth-zero type. Since Morris gave the generators and relations for the Hecke algebra associated to a depth-zero type, we can also obtain the explicit descriptions of the Hecke algebras for tame supercuspidal types.

In this year, in a joint work with Jeffrey Adler, Jessica Fintzen, and Manish Mishra, the authors have succeeded to generalize this result to arbitrary Kim–Yu types, that are not necessarily supercuspidal. In this joint work, we proved that the Hecke algebra associated to any Kim–Yu type is isomorphic to the Hecke algebra of a depth-zero type. Furthermore, the authors de-

finied several axioms and showed that the Hecke algebra isomorphisms always hold under these axioms. The result is not only for the representations over  $\mathbb{C}$  but also over the fields of positive characteristic. Thus, it has many applications to number theory.

## B. 発表論文

1. Kazuma Ohara : “Hecke algebras for tame supercuspidal types”, *American Journal of Mathematics*, 146 (2024), no. 1, 277–293. MR4691489
2. Kazuma Ohara : “On the formal degree conjecture for non-singular supercuspidal representations”, *International Mathematics Research Notices*, rnac154.
3. Kazuma Ohara : “A comparison of endomorphism algebras”, arXiv e-prints (2023), arXiv:2301.09182, to appear in *Journal of Algebra*

## C. 口頭発表

1. Hecke algebras for tame supercuspidal types, 2021 年度表現論シンポジウム, オンライン, 2021 年 11 月.
2. On the formal degree conjecture for non-singular supercuspidal representations, 代数学コロキウム, オンライン, 2021 年 11 月.
3. Hecke algebras for tame supercuspidal types, RIMS 共同研究 (公開型) 「保型形式、保型  $L$  関数とその周辺」, オンライン, 2022 年 1 月.
4. On the formal degree conjecture for non-singular supercuspidal representations, *Algebraic Lie Theory and Representation Theory*, オンライン, 2022 年 5 月.
5. On the formal degree conjecture for non-singular supercuspidal representations, 第 9 回京都保型形式研究集会, 京都大学, 2022 年 6 月.
6. Progenerators of Bernstein blocks, Johns Hopkins Number Theory Seminar, Johns Hopkins University (USA), 2023 年 2 月.
7. Progenerators of Bernstein blocks,

Group, Lie and Number Theory Seminar, The University of Michigan (USA), 2023 年 3 月.

8. Types for Bernstein blocks and their Hecke algebras, Trimester Seminar Series, Hausdorff Institute For Mathematics (Germany), 2023 年 5 月.
9. Moy–Prasad filtrations, 倉敷整数論セミナー, 倉敷シーサイドホテル, 2023 年 9 月.
10. On progenerators of Bernstein blocks, 24th Autumn Workshop on Number Theory, 北海道大学, 2023 年 10 月.
11. A comparison of endomorphism algebras, 表現論シンポジウム 2021, 沖縄, 2023 年 11 月.
12. Types for Bernstein blocks and their Hecke algebras, RIMS 共同研究 (公開型) 「保型形式の研究」, RIMS, 2024 年 1 月.

#### G. 受賞

修士課程研究科長賞, 2022 年 3 月.

### 権 英哲 (KEN Eitetsu)

(学振 DC1)

#### A. 研究概要

修士論文 (2022) では、有界算術  $V^0$  上で、種々の組み合わせ論的原理の含意関係を調べた。特に興味を持っていたのは、全単射についての鳩の巣原理から、単射についての鳩の巣原理が証明できるかどうかである。修士論文では、「 $V^0$  上では鳩の巣原理は証明不可能である」という Ajtai の定理の現代的な証明をベースに、上述の問題の否定的解決について、その興味深い十分条件を得られたが、この議論に基づいて実際に解決にまで至ることはできなかった。この問題については引き続き検討しており、今年度は口頭発表などを通じて海外の学者たちとも積極的に議論した。

一方、上記の取り組みのほかに、有界算術上でどんな組み合わせ論的原理が証明可能かについても考察した。具体的には、GPWU の黒田悟先生と共に、有界算術  $VNC^2$  において、有理係数行列の rank の、列ベクトルたちの張る線形空間の

基底のサイズとの対応が証明できることを論じた (2023)。これは、rank を用いた初等的な ( $VNC^2$  で形式化できる程度の) 議論で証明される組み合わせ論的原理が、 $VNC^2$  で証明できることを意味する。これにより、[Grolmusz, 2000] で与えられている Ramsey number の評価が、 $VNC^2$  で証明できることを応用として論じた。

また、有界算術のモデル理論を検討するにあたり、Shepherdson の定理 (1964) を念頭に、実閉体に目を向け、サーベイやセミナーを行ってきたが、その副産物として、非負実係数一変数多項式の補間問題について知見を得たので、一緒に考察を進めた大貫紘嵩、板東克之との共著でこれを論文としてまとめた (2024)。具体的には、 $\mathbb{R}^2$  の有限部分集合  $S$  と、これを補間する非負実係数一変数多項式  $f$  が与えられたもとで、 $f$  の次数を  $S$  の情報を用いて上から押さえる不等式を与えた。これにより、特に有理点から成る  $S$  が入力として与えられた場合に、これを補間する非負実係数一変数多項式が存在するかどうかの判定、および存在する場合にそれを求めるアルゴリズムのパフォーマンスの評価ができた。

別件で、model extraction 攻撃に対する AI セキュリティの研究も行った。三浦 堯之、長谷川 聡との共著 (2021) では、機械学習モデルを「説明付き」にする場合に実践的に用いられる Integrated Gradient に対し、少ない数のクエリで Vanilla Gradient を復元することで、後者に対する model extraction の手法が前者に対しても適用可能であることを示した。その後、三浦 堯之、芝原 俊樹、矢内 直人との共同研究 (2024) で、バイアス項を許した二層 ReLU ネットワーク、バイアス項のない三層の ReLU ネットワークに対して、具体的な model extraction の手法を与えた。

In my Master’s thesis (2022), I investigated the implications among various combinatorial principles over the bounded arithmetic  $V^0$ . The main interest was whether the pigeonhole principle for bijections could prove the pigeonhole principle for injections or not. Based on a modern proof of Ajtai’s theorem, which states that the pigeonhole principle is unprovable over  $V^0$ ,

my thesis obtained intriguing sufficient conditions for a negative resolution to the aforementioned question, yet it did not lead to an actual solution. I continued to explore this issue, actively engaging in discussions with scholars abroad through presentations this year.

Additionally, beyond the aforementioned endeavors, I studied which combinatorial principles could be proven over the bounded arithmetic  $VNC^2$ . Specifically, in collaboration with Professor Satoru Kuroda at GPWU, we discussed the proof of the correspondence between the rank of a matrix with rational coefficients and the size of the basis of the linear space spanned by its column vectors in the bounded arithmetic  $VNC^2$  (2023). This implies that combinatorial principles, provable through elementary discussions involving rank within  $VNC^2$ , can indeed be proven in  $VNC^2$ . As an application, we discussed the provability of the evaluation of Ramsey numbers given by [Grolmusz, 2000] in  $VNC^2$ .

In the course of examining the model theory of bounded arithmetics, with Shepherdson's theorem (1964) in mind and focusing on real closed fields, I conducted surveys and seminars with my colleagues. As a byproduct, we gained insights into the interpolation problem for univariate polynomials with non-negative real coefficients. This work, co-authored with Hiro-taka Onuki and Katsuyuki Bando, was compiled into a paper (2024). Specifically, given a finite subset  $S$  of  $\mathbb{R}^2$  and a non-negative real coefficient univariate polynomial  $f$  interpolating  $S$ , we provided an inequality that bounds the degree of  $f$  from above using the information of  $S$ . This enabled us to assess the complexity of an algorithm for determining the existence of such a polynomial and finding it, especially when  $S$  consists of rational points.

Separately, I conducted research on AI security against model extraction attacks. In the 2021 paper, Takayuki Miura, Satoshi Hasegawa and I proved that the method for model extraction

against Vanilla Gradient could also be applied to Integrated Gradient, which is used to make machine learning models "explainable" in practical scenarios, by reconstructing Vanilla Gradient with a small number of queries. Subsequently, in joint research with Takayuki Miura, Toshiki Shibahara, and Naoto Yanai (2024), we provided specific methods for model extraction for two-layer ReLU networks with bias terms and three-layer ReLU networks without bias terms.

## B. 発表論文

1. 三浦 堯之., 権 英哲., & 長谷川 聡: ReLU ニューラルネットワークにおける Integrated Gradient の Vanilla Gradient への 帰着, 研究報告コンピュータセキュリティ, 2021-CSEC-93(26). (2021). 1–8.
2. E. Ken: “On some  $\Sigma_0^B$ -generalizations of the pigeonhole and the modular counting principles over  $V^0$ ”, the University of Tokyo (master's thesis). (2022).
3. E. Ken: On the pigeonhole and the modular counting principles over the bounded arithmetic  $V^0$ , In I. Kazuma (Ed.), *RIMS Kôkyûroku, Theory and applications of Proof and Computation, 2228*, Kyoto University. (2022). 186–205.
4. E. Ken and S. Kuroda: “On matrix rank function over bounded arithmetics”, arXiv:2310.05982 (preprint). (2023).
5. K. Bando, E. Ken, and H. Onuki: On the complexity of interpolation by polynomials with non-negative real coefficients, arXiv:2402.00409v1 (preprint). (2024).

## C. 口頭発表

1. 三浦 堯之., 権 英哲., & 長谷川 聡. ReLU ニューラルネットワークにおける Integrated Gradient の Vanilla Gradient への 帰着. 第 93 回 CSEC 第 53 回 IOT 合同研究発表会, オンライン, May 14th, 2021.
2. On the pigeonhole and the modular counting principles over the bounded arithmetic  $V^0$ . RIMS 共同研究 (公開型)

「証明と計算の理論と応用」, Kyoto University, December 22nd, 2021.

3. A Combinatorial Characterization of Resolution Width. Spring School of Combinatorics 2023, Jáchymov, the Czech Republic, April 25th, 2023.
4. On  $\Sigma_0^B$ -generalizations of counting principles over  $V^0$ . Logic Colloquium, Milan, Italy, June 9th, 2023.
5. A brief introduction to Proof Complexity via Ajtai's theorem. Computational Logic Seminar, TU Wien, Austria, June 21st, 2023.
6. A brief introduction to bounded arithmetics –Ajtai's theorem and beyond–. Logic Seminar, the University of Passau, Germany, October 31st, 2023.
7. An attempt to analyze games with backtracking options. Prague Logic Seminar, Institute of Mathematics, Prague, the Czech Republic, November 20th, 2023.
8. 三浦 堯之., 権 英哲., 芝原 俊樹., & 矢内 直人. 勾配系の説明がついた 3 層 ReLU ネットワークに対するモデル抽出攻撃. SCIS2024, AI セキュリティ (5), Nagasaki, Japan, January 26th, 2024.

1. 東京大学理学部学修奨励賞 (2020)
2. 東京大学数理科学研究科長賞 (2022)

## 小泉 淳之介 (KOIZUMI Junnosuke)

(学振 DC1)

### A. 研究概要

本年度はモジュラス対のコホモロジー理論の一般的性質について研究を行った。モジュラス対とは代数多様体とその上の有効 Cartier 因子の組のことであり、代数多様体のコホモロジー理論の多くがモジュラス対のコホモロジー理論に拡張できることが知られている。Kahn-Miyazaki-Saito-Yamazaki は Voevodsky の混合モチーフの理論をモジュラス対に拡張する試みの中で、モジュラス対の良いコホモロジー理論は因子の内部での良いブローアップで不変であることを予想した。Kelly-Miyazaki は Hodge コホモロジーのモ

ジュラス対への自然な拡張に対してブローアップ不変性が成り立っていることを示したが、その証明はモジュラス対上の微分形式の層の具体的な記述に依拠したものであった。私はモジュラス対の定義において Cartier 因子を  $\mathbb{Q}$ -Cartier 因子に置き換えた概念を考え、その上の良いコホモロジー理論に対してある種の「左連続性」を課すことで、ブローアップ不変性が自動的に従うことを証明した。これにより Kelly-Miyazaki の結果の conceptual な別証明が得られたほか、Witt ベクトルコホモロジーのモジュラス対への自然な拡張に対してもブローアップ不変性を示すことができた。I conducted research on the general

properties of the cohomology theory of modulus pairs. A modulus pair consists of an algebraic variety and an effective Cartier divisor on it. It is known that many cohomology theories for algebraic varieties can be extended to a cohomology theory of modulus pairs. In their attempts to extend Voevodsky's theory of mixed motives to modulus pairs, Kahn-Miyazaki-Saito-Yamazaki conjectured that a good cohomology theory for modulus pairs would be invariant under good blow-ups inside the divisor. Kelly-Miyazaki demonstrated the blow-up invariance for the natural extension of Hodge cohomology to modulus pairs; however, their proof relied on a concrete description of the sheaf of differential forms on modulus pairs. I considered the concept of replacing the Cartier divisor with a  $\mathbb{Q}$ -Cartier divisor in the definition of modulus pairs and imposed a type of "left continuity" on good cohomology theories for them, proving that blow-up invariance follows automatically. This provided a conceptual alternative proof of Kelly-Miyazaki's result and also allowed us to show blow-up invariance for the natural extension of Witt vector cohomology to modulus pairs.

### B. 発表論文

1. J. Koizumi, Zeroth  $A^1$ -homology of smooth proper varieties, New York J. Math. 28 (2022), 824 – 834.

2. J. Koizumi, Steinberg symbols and reciprocity sheaves, *Ann. K-Theory* 7(4) (2022), 695 – 730.
3. J. Koizumi and H. Miyazaki, A motivic construction of the de Rham-Witt complex, *J. Pure Appl. Algebra* 228 (6) (2024), 107602.
4. J. Koizumi, Blow-up invariance of cohomology theories with modulus, *arXiv:2306.14803*.

### C. 口頭発表

1. Steinberg symbols and reciprocity sheaves, 代数学コロキウム (東京大学), June 15, 2022.
2. A motivic version of the Hasse-Arf theorem, 第 21 回仙台広島整数論集会, July 13, 2022.
3. A motivic construction of the de Rham-Witt complex, *Motives in Tokyo*, February 15, 2023.
4. de Rham-Witt 複体のモチーフ的構成, 数論合同セミナー, (京都大学), April 21, 2023.
5. モジュラス付きモチーフの実現関手, 第 15 回福岡数論研究集会, September 12, 2023.
6. Representability of cohomology theories with modulus, *Oberseminar Algebra und Topologie (University of Wuppertal)*, September 27, 2023.

## 小菅 亮太郎 (KOSUGE Ryotaro)

### A. 研究概要

写像類群は向きづけられた曲面束を司る構造群であり, その群のコホモロジーは曲面束の特性類として重要な研究対象である. 私はその中でも Chillingworth 部分群と呼ばれる対象を研究している. 曲面の写像類群の Chillingworth 部分群  $Ch_{g,1}$  は, 写像類群の曲面上のベクトル場および曲面の単位接束へのホモロジカルな作用をもとにして定まる部分群であり, 幾何学的に面白い対象であるがその群構造についてはあまり調べられてこなかつ

た. 私はこの研究を通し Chillingworth 部分群の有理可換可  $H_1(Ch_{g,1}; \mathbb{Q})$  の写像類群加群としての構造の決定した. とくに Chillingworth 部分群の可換化の自由部分は, Johnson 準同型の制限  $\tau_{g,1}(1): Ch_{g,1} \rightarrow U \subset \bigwedge^3 H$  および森田茂之氏による Casson–Morita 準同型写像  $d: Ch_{g,1} \rightarrow 8\mathbb{Z}$  によって与えられることがわかった. また Casson–Morita 準同型写像の核を二つの群に対する交換子群と正規閉包などの積で具体的に表すことができた. 現在は可換化のねじれ部分と自由群の自己同型群および 3 次元多様体における類似物について注目している.

Mapping class groups are structural groups of oriented surface bundles, and their cohomology serves as an important study object for characteristic classes of surface bundles. I specifically study a subgroup known as the Chillingworth subgroup. The Chillingworth subgroup  $Ch_{g,1}$  of the mapping class group of the surface is a subgroup determined by homological actions on vector fields on the surface and the tangent bundle of the surface. While it is geometrically interesting, its group structure has not been extensively studied. Through my research, I determined the structure of the rational abelianization of the Chillingworth subgroup  $H_1(Ch_{g,1}; \mathbb{Q})$  as a module of the mapping class group. Notably, the free part of the abelianization of the Chillingworth subgroup is understood to be given by the restriction of the Johnson homomorphism  $\tau_{g,1}(1): Ch_{g,1} \rightarrow U \subset \bigwedge^3 H$  and the Casson–Morita homomorphism  $d: Ch_{g,1} \rightarrow 8\mathbb{Z}$  defined by Shigeyuki Morita. Furthermore, it was possible to explicitly express the kernel of the Casson–Morita homomorphism as a product of commutator subgroups for two groups and normal closures. Currently, attention is directed towards the torsion part of the abelianization, analogs in automorphism groups of free groups, and analogs in the context of 3 manifolds.

## B. 発表論文

1. 小菅亮太郎: “曲面の写像類群の Chillingworth 部分群について”, 修士論文.
2. Ryotaro Kosuge: “The rational abelianization of the Chillingworth subgroup of the mapping class group of a surface”, arXiv preprint 2305.11767, submitted.

## C. 口頭発表

1. 曲面の写像類群の Chillingworth 部分群について, Groups in Low-Dimensional Topology, 東京大学大学院数理科学研究科 (オンライン), 2022 年 3 月.
2. 曲面の写像類群の Chillingworth 部分群について, 早稲田双曲幾何幾何学的群論セミナー, 早稲田大学教育学部数学科, 2022 年 4 月.
3. 曲面の写像類群の Chillingworth 部分群について, 広島大学 トポロジー・幾何セミナー, 広島大学理学部 (オンライン), 2022 年 5 月.
4. 曲面の写像類群の Chillingworth 部分群について, 関東若手幾何セミナー, 早稲田大学理工学部, 2022 年 6 月.
5. 曲面の写像類群の Chillingworth 部分群について, 拡大 KOOK セミナー 2022, 神戸大学 (ハイブリッド), 2022 年 8,9 月.
6. 曲面の写像類群の Chillingworth 部分群について, リーマン面に関連する位相幾何学, 東京大学大学院数理科学研究科 (オンライン), 2022 年 9 月.
7. The rational abelianization of the Chillingworth subgroup of the mapping class group of a surface, The 18th East Asian Conference on Geometric Topology, 蘇州大学 (中国, オンライン), 2023 年 2 月.
8. The rational abelianization of the Chillingworth subgroup of the mapping class group of a surface, Mapping class groups and Quantum topology, 東広島芸術文化ホール “くらら”, 東広島市市民文化センター, 2023 年 3 月.
9. The rational abelianization of the Chillingworth subgroup of the mapping class

group of a surface, Intelligence of Low-dimensional Topology, 京都大学数理解析研究所, 2023 年 5 月.

10. The rational abelianization of the Chillingworth subgroup of the mapping class group of a surface, Mapping class groups: pronilpotent and cohomological approaches, The SwissMAP Research Station in Les Diablerets(スイス), 2023 年 9 月.

## 佐久間 正樹 (SAKUMA Masaki)

### A. 研究概要

Choquard 方程式は非線形項に畳み込みを含む点に特徴がある非線形楕円型偏微分方程式であり, ポーラロンを記述する量子力学のモデルやボゾン星を記述する天文学のモデルなど様々な文脈で現れる. 近年, 純粋数学的な観点で様々な拡張・変形が為されており, Hardy-Littlewood-Sobolev の不等式に関連する 2 つの臨界指数をもつ 2 重臨界 Choquard 型方程式などが注目されている. 本研究では, Lieb のコンパクト性定理や凝集コンパクト性原理の手法を改良することにより, Hardy-Littlewood-Sobolev の不等式の意味での上下の臨界指数に対応する増大度をもつ非局所非線形項に加えて更に臨界 Sobolev 指数の増大度をもつ局所非線形項も含む 3 重臨界 Choquard 型方程式の基底状態の解の存在や, 対応するエネルギー汎関数の臨界値が 0 に収束するような臨界 Choquard 型方程式の弱解の無限列の存在に関するいくつかの結果を得た. また, 一般の  $p \in (1, \infty)$  に対する  $p$ -fractional の臨界 Choquard 型方程式に関する考察を通して, 古典的な  $p = 2$  の場合の特殊性を明らかにした. 更に, 従来の Choquard 型方程式の文脈ではリース・ポテンシャルの形を含む非局所非線形項が主な興味の対象とされてきたが, 本研究は畳み込み核をより一般の原点でのみ特異性をもつ弱  $L^r$  関数に拡張し, 湯川型ポテンシャルなどの他の種類の畳み込み核を同時に扱うことを可能にした.

The Choquard equation is a nonlinear elliptic partial differential equation that features

a convolution in its nonlinear term. It appears in various contexts, such as quantum-mechanical models describing polarons and astronomical models describing boson stars. In recent years, various extensions and variants have been presented from a purely mathematical point of view. For instance, the doubly critical Choquard-type equations, with two critical exponents related to the Hardy-Littlewood-Sobolev inequality, have garnered attention. In this study, by refining the Lions-type theorem and extending the method of the concentration compactness principle, I obtained some results on the existence of ground state solutions of the triply critical Choquard-type equations that include local nonlinearities with critical Sobolev growth in addition to nonlocal nonlinearities with both upper and lower critical exponents in the sense of the Hardy-Littlewood-Sobolev inequality, and the existence of infinite sequences of weak solutions to some critical Choquard-type equations such that the corresponding critical values of the energy functionals converge to zero. Through an analysis of  $p$ -fractional critical Choquard-type equations for general  $p \in (1, \infty)$ , the peculiarity of the classical case where  $p = 2$  was revealed. Furthermore, while the primary focus has traditionally been on nonlocal nonlinearity involving the form of the Riesz potential in the context of classical Choquard-type equations, this study extended the convolution kernel to more general weak  $L^r$  functions and consequently enabled us to deal with other kernels such as the Yukawa-type potential at the same time.

## B. 発表論文

1. M. Sakuma: “A generalization of the concentration compactness principle and its application to variational minimization problems with constraints involving convolutions”, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2021), 31pp.
2. M. Sakuma: “Ground states for  $p$ -fractional Choquard type equations with

critical local nonlinearity and doubly critical nonlocality”, preprint, arXiv: 2305.00897 (2023), 17pp.

3. M. Sakuma: “Infinitely many solutions for doubly critical variable-order  $p(x)$ -Choquard-Kirchhoff type equations via the concentration compactness method”, preprint, arXiv: 2401.14528 (2024), 20pp.
4. M. Sakuma: “Infinitely many solutions for  $p$ -fractional Choquard type equations involving general nonlocal nonlinearities with critical growth via the concentration compactness method”, J. Differ. Equ. **383** (2024), 163–189.

## C. 口頭発表

1. 臨界局所非線形項と二重臨界非局所非線形項を伴う  $p$ -分数階 Choquard 型方程式の基底状態の解, 偏微分方程式合同研究会, レクトーレ湯河原, 2023 年 9 月.
2. 一般化された臨界非局所非線形項を伴う  $p$ -分数階 Choquard 型方程式の無限個の解, 第 49 回発展方程式研究会, 東京理科大学, 2023 年 12 月.
3. 分数階  $p$ -ラプラシアンと一般化された非局所非線形項を含む臨界 Choquard 型方程式の解の無限列の存在, 第 20 回数学総合若手研究集会, 北海道大学, 2024 年 3 月.

## 佐々木悠矢 (SASAKI Yuya)

### A. 研究概要

複素射影多様体  $X$  と自然数  $n$  に対して,  $X$  の  $n$  点の Hilbert scheme  $X^{[n]}$  の自己同型  $f$  に対して,  $X$  の自己同型  $g$  で,  $f = g^{[n]}$  を満たすものが存在するとき,  $f$  は自然であるという. 複素射影多様体の  $n$  点の Hilbert scheme の自己同型の自然性については近年様々な手法で研究が進められている.

これに関連する興味深い問題の一つとして, 複素射影曲面の  $n$  点の Hilbert scheme の自己同型に対して,  $n = 2$  でかつ曲面が曲線の直積と同型な場合を除き, それが自然であることと big

diagonal を保つことが同値であるということが Belmans, Oberdieck, Rennemo らによって予想された。これに対して私は、単純アーベル曲面と、その 2 点の Hilbert scheme の自己同型で、自然ではない、big diagonal を保つものを構成することで、この予想に否定的な回答を与えた。

For a complex projective variety  $X$  and a natural number  $n$ , an automorphism  $f$  of  $X^{[n]}$ , the Hilbert scheme of  $n$  points of  $X$ , is said to be natural if there exists an automorphism  $g$  of  $X$  such that  $f = g^{[n]}$ . Recently, the naturality of automorphisms of Hilbert scheme of points of complex projective varieties has been studied in various ways.

As an interesting problem concerning this, Belmans, Oberdieck and Rennemo conjectured that for an automorphism of Hilbert scheme of  $n$  points of a complex projective surface, it is natural if and only if it preserves the big diagonal except the case where  $n = 2$  and the surface is isomorphic to the product of curves. For this, by constructing a simple abelian surface and a automorphism of the Hilbert scheme of 2 points of this surface that is not natural, and preserves the big diagonal, I give a negative answer to this conjecture.

#### B. 発表論文

1. Y. Sasaki : “Nonnatural automorphisms of the Hilbert scheme of two points of some simple abelian variety”, preprint, arXiv:2311.17452 (2023).

### 高梨 悠吾 (TAKANASHI Yugo)

(学振 DC2)

#### A. 研究概要

2023 年度は  $GL_n$  の捻られた跡公式の漸近挙動を調べることにより自己双対な保型表現の構成の研究を行った。また例外群の保型表現に関する研究も行っており、それに関連して 2024 年春にシンガポール国立大学の Wee Teck Gan 教授のもとを訪れ、研究を続ける予定である。

In 2023, I studied the asymptotic behavior of the Arthur twisted trace formula to construct self-dual automorphic representations. I am also studying the automorphic representations for exceptional groups and I am going to visit the National University of Singapore in the spring of 2024 and I am going to continue the study there.

#### B. 発表論文

1. Y. Takanashi, “Parity of conjugate self-dual representations of inner forms of  $GL_n$  over  $p$ -adic fields”, arXiv (2022).
2. Y. Takanashi, “Asymptotic behavior for twisted traces of self-dual and conjugate self-dual representations of  $GL_n$ ”, arXiv (2024).

#### C. 口頭発表

1. *Integral Models*, Kurashiki Number Theory Meeting (reading seminar on Kaletha-Prasad’s book), 12th Kurashiki Seaside Hotel, September 11-18, 2023.
2. *Parity of conjugate self-dual representations of inner forms of  $GL_n$  over  $p$ -adic fields*, Hokuriku Seminar on Number Theory, Kanazawa University, July 14, 2022.
3. *Parity of conjugate self-dual representations of inner forms of  $GL_n$  over  $p$ -adic fields*, Sendai-Hiroshima Workshop on Number theory, Tohoku University, July 12, 2022.
4. *Parity of conjugate self-dual representations of inner forms of  $GL_n$  over  $p$ -adic fields*, Colloquium of Algebra, The University of Tokyo, June 22, 2022.
5. *Parity of conjugate self-dual representations of inner forms of  $GL_n$  over  $p$ -adic fields*, Number theory seminar, Kyoto University, June 17, 2022.
6. *Parity of conjugate self-dual representations of inner forms of  $GL_n$  over  $p$ -adic fields*, Private Seminar at Ichino Lab, Kyoto University, June 15, 2022.

## 田川 智也 (TAGAWA Tomoya)

### A. 研究概要

今年度は Slowly decaying attractive potential (遠方において逆二乗ポテンシャルよりも弱い減衰を示す二階連続微分可能な負のポテンシャル) をもつシュレーディンガー作用素の解析を行った。粒子の散乱速度に適合したエスケープ関数とそのエスケープ関数に関する Agmon-Hörmander 空間を導入し、その枠組みにおいて、Rellich の定理、一様レゾルベント評価、極限吸収原理、Sommerfeld 型の一意性定理を得た。本研究は伊藤健一氏との共同研究によるものである。

This year, I analyzed Schrödinger operators with slowly decaying attractive potentials (second-order continuous differentiable negative potentials that decay more weakly than inverse-square potentials). In this study, I introduce an escape function fitted to the scattering velocity of a particle and the Agmon-Hörmander space with respect to the escape function, and I have obtained several results within this framework. These include the establishment of Rellich's theorem, a uniform resolvent estimate, the Limiting Absorption Principle, and a Sommerfeld-type uniqueness theorem. This is a joint work with Kenichi Ito.

### B. 発表論文

1. T. Tagawa: "A Rellich type theorem for the generalized oscillator", preprint (2022).

### C. 口頭発表

1. A Rellich type theorem for the generalized oscillator, スペクトル・散乱理論とその周辺, RIMS, 2022 年 12 月.
2. A Rellich type theorem for the generalized oscillator, 作用素論セミナー, 京都大学 (オンライン), 2023 年 1 月.
3. A Rellich type theorem for the generalized oscillator, スペクトル・散乱若手勉強会, 愛媛大学, 2023 年 3 月.
4. A Rellich type theorem for the generalized oscillator, 広島数理解析セミナー,

広島大学, 2023 年 7 月.

5. A Rellich type theorem for the generalized oscillator, 偏微分方程式合同研究会, レクトーレ湯河原, 2023 年 9 月.
6. Low energy LAP for slowly decaying attractive potentials, スペクトル・散乱白金シンポジウム, 北里大学, 2024 年 1 月.
7. Low energy LAP for slowly decaying attractive potentials, 偏微分方程式姫路研究集会, イーグレ姫路, 2024 年 3 月.

## 名取 雅生 (NATORI Masaki)

(学振 DC2)

(FoPM コース生)

### A. 研究概要

配置空間の観点から一般コホモロジー論, 特に  $K$  理論を見直している。ここでいう配置空間とは, 点同士が衝突してもよく, また点にラベルが付いているものである。常 (コ) ホモロジーの場合はラベルは整数であり, (連結)  $K$  (コ) ホモロジーの場合はラベルはベクトル空間である。この観点に基づいて,  $K$  理論の Bott 周期性の別証明と整数量子ホール効果のバルクエッジ対応の別証明を行った。

Bott 周期性を示すには  $\mathbb{Z} \times BU \rightarrow \Omega U$  のホモトピー逆を作れば良い。  $\Omega U$  の元はベクトル空間でラベル付けされた  $S^1$  から  $S^1$  への基点を保つ多価関数とみなせる。ホモトピー逆を作るにはその“回転数”が定義できれば良い。それを定義するために, 単位円周上可逆な行列係数の多項式の空間から単位開円板上のベクトル空間でラベル付けされた配置空間への連続写像を構成した。連続性を示す際に, 代数幾何学における Quot スキームを使い, スキームの射として構成した後, 解析化により連続写像を得るという手順を取った。

論文で示したバルクエッジ対応はタイプ A の 2 次元自由フェルミオンギャップシステムのバルク指数とエッジ指数が一致することを主張する定理である。パラメータ空間 (この場合は  $S^1$ ) を  $X$  とすると, バルク指数は  $K(X \times S^1)$  の元の第 1 Chern 数である。  $\gamma$  をギャップを表す  $\mathbb{C}$  内の単純閉曲線とすると, エッジ指数は  $K(X \times \gamma)$  の元の第 1 Chern 数である。各々の  $K$  群の元

は Bott 周期性により  $K(X \times S^1 \times (D_\gamma, \gamma))$  と  $K(X \times (D^2, S^1) \times \gamma)$  の元とみなせる。これらを合わせて  $K(X \times S^3)$  の元とみなすと 0 になることからバルク指数とエッジ指数の一致を示した。

We reconsider generalized cohomology theory, especially  $K$ -theory, from the viewpoint of configuration spaces. A configuration space is one in which points may collide with each other and in which the points are labeled. In the case of ordinary (co)homology, the labels are integers, and in the case of (connected)  $K$  (co)homology, the labels are vector spaces. Based on this point of view, we give an alternative proof of Bott periodicity of  $K$  theory and an alternative proof of bulk-edge correspondence of integer quantum Hall effect.

To show Bott periodicity, it is enough to construct the homotopy inverse of  $\mathbb{Z} \times BU \rightarrow \Omega U$ . The element of  $\Omega U$  can be regarded as a multi-valued function that preserves base points from  $S^1$  to  $S^1$  labeled by vector space. To construct the homotopy inverse, it is sufficient to define its “winding number”. To define it, we construct a continuous map from the space of matrix coefficients polynomials which is invertible on the unit circle to the configuration space labeled by vector spaces on the unit open disk. In order to show the continuity, we used the Quot scheme in algebraic geometry, constructed it as a morphism of schemes, and then obtained the continuous map through analytification.

The bulk-edge correspondence proved in the paper is a theorem that asserts that the bulk and edge indices of a two-dimensional free fermion gapped system of type A coincide. Let  $X$  denote the parameter space (in this case  $S^1$ ), the bulk index is the first Chern number of an element of  $K(X \times S^1)$ . Let  $\gamma$  be a simple closed curve in  $\mathbb{C}$  representing the gap, then the edge index is the first Chern number of an element of  $K(X \times \gamma)$ . Each element of  $K$ -group can be regarded as the element of  $K(X \times S^1 \times (D_\gamma, \gamma))$  and  $K(X \times (D^2, S^1) \times \gamma)$  by the Bott periodic-

ity. When these are considered together as the element of  $K(X \times S^3)$ , they are equal to 0, indicating that the bulk and edge indices coincide.

## B. 発表論文

1. M. Natori : “Bivariant homology theories and their configuration space like description”, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2022).
2. M. Natori : “A proof of Bott periodicity via Quot schemes and bulk-edge correspondence”, arXiv:2403.00342 (2024).

## C. 口頭発表

1. Configuration-space-like description of Bott periodicity and bulk-edge correspondence, FoPM International Symposium, 東京大学伊藤国際学術研究センター, 2023 年 2 月.
2. An alternative proof of Bott periodicity using Quot schemes, 第 6 回数理新人セミナー, 九州大学, 2023 年 2 月.
3. An alternative proof of Bott periodicity theorem using configuration spaces and bulk-edge correspondence, CREST Research Seminar on “Theoretical studies of topological phases of matter”, オンライン, 2023 年 5 月.
4. Bulk-edge correspondence and an alternative proof of Bott periodicity theorem via Quot schemes, JOHNS HOPKINS TOPOLOGY SEMINAR, Johns Hopkins University, アメリカ合衆国, 2023 年 10 月.
5. Quot スキームを用いた Bott 周期性の別証明とバルクエッジ対応, 第 20 回数学総合若手研究集会, 北海道大学, 2024 年 3 月.

## 馬場 智也 (BABA Tomoya)

(FoMP コース生)

### A. 研究概要

サンプル数を増大させたときの推定量や検定の性質を明らかにするための数学理論である漸近理論の研究を行なっている。現在取り組んでいる研

究課題は「観察データに基づく生存時間解析の漸近理論」である。観察データとは、何らかの処置の効果が処置群（処置を受けた個体のデータ）と対照群（処置を受けていない個体のデータ）の2群に及ぼす影響を比較するために集められるデータの一種である。このようなデータの中で、処置の割り付けが研究者によって制御されずに生成されたデータのことを観察データという。観察データは処置群と対照群の背景因子や共変量がアンバランスな点で理想的でないデータである。しかし、特定の状況下では、経済的または倫理的な理由で観察データに頼らざるを得ない場合がある。観察データの解析手法が様々な論文によって提案され、その性質が主にシミュレーション実験によって調べられている。一方で、生存時間解析のlog-rank 検定を含む応用上重要な手法の観察データを基にしたときの数学的性質は十分理解されていない。本年度の研究内容は coarsened exact matching (CEM) を用いた log-rank 検定の漸近理論である。この研究は指導教員との共同研究である。CEM と共に用いるための新しい log-rank 検定統計量を提案した。log-rank 検定と CEM を組み合わせた統計手法の数学的性質を研究するために、生存時間解析で用いられるマルチンゲールの枠組みを修正した。研究の主要な結果は、帰無仮説の下での検定統計量の Skorokhod 空間上の弱収束、特に漸近正規性と対立仮説の下での検定の一致性を得た。これらの性質は CEM を用いた log-rank 検定の根拠となる性質である。

The author studies asymptotic theory, which is a mathematical theory used to understand the properties of estimators and statistical tests as the sample size tends to infinity. The research subject is “Asymptotic theory of survival analysis based on observational data”. Observational data is a kind of dataset collected to compare the treatment effect on two groups: the treatment group (a dataset of individuals who received the treatment) and the control group (a dataset of individuals who did not receive the treatment). Such a dataset of two groups is said to be observational data if the treatment assignment is not controlled by researchers when the

data is generated. Observational data is not ideal data because background factors or covariates may be imbalanced between the treatment and the control groups. However, in some situation, we need to use observational data for economical or ethical reasons. Several papers propose statistical methods for analyzing observational data and examine their properties mainly by simulation. On the other hand, mathematical properties of practically important statistical methods, including the log-rank test in the survival analysis, based on observational data are not well understood. The research topic in this year is the asymptotic theory of the log-rank statistic with coarsened exact matching (CEM). This is a collaborative research with the supervisor. We suggest a new log-rank statistic to be used with CEM. The martingale framework used in the survival analysis is modified to study mathematical properties of the statistical method combined with the log-rank test and CEM. The main results of the study are the weak convergence of the log-rank test statistic to a Gaussian process in the Skorokhod topology, implying asymptotically normality under the null hypothesis and the consistency of the log-rank test under the alternative hypothesis. These properties form the basis of the data analysis using log-rank test with CEM.

### C. 口頭発表

1. Log-rank test for imbalanced data with matching, FoPM シンポジウム, 東京大学, 2023 年 2 月
2. Weighted log-rank test for imbalanced data with coarsened exact matching, 確率過程の統計推測の最近の展開 2023, オンライン開催, 2023 年 3 月

板東 克之 (BANDO Katsuyuki)  
(学振 DC1)  
(WINGS-FMSP  
コース生)

#### A. 研究概要

幾何学的手法, とくに幾何学的表現論的な手法を, 整数論的な問題に応用するという目標で研究を行っている.

特に, 整数論において重要な問題である局所ラングランズ対応を, 幾何学的, 圏論的な定式化によって理解することを目標に, 研究を行っている. 本年度もそういった観点から研究を行った.

特に, ラングランズ対応の研究において現れる幾何学的佐武対応と呼ばれる圏同値についての研究をおこなっている. 幾何学的佐武対応は, 簡約代数群に付随する「アファイングラスマン多様体」と呼ばれる空間上の「同変偏屈層」と呼ばれる層の圏と, 双対群上の表現の圏との圏同値のことである. 昨年度は, 主に混標数の幾何学的佐武対応についての研究を行い, 論文を執筆した.

今年度は, 幾何学的佐武対応を, 導来圏と呼ばれる圏まである意味で延長したものである「導来幾何学的佐武対応」について研究を行った. 通常の幾何学的佐武対応は, 等標数においては Mirković–Vilonen により, 混標数においては Zhu により知られている. 導来幾何学的佐武対応は, 等標数においては [BF] で既に知られていたが, 混標数においては知られていなかった. 今年度は, 混標数の導来幾何学的佐武対応を証明し, それについて論文を執筆してプレプリントとしての投稿をおこなった.

その証明は以下のように行った: [BF] の証明はそのままでは混標数では通用しないものになっていた. そこで今回, [BF] の証明を行うという方針ではなく, 等標数と混標数を結びつけることにより, 等標数の結果 [BF] を経由して混標数の証明を行うという方針で証明した. 等標数と混標数を結びつける, “Fargues–Fontaine 曲面” のカルティエ因子のモジュライのようなものを定義し, その上でアファイングラスマン多様体等を定義した. これによって, 等標数のアファイングラスマン多様体上の導来圏と混標数のそれが結びつき, 混標数の導来幾何学的佐武対応を証明することができた.

同様の証明で, アファイングラスマン多様体の代わりにアファイン旗多様体を用いた結果である [Bez] の圏同値 (等標数) を, 混標数でも証明することにも成功した.

今後は, 今回示した圏同値が幾何学的に自然なものになっているかを様々な方向性から研究することを考えている. また, 今回扱ったのは 1 点の上でのアファイングラスマン多様体が関与する対応であるが, Fargues–Scholze が定義した混標数の Beilinson–Drinfeld アファイングラスマン多様体が関与する導来幾何学的佐武対応がどのようなものになるかも考えている.

I am doing research with the goal of applying geometric techniques, especially geometric representation theory techniques, to number theoretic problems.

In particular, my research aims to understand the local Langlands correspondence, which is an important problem in number theory, through a geometric and categorical formulation. This year as well, we did research from that perspective.

Especially, I am studying a categorical equivalence called the geometric Satake correspondence, which appears in the study of the geometric Langlands correspondence. The geometric Satake correspondence is the categorical equivalence between the category of sheaves called “equivariant perverse sheaves” on a space called “an affine Grassmannian” attached to a reduced algebraic group, and the category of representations on the dual group. Last year, I mainly researched the geometric Satake correspondence in mixed characteristics and wrote a paper on it.

This year, I studied on “a derived geometric Satake correspondence,” which in a sense extends the geometric Satake correspondence to a derived category. The usual geometric Satake correspondence is known by Mirković–Vilonen in equal characteristics and by Zhu in mixed characteristics. The derived geometric Satake correspondence was already known in [BF] in

equal characteristics, but not in mixed characteristics. This year, I proved the derived geometric Satake correspondence in mixed characteristics, wrote a paper on it, and submitted it as a preprint.

The proof was done as follows: The proof in [BF] can not be applied in mixed characteristics as it is. Therefore, instead of proving as in [BF], we prove the mixed characteristic result through the equal characteristic one in [BF] by connecting equal and mixed characteristics. We define something like a moduli space of Cartier divisors on the “Fargues–Fontaine surface”, which connects equal characteristics and mixed characteristics, and then define affine Grassmannian and so on over it. By doing this, we can connect the derived category on the affine Grassmannian in equal characteristics to that in mixed characteristics, and prove the derived geometric Satake correspondence in mixed characteristics.

Similarly, we proved the mixed characteristic version of the equivalence in [Bez] in equal characteristic, which is the result of using an affine flag variety instead of an affine Grassmannian. In the future, I am thinking of researching whether these equivalences is geometrically canonical in various senses. In addition, although we have dealt with correspondences involving affine Grassmannian over one point, I am thinking of what the correspondences involving Beilinson–Drinfeld affine Grassmannian in mixed characteristics defined by Fargues–Scholze is like.

#### 参考文献

- [Bez] R. Bezrukavnikov, On two geometric realizations of an affine Hecke algebra, *Publ. Math. Inst. Hautes Etudes Sci.* 123 (2016), 1-67.
- [BF] R. Bezrukavnikov and M. Finkelberg, Equivariant Satake category and Kostant–Whittaker reduction, *Mosc. Math. J.* 8 (2008), no. 1, 39-72, 183.

#### B. 発表論文

1. K. Bando : “ Geometric Satake equivalence in mixed characteristic and Springer correspondence ”, arXiv:2101.11813 (2021).
2. K. Bando : “ Relation between the two geometric Satake equivalence via nearby cycle ”, arXiv:2203.12762 (2022).
3. K. Bando : “Two monoidal structures on Satake category in mixed characteristic ”, arXiv:2302.07376 (2023).
4. K. Bando : “ Derived Satake category and Affine Hecke category in mixed characteristics ”, arXiv:2310.16244 (2023).

#### C. 口頭発表

1. Geometric Satake correspondence in mixed characteristic and Springer correspondence, 代数学コロキウム, 東京大学数理解析研究科, 2021年3月.
2. Geometric Satake correspondence in mixed characteristic and Springer correspondence, 千葉大学代数学セミナー, 千葉大学理学部数学・情報数理学科, 2021年4月.
3. Geometric Satake correspondence in mixed characteristic and Springer correspondence, 仙台広島整数論集会 第20回, 東北大学理学研究科, 2021年7月.
4. Geometric Satake correspondence in mixed characteristic and Springer correspondence, RIMS 共同研究「代数的整数論とその周辺」2021, 京都大学数理解析研究所, 2021年12月.
5. Geometric Satake correspondence in mixed characteristic and Springer correspondence, Algebraic Lie Theory and Representation Theory, 千葉大学理学部数学・情報数理学科, 2022年5月.
6. Relation between the two geometric Satake equivalence via nearby cycle, 京都大学数論合同セミナー, 京都大学数学教室, 2022年5月.
7. Relation between the two geometric Sa-

take equivalence via nearby cycle, Mini-workshop on the geometrization of the local Langlands correspondences, 京都大学数学教室, 2022 年 12 月.

8. Derived Satake category and Affine Hecke category in mixed characteristics, 京都大学数論合同セミナー, 京都大学数学教室, 2024 年 1 月.

## 松田 光智 (MATSUDA Koji)

(学振 DC2)

### A. 研究概要

以前からモジュラー曲線を用いて種々の代数体上の楕円曲線の Mordell–Weil 群の捻じれ部分群として現れ得る群の分類について研究してきた。この分野に関して、超楕円曲線となるようなレベル  $\Gamma_1$  のモジュラー曲線の二次体の合成体上の有理点に関する論文を去年度論文誌に投稿していたが、今年度これのレフェリーレポートが帰ってきたため現在これを修正している。

またこれを発展させ、総実代数体上の totally indefinite な四元数環に付随する PEL type の志村多様体の有理点に関する研究を去年度あたりから行っていた。この分野に関して、レベル  $\Gamma_1$  の志村多様体はかなり多くの代数体上で有理点を持たないこと、Hasse principle が成り立たない場合においてその破れが Brauer–Manin obstruction によって説明できることを今年度に証明し、それを論文にまとめて論文誌に投稿した。またこの論文を研究集会で発表した。さらにレベル 1 の志村多様体に関して同様の事実が成り立つことを証明した。

I have been studying the classification of the possible torsion groups of Mordell – Weil groups of elliptic curves over various number fields using modular curves. Regarding this field, I received a referee report on the article submitted last year on rational points over composite fields of quadratic fields of hyperelliptic modular curves of level  $\Gamma_1$  and now revising it. Further, since last year, I have been studying the rational points of the PEL type Shimura

varieties associated with a totally indefinite quaternion algebra over a totally real number field. Regarding this field, I proved that Shimura varieties of level  $\Gamma_1$  has no rational points over many number fields, and that when Hasse principle fails its violation can be explained by Brauer–Manin obstruction. I wrote an article on these results and submitted a paper to a journal. In addition, I presented this result at a conference. Furthermore, I proved the corresponding result for the Shimura varieties of level 1.

### B. 発表論文

1. K. Matsuda: “Determination of the modular Jacobian varieties  $J_1(M, MN)$  with the Mordell – Weil rank zero”, Res. number theory **9**, 22 (2023).

### C. 口頭発表

1. The Mordell-Weil rank of certain modular Jacobian varieties and torsion points of elliptic curves over cyclotomic fields, 第 5 回数理解新人セミナー, 九州大学, 2022 年 2 月.
2. Torsion points of elliptic curves over multi-quadratic number fields, 第 26 回代数学若手研究会, オンライン, 2022 年 3 月.
3. Torsion points of elliptic curves over cyclotomic fields, 第 21 回仙台広島整数論集会, 東北大学, 2022 年 7 月.
4. Modular Jacobian varieties over cyclotomic fields with the Mordell-Weil rank 0, 代数的整数論とその周辺 2022, 京都大学, 2022 年 12 月.
5. Rational points on Shimura varieties classifying QM-abelian varieties, 第 28 回代数学若手研究会, 早稲田大学, 2024 年 2 月.

向原 未帆 (MUKOHARA Miho)

(学振 DC2)

(WINGS-FMSP

コース生)

#### A. 研究概要

コンパクト群の単純  $C^*$  環への作用からくる包含についての研究をおこなった。作用素環の包含についての研究は von Neumann 環では歴史的に非常によく知られている。コンパクト群  $G$  が因子環  $M$  に極小に作用するとき、すべての中間因子環  $M^G \subset P \subset M$  は、唯一つの閉部分群  $H \leq G$  により、 $P = M^H$  と書ける。ただし、 $M^G$  や  $M^H$  はそれぞれ、群  $G, H$  による不動点環である。また、双対的な結果として、離散群  $\Gamma$  の因子環  $N$  への外部的な作用からくる、部分群  $\Lambda \leq \Gamma$  と中間因子環  $N \subset Q \subset N \rtimes \Gamma$  の対応も知られている。これらは泉-Longo-Popa による有名な結果で、部分群と中間環の対応はガロア対応と呼ばれる。因子環に対するこうした結果はコンパクト量子群やテンソル圏の作用により、近年まで様々な形で一般化されてきた。 $C^*$  環への離散群作用に対する類似の結果は 2019 年に Cameron-Smith によって証明された。一方、コンパクト群作用に対する結果は、有限群の場合や特別な具体例を除いて、部分的な対応のみが知られていた。

本研究では、有限群作用に関する泉の結果を拡張し、作用が Isometrically shift-absorbing であるという仮定の下、一般の第二可算コンパクト群の可分単純  $C^*$  環への作用に対するガロア対応の証明を行った。Isometrically shift-absorbing な作用は、2022 年に Gabe-Szaó により導入され、 $C^*$ -力学系の分類理論で重要となる概念とされている。これは離散群の Kirchberg 環と呼ばれるクラスの環に対する作用では、外部性と同値になることが知られており、自然な仮定である。また、コンパクトアーベル群や射有限群の場合では Kirchberg 環への作用  $G \curvearrowright A$  が Isometrically shift-absorbing であることと、不動点環  $A^G$  が Kirchberg 環であり、相対可換子環  $M(A) \cap (A^G)'$  が自明であることとの同値性が簡単に確かめられる。一方で、上記の結果とは別に、Isometrically shift-absorbing でない作用でガロア対応が成立する例も見つかった。以上が発表論文 2 の内容である。

その後泉先生のご助言により、同様の結果が quasi product action と呼ばれるより広いクラスのコンパクト群作用に対して成立することが判明した。また、単純  $C^*$  環へのコンパクト群作用の場合、極小性と quasi product action であること、isometrically shift-absorbing action であることには良い関係性があることが予想されている。

We studied inclusions arising from compact group actions on simple  $C^*$ -algebras. Inclusions of factors are well studied. The following results were proved by Izumi-Longo-Popa. If an action of compact group  $G$  on a factor  $M$  is minimal, then for every intermediate subfactor  $M^G \subset P \subset M$ , there exists a unique closed subgroup  $H \leq G$  such that  $P = M^H$  holds. As a duality result, it was also proved that if a discrete group  $\Gamma$  admits an outer action on a factor  $N$ , there is a one-to-one correspondence between subgroups  $\Lambda \leq \Gamma$  and intermediate subfactors  $N \subset Q \subset N \rtimes \Gamma$ . These results are well known, and the correspondences between subgroups and intermediate subfactors are called the Galois correspondence. Such results for finite group actions on simple  $C^*$ -algebras were proved by Izumi in 2001. Moreover, the Galois correspondence for discrete group actions on simple  $C^*$ -algebras was proved by Cameron-Smith in 2019. On the other hand, analogue for compact group actions on  $C^*$ -algebras is not well-known except for the case of finite groups. In this study, we extended Izumi's results and proved the Galois correspondence for Isometrically shift-absorbing actions of compact groups on simple separable  $C^*$ -algebras. Isometrically shift-absorbing actions were introduced by Gabe-Szaó for the classification theory of  $C^*$ -algebras with locally compact group actions. In the case of discrete group actions on Kirchberg algebras, Isometrically shift-absorbing actions are equivalent to outer actions. When a compact group  $G$  is profinite or abelian, it is easily checked that an action  $\alpha$  on a Kirchberg algebra  $A$  is isometrically shift-absorbing

if and only if the action is minimal and the fixed point algebra  $A^G$  is purely infinite simple. On the other hand, we found an example of compact group action, which is not isometrically shift-absorbing, and the Galois correspondence holds. These are the results in our article 2. Subsequently, on the advice of Izumi, similar results were obtained for quasi-product actions. Moreover, in the case of compact group actions on simple  $C^*$ -algebras, it is predicted that there is a good relationship between minimal actions, quasi-product actions and isometrically shift-absorbing actions.

#### B. 発表論文

1. M. Mukohara : “ $C^*$ -simplicity of relative profinite completions of generalized Baumslag-Solitar groups”, Publ. RIMS Kyoto Univ. accepted.
2. M. Mukohara: “Inclusions of simple  $C^*$ -algebras arising from compact group actions”, preprint, arXiv:2401.13989.

#### C. 口頭発表

1.  $C^*$ -simplicity of relative profinite completions of generalized Baumslag-Solitar groups, 東大作用素環セミナー, オンライン, 2022 年 1 月.
2.  $C^*$ -simplicity of relative profinite completions of generalized Baumslag-Solitar groups, Young mathematicians in  $C^*$ -algebras, the University of Oslo, 2022 年 8 月, Norway.
3.  $C^*$ -simplicity of relative profinite completions of generalized Baumslag-Solitar groups, 作用素論作用素環論研究集会 2022, 大阪教育大学天王寺キャンパス, 2022 年 12 月.
4.  $C^*$ -simplicity of locally compact groups, NCTS East Asia Core Doctoral Forum in Mathematics, National Taiwan University, 2023 年 1 月, Taiwan.
5.  $C^*$ -simplicity of locally compact groups, 量子解析セミナー, 名古屋大学, 2023 年 1 月.

6.  $C^*$ -simplicity of tdlc groups, Totally disconnected locally compact groups from a geometric perspective, the University of Münster, 2023 年 9 月, Germany.
7. On Galois correspondence for compact group actions of simple  $C^*$ -algebras, Ober seminar at the University of Münster, 2023 年 10 月, Germany.
8. Inclusions of simple  $C^*$ -algebras arising from isometrically shift-absorbing actions, 東大作用素環セミナー, 東京大学, 2024 年 1 月.

#### G. 受賞

2021 年度研究科長賞

#### 吉岡 玲音 (YOSHIOKA Leo)

(FoMP コース生)

#### A. 研究概要

Euclid 空間の可微分埋め込みの空間のホモトピー型を、グラフ複体という組み合わせ的対象を用いて調べている。埋め込みの空間を記述するグラフ複体には、(A) ホモトピー論由来のもの (B) 幾何学的構成由来もの、がある。(A) は、埋め込みの余次元が 3 以上の場合に、埋め込みの空間の有理ホモトピーの次元的情報を全てもつ。一方 (B) は、余次元 2 にも適用できるが、グラフの第一 Betti 数が 1 以下の場合のみでしか、グラフ複体のホモロジーの計算や埋め込みの空間への応用が確立されていなかった。つまり (A) と (B) では、適用範囲や情報の質に差異があった。今年度はこの差異に着目し、(A) と (B) のグラフ複体の関係について研究を行った。また (B) の手法の 2 ループ部分の理論構築を行った。今年度の成果は以下である。

- (A) のグラフ複体の top ホモロジーから (B) のグラフ複体の top ホモロジーへの単射準同型を構成した。
- (B) のグラフ複体の 2 ループ部分から、埋め込みの空間の幾何学的サイクルを構成する体系的方法を確立した。

I am investigating the homotopy types of the spaces of differentiable embeddings of

Euclidean spaces using combinatorial objects called graph complexes.

There are two types of graph complexes used to describe the spaces of embeddings: (A) the one derived from homotopy theory and (B) the one derived from geometric constructions.

The method (A) captures all dimensional information of the rational homotopy of the embedding spaces, when the codimension of embeddings is greater than or equal to 3.

On the other hand, method (B) is applicable even when the codimension is 2, though the computation of its homology and the application to the embedding spaces had only been established when the first Betti number of the graphs is 1 or less.

In this academic year, I focused on these differences and conducted research on the relationship between the graph complexes of (A) and (B). Additionally, I developed the theory of the 2-loop part of method (B).

The achievements of this year are as follows:

- Constructed a monomorphism from the top homology of the graph complex of (A), to that of (B).
- Established a systematic method for constructing geometric cycles of the embedding spaces from the 2-loop part of the graph complex of (B).

#### B. 発表論文

1. Leo Yoshioka : “Cocycles of the space of long embeddings and BCR graphs with more than one loop”, arXiv.2212.01573.
2. Leo Yoshioka : “Two graph homologies and the space of long embeddings”, arXiv.2310.10896.

#### C. 口頭発表

1. Non-trivial cycles of the spaces of long embeddings detected by 2-loop graphs, Topology Seminar, Kansas State University, Kansas, September 2023.

2. Two graph homologies and the space of long embeddings, Topology/Geometry Seminar, University of Oregon, Oregon, October 2023.

3. Two graph homologies and the space of long embeddings, 結び目の数理 VI, 東京女子大学, 2023 年 12 月.

4. Non-trivial cycles of the space of long embeddings detected by 2-loop graphs, East Asian Conference on Geometric Topology, Kyoto University, Japan, February 2024.

5. What is a genuine graph-complex to describe the space of long embeddings modulo immersions?, 第 20 回数学総合若手研究集会, 北海道大学, 2024 年 3 月.

### 吉野 太郎 (YOSHINO Taro)

#### A. 研究概要

近年,モチビック的に有理性問題にアプローチする手法が開発されている (cf. [Kontsevitch-Tschinkel’19], [Nicaise-Shinder’19], [Nicaise-Ottem’21]). その手法では曲線上の性質の良い退化族を具体的に構成する必要がある. その具体的構成は一般に困難であるが, トーリック多様体の超曲面の退化族を組み合わせた論的に構成し, 射影空間の超一般的な超曲面の安定的有理性に言及した先行研究がある [Nicaise-Ottem’22]. 私はグラスマン多様体の超曲面の有理性にこの手法を適用しようと考えたがグラスマン多様体はトーリック多様体ではないため苦労した. そこでトーリック多様体の一般化である雁トーリック多様体を新たに定義した, 雁トーリック多様体はトーリック多様体と類似性質を多く持つことがわかり, 雁トーリック多様体の超曲面の退化族を組み合わせた論的に構成できることがわかった. 応用としてグラスマン多様体  $\text{Gr}_{\mathbb{C}}(2, 5)$  の超一般的な 4 次超曲面が安定的有理ではないことを示した.

In recent years, there has been a development in approaching rationality problems through motivic methods (cf. [Kontsevitch-Tschinkel’19], [Nicaise-Shinder’19], [Nicaise-

Ottem'21]). This approach requires the explicit construction of degeneration families of curves with favorable properties. While the specific construction is generally difficult, [Nicaise–Ottem'22] combines combinatorial methods to construct degeneration families of hypersurfaces in toric varieties and mentions the stable rationality of a very general hypersurface in projective spaces. I attempted to apply this method to the irrationality of hyper surfaces of Grassmannian varieties. However, since Grassmannian varieties are not toric varieties, I struggled. Therefore, I introduced a new generalization of toric varieties called "mock toric varieties". Mock toric varieties have many similar properties to toric varieties, and we can combinatorially construct degenerations of hypersurfaces of mock toric varieties. As an application, a very general hypersurface of degree 4 of the Grassmannian variety  $\text{Gr}_{\mathbb{C}}(2, 5)$  is not stable rational.

## B. 発表論文

1. T. Yoshino: "Stable rationality of hypersurfaces of mock toric varieties", <https://arxiv.org/abs/2312.15605>.

## C. 口頭発表

1. On the degree of irrationality of complete intersections, 東大代数幾何学セミナー, 2023年4月.
2. Stable rationality of hypersurfaces of mock toric varieties(ポスターセッション), 城崎代数幾何学シンポジウム 2023, オンライン, 2023年10月24日10月27日.

## リユー ページャン (LIU PEIJIANG)

### A. 研究概要

今年の研究は、「ニュートン・アバブ・ホッジ」と呼ばれる定理の一般化である。ここで、「ニュートン」とは、特定のクリスタルリジッド・コホモロジーへのフロベニウス作用の跡公式で表した  $L$  関数のニュートン多角形であり、「ホッジ」と

は、ホッジ多角形と呼ばれ、クリスタルが定めた接続のド・ラーム・コホモロジーのホッジ濾過により定義された多角形である。さらに、「アバブ」とは、そのニュートン多角形は常にホッジ多角形の上にあることである。実は、ホッジ理論を適用しホッジ多角形を定義するため、その接続の正則性が不可欠である。この制限により、ディーワーク・クリスタルのリジッド・コホモロジーへのフロベニウス作用の跡公式が定めた  $L$  関数において、ホッジ理論を使って下界を与えることは不可能となった。その原因は、ディーワーク・クリスタルが定めた接続は正則ではないため、指数関数捩れド・ラーム・コホモロジーとも呼ばれるその接続のド・ラーム・コホモロジーにはホッジ理論は適用できないことにある。ここで、ディーワーク・クリスタルは  $p$  進理論において、アルティン・シュライアー層という  $l$  進層の類似である。近年、ホッジ理論の一般化として、非正則ホッジ理論をサバー氏により導入された。その結果、ホッジ濾過の一般化として、指数関数捩れド・ラーム・コホモロジーに非正則ホッジ濾過と呼ばれる濾過を定義することが可能になった。そして、非正則バージョンの「ニュートン・アバブ・ホッジ」を構築す課題は自ずから現れている。特定の条件を満たすディーワーク・クリスタルに対し、アドルフソン・スペルベルが導入した  $p$  進理論を用いて  $L$  関数を評価する方法を活かして、このような主張は成立することを確認させた。今は、クンマー捩れディーワーク・クリスタルに対して、この主張を証明することに力を注いでいる。キー・ステップは、アドルフソン・スペルベルの方法を活用するために、関わるド・ラーム・コホモロジーに対し、非正則ホッジ加群を構築することである。さらに、アドルフソン・スペルベルの方法を一般化するのも、今後の研究の目標である。方針として、先ず  $l$  進理論においてその主張の類似をよく理解した上で、この考え方を活かして、さらに  $p$  進理論を用いて証明を探すことである。

The goal of the research of this year is to generalize the *Newton above Hodge* theorem. Here, *Newton* means the Newton polygon of a  $L$ -function which can be represented by the trace of Frobenius action on rigid cohomologies of a

certain crystal; *Hodge* means the Hodge polygon which is determined by the Hodge filtration on de Rham cohomologies of a corresponding connection. *Above* means that the Newton polygon always lies above the Hodge polygon. However, in order to apply Hodge theory to the de Rham cohomologies to obtain Hodge filtrations, the connection is required to be regular. This limitation makes it not possible to get a lower bound by Hodge theory for the  $L$ -function which is represented by the trace of Frobenius action on rigid cohomologies of Dwork crystal, which is an  $p$ -adic analogue to Artin-Schreier sheaf in  $\ell$ -adic theory, since the corresponding connection is not regular in this case, and whose de Rham cohomologies are called exponentially twisted ones. Fortunately, in recent years, a generalization of Hodge theory, which is called *irregular Hodge theory*, is introduced by Sabbah so that it becomes possible to define a filtration, which is called the *irregular Hodge filtration* on the exponentially twisted de Rham cohomologies. Then, the natural question is to ask whether there is an irregular version of *Newton above Hodge* theorem, which claims that the Newton polygon associated to Dwork crystal lies above the polygon determined by the irregular Hodge filtration associated to the exponentially twisted de Rham cohomologies. We verified that this is true under some conditions, based on an  $p$ -adic estimation of  $L$ -functions by Adolphson and Sperber, and some comparison theorems of filtrations. Now, I am working on generalizing the theorem further to Kummer twisted Dwork crystals. The key part of the work is to construct an irregular Hodge module for the de Rham cohomologies and prove a comparison theorem of the filtrations so that the strategy of Adolphson and Sperber can be applied. Next, the work would be to generalize the estimation of Adolphson and Sperber, so that some condition could be removed. We are doing this by first considering an  $\ell$ -adic companion, and then constructing a

$p$ -adic analogue.

### C. 口頭発表

1. The characteristic cycles of non-confluent  $\ell$ -adic GKZ hypergeometric sheaves, 2022 年 7 月 6 日, 東大数理代数学コロキウム, 東京大学
2. The characteristic cycles of non-confluent  $\ell$ -adic GKZ hypergeometric sheaves, 2022 年 7 月 14 日, 第 21 回仙台広島整数論集会, 東北大学

### ☆ 1 年生 (First Year)

#### 安達 充慶 (ADACHI Mitsuyoshi)

(FoPM コース生)

#### A. 研究概要

4 次元閉スピン多様体に対して定義される Seiberg–Witten 写像から得られる幾何学的対象についての研究を行い、次の結果を得た。(本来は  $X$  の族に対しての主張としてとらえるべきだが、ここでは 1 点上の族の主張として述べる。)  $X$  が  $K3$  曲面とホモトピー同値な 4 次元有向閉多様体であるとする。  $X$  にスピン構造が与えられていると仮定する。このとき、  $X$  の自己双対調和 2 形式からなるベクトル空間  $\mathcal{H}^+(X)$  にカノニカルなスピン構造を構成することができる。

証明に用いる手法の根底となるアイデアは、修士論文において用いた「Seiberg–Witten 写像の摂動を  $S(\mathcal{H}^+(X))$  でパラメトライズする」というものである。この状況で、「Seiberg–Witten 写像の変形の  $K$  理論的写像度の代表元レベルでの構成」を行うことで上記の結果が証明される。

I have studied the geometric objects obtained from the Seiberg–Witten map defined for a closed spin 4-manifold. I obtained the following results. (This should be taken as a statement for families of  $X$ , but here we discuss families on a point.) Let  $X$  be an oriented closed 4-manifold homotopy equivalent to a  $K3$  surface. Assume that  $X$  is given a spin structure. Then we can construct a canonical spin structure on the vector space  $\mathcal{H}^+(X)$  consisting of self-dual

harmonic 2-forms of  $X$ .

The method of the proof is based on the idea of “parametrizing the perturbation of the Seiberg–Witten map by  $S(\mathcal{H}^+(X))$ ” used in my master thesis. In this situation, the above result is proved by “constructing the  $K$ -theoretic mapping degree of a deformed Seiberg–Witten map at the representative level”.

#### B. 発表論文

1. 安達充慶：“4次元多様体束の構造群の簡約可能性と自己双対調和2形式全体がなすベクトル束の関係”, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2023) .

#### C. 口頭発表

1. The structure groups of a 4-manifold bundle and its relation to the vector bundle which consists of self-dual harmonic 2-forms, FoPM International Symposium, 東京大学, 2023年2月.
2. A gerbe-like construction in gauge theory, Gauge Theory Seminar(オンライン), 2023年7月.

### 荒井 勇人 (ARAI Hayato)

#### A. 研究概要

代数多様体の導来圏について、ミラー対称性の観点から研究している。ホモロジー的ミラー対称性は代数多様体  $X$  を別のシンプレクティック多様体  $Y$  に結びつけるが、特に  $X$  の導来圏の自己同値と  $Y$  の自己同型の対応を示唆する。Seidel–Thomas による、Dehn 捻りに対応する球面捻り関手の構成がその基本的な例である。

私は昨年度の論文1において、球面捻り関手の変種を一般的な状況で構成し、低次元の例では2次元トポロジーでの半捻りに対応することを示した(半捻り関手)。本年度の研究ではこの半捻り関手を用いて、退化した楕円曲線(小平ファイバー)の導来圏の自己同値群と、二重アファインブレイド群の関連を示した。これらの曲線と群はともにADE型の分類に従い、A型の一部の場合にはミラー対称性によって関連づく。この結果はそれをDE型に拡張するものである。

I am studying derived categories of algebraic varieties from the perspective of mirror symmetry. Homological mirror symmetry relates an algebraic variety  $X$  to another symplectic manifold  $Y$ . In particular, it suggests a correspondence between the autoequivalences of the derived category of  $X$  and the automorphisms of  $Y$ . A fundamental example of this observation was given by Seidel and Thomas, who constructed new autoequivalences called spherical twists as a counterpart of Dehn twists.

Last year, I developed a certain variant of spherical twists, which we call half-spherical twists, and showed that in low-dimensional examples they correspond to half-twists in two-dimensional topology. This year, I used half-spherical twists to show a relation between the autoequivalences of the derived categories of singular elliptic curves (Kodaira fibers) and the double affine braid groups. Both of them are subject to ADE classifications. The relation in type A cases directly follows from homological mirror symmetry. This result extends the correspondence to include type DE cases.

#### B. 発表論文

1. H. Arai: “Half-spherical twists on derived categories of coherent sheaves”, arXiv:2302.12501.

#### C. 口頭発表

1. 代数多様体の導来圏の半捻り関手、正標数体上の代数多様体および連接層の導来圏に関するミニワークショップ、東京都立大学、2023年3月
2. Half-spherical twists on derived categories of coherent sheaves, 阪大代数幾何学セミナー、大阪大学、2023年4月
3. 代数多様体の導来圏の半捻り関手、リーマン面に関連する位相幾何学、東京大学、2023年8月
4. 代数多様体の導来圏の半捻り関手、特異点セミナー、日本大学文理学部、2024年1月
5. Double affine braid group actions on derived categories of Kodaira fibers, 数理新

人セミナー、名古屋大学、2024年2月

6. Double affine braid group actions on derived categories of Kodaira fibers, 第20回数学総合若手研究集会、北海道大学、2024年3月

#### G. 受賞

1. 2022年度 数理科学研究科研究科長賞（修士過程）

### 石倉 宙樹 (ISHIKURA Hiroki)

(学振 DC1)

(WINGS-FMSP

コース生)

#### A. 研究概要

離散群の確率保測作用に関する軌道同値関係を考える。軌道同値関係の部分同値関係に対し、co-spectral radius が定義できることが Abert-Fraczyk-Hayes によって明らかにされた。私は正規部分同値関係の co-spectral radius の研究を行った。特に、正規部分同値関係に対し別の部分同値関係との交わりを取ったときの、co-spectral radius のふるまいを考察した。そして、Fraczyk-van Limbeek による co-amenable invariant random subgroup に関する結果の、ある意味での同値関係への拡張を得ることができた。

Consider the orbit equivalence relation of a probability-measure-preserving action of a discrete group. It turns out that the co-spectral radius can be defined for a subrelation of the orbit equivalence relation by the work of Abert-Fraczyk-Hayes. I studied co-spectral radius of normal subrelations. In particular, I investigated how the co-spectral radius of a normal subrelation changes after taking intersection with another subrelation. As a result, I extended the work of Fraczyk-van Limbeek about co-amenable invariant random subgroup to orbit equivalence relations in some sense.

#### B. 発表論文

1. H. Ishikura : “Free metabelian groups are permutation stable”, preprint,

arXiv:2301.07586.

#### C. 口頭発表

1. Permutation stability of finitely generated free metabelian groups, 作用素環セミナー、東京大学、2022年11月.
2. Permutation stability and invariant random subgroups, 作用素環セミナー、京都大学、2023年5月.
3. Permutation stability of free metabelian groups, New Aspects of Teichmüller theory, 東京大学、2023年7月.
4. Permutation stability of free metabelian groups, リーマン面に関連する位相幾何学、東京大学、2023年8月.
5. Permutation stability of free metabelian groups, 作用素環論の最近の進展、京都大学、2023年9月.

#### G. 受賞

1. 2022年度 数理科学研究科長賞

### 井上 卓哉 (INOUE Takuya)

(学振 DC1)

(FoPM コース生)

#### A. 研究概要

今年度は主に平面分割に関する全単射組合せ論の研究を行った。年度の前半では修士論文でも扱った交代符号行列 (ASM : alternating sign matrices) に関する研究を行った。修士論文で定義した、符号付き全単射の自然さを測る両立条件という概念を用いて、従来よりも自然な ASM に関連する符号付き全単射を構成した。この結果は修士論文の内容と合わせて論文として投稿し、研究集会 Symmetries and Integrability of Difference Equations (SIDE 14.2) でのポスター発表も行った。年度の後半では quasi-transpose complementary plane partitions (QTCPP) と symmetric plane partitions (SPP) との間の全単射の構成というテーマに取り組んだ。このテーマについてはある程度の進捗はあるが完全な解決には至っていない。

他に、周期グラフの配位数列に関する研究を中村勇哉助教と行った。周期グラフは結晶構造を数学

的に記述する際に自然と現れる対象であり、もともとスタディグループの題材として周期グラフの配位数列について議論されていた。(課題提供者：中川淳一先生) 周期グラフの配位数列が準多項式となることはすでに中村先生らの研究で明らかにされていた。本研究ではその準周期と例外項数の上界を求め、準多項式を証明付きで具体的に決定するアルゴリズムを構成した。結果として従来から知られていた結果の別証明を与えることもでき、有理多面体に含まれる格子点の数え上げに関する理論である Ehrhart 理論の綺麗な拡張が得られた。

This year, the primary focus of my research was on studying bijective combinatorics pertaining to plane partitions. In the first half of the year, I conducted research on alternating sign matrices (ASM), a topic also addressed in my master's thesis. Utilizing the concept of compatibility conditions, defined in the thesis to measure the naturalness of signed bijections, I constructed signed bijections pertaining to ASM that are more natural than those conventionally known. These results were submitted as a paper along with the content of the thesis. I also presented it as a poster at the research conference *Symmetries and Integrability of Difference Equations (SIDE 14.2)*.

In the latter half of the year, I directed my attention towards the theme of constructing a bijection between quasi-transpose complementary plane partitions (QTCPP) and symmetric plane partitions (SPP). While progress was made to some extent, a complete resolution has not been achieved yet.

Besides this, a study was conducted with Assistant Professor Y. Nakamura on the topic of coordination sequences of periodic graphs. Periodic graphs emerge naturally in describing crystalline structures mathematically. At first, this theme was provided by Professor J. Nakagawa and discussed in the study group. It was previously established in Nakamura et al.'s research that the coordination sequences

of periodic graphs become quasi-polynomials. We formulated the quasi-period and the upper bound of the number of exceptional terms and constructed an algorithm to determine quasi-polynomials explicitly. As a result, this provided an alternative proof and a beautiful extension of Ehrhart theory, which deals with enumerations of lattice points contained in rational polytopes.

## B. 発表論文

1. Inoue, T.: "A combinatorial structure of Gelfand-Tsetlin patterns and a natural bijection between monotone triangles and shifted Gelfand-Tsetlin patterns (Gelfand-Tsetlin patterns の組合せ的構造及び monotone triangles と shifted Gelfand-Tsetlin patterns の間の自然な符号付き全単射)", 2022 年度修士論文
2. Inoue, T. and Nakamura, Y.: Ehrhart theory on periodic graphs. arXiv:2305.08177 (2023)
3. Inoue, T.: New bijective proofs pertaining to alternating sign matrices. arXiv:2306.00413 (2023)
4. Inoue, T. and Nakamura, Y.: Stratified Ehrhart ring theory on periodic graphs. arXiv:2310.19569 (2023)

## C. 口頭発表

1. 組合せ的对象における特徴量と符号付き全単射の両立条件及びその応用, 研究集会「非線形波動から可積分系へ 2022」, 久留米工業大学, 2022 年 11 月.
2. A natural bijection between monotone triangles and shifted Gelfand-Tsetlin patterns, FoPM symposium, 東京大学, 2023 年 2 月
3. A natural bijection between monotone triangles and shifted Gelfand-Tsetlin patterns, Symmetries and Integrability of Difference Equations, ワルシャワ大学, ポーランド, 2023 年 6 月

## G. 受賞

東京大学総長賞, 2021 年度

### 大貫 紘嵩 (ONUKI Hirotaka)

#### A. 研究概要

混標数の双有理幾何学について考察した。標数 0 や正標数の体上での双有理幾何学の定理に対して、混標数でも類似の定理を得ることがひとつの目標である。

近年、混標数の可換環論の発達により、混標数の双有理幾何学も大きく進展した。特に、標数 0 や正標数では藤田自由性予想のある特別な場合が以前に示されていたが、混標数でも類似の結果が確立された (Bhatt-Ma-Patakfalvi-Schwede-Tucker-Waldron-Witaszek 2023)。標数 0 や正標数では、この結果の相対版として、多重標準層の順像について大域生成性が知られていて、これは代数的ファイバー空間への応用をもつ (Popa-Schnell 2014, 江尻 2024)。今年度は、この大域生成性の混標数類似物を証明し、その応用も与えた。成果は論文にまとめて投稿する予定である。

I have studied birational geometry in mixed characteristic, aiming to provide analogs to theorems in birational geometry over fields of characteristic zero and of positive characteristic.

Recent breakthroughs in commutative algebra in mixed characteristic has led to developments of birational geometry in mixed characteristic.

In particular, a mixed characteristic analog was given to a special case of Fujita's freeness conjecture that is known in characteristic zero and  $p > 0$  (Bhatt-Ma-Patakfalvi-Schwede-Tucker-Waldron-Witaszek 2023). As a generalization of this special case to the relative setting in characteristic zero and  $p > 0$ , an effective global generation result was established for direct images of pluricanonical sheaves (Popa-Schnell 2014, Ejiri 2024). This result has been applied to the properties of algebraic fiber spaces. I have proven a mixed characteristic analog of this global generation result and obtained its applications. I am going to submit these re-

sults to a journal.

#### B. 発表論文

1. H. Onuki: "On the effective generation of direct images of pluricanonical bundles in mixed characteristic", in preparation.
2. 大貫紘嵩: "混標数の藤田自由性予想について", 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2022) 23 ページ.

#### C. 口頭発表

1. 混標数の藤田自由性予想について, 特異点セミナー, 日本大学文理学部, 2023 年 11 月.
2. On Fujita's freeness conjecture in mixed characteristic (poster), 城崎代数幾何学シンポジウム, 城崎国際アートセンター, 2023 年 10 月.
3. 混標数の藤田自由性予想について, 日本数学会秋季総合分科会, 東北大学川内北キャンパス, 2023 年 9 月.
4. Cohen-Gabber の定理, 可換環論サマースクール, 東京工業大学大岡山キャンパス, 2023 年 8 月.
5. 混標数の藤田予想と regular finite cover を持つ特異点, 東京可換環論セミナー, オンライン, 2021 年 12 月.

### 岡 優丞 (OKA Yusuke)

#### A. 研究概要

非線形放物型方程式の解が有する空間的な特異性に関心を持っている。今年度は主に以下の 2 つのことを研究した。

1. 半線形放物型方程式の Cauchy 問題の初期値の属するクラスについて, 熱核による Besov ノルムの表示を用いた特徴づけを行った。特に, 重み付き Besov 空間に於ける, 熱核の減衰評価を得た。また, 半線形放物型方程式系に対する応用を検討した。
2. 外力付き平均曲率流方程式の解のクエンチング現象 (= 正值解の下限が有限時間で 0 に至ること) について研究した (三竹大寿氏, Hung V. Tran 氏との共同研究)。クエ

ンチング現象の有無について、「初期値と外力項との関係」という視点でいくつかの結果を得た。特に  $\varepsilon$ -limit quenching の概念を導入し、その有無に関して、解のア priori 評価に基づき、粘性解の枠組みで議論した。

I am interested in the spatial singularity of solutions for nonlinear parabolic equations. This year I have mainly studied the following two subjects.

1. I characterized the class of initial data for a Cauchy problem of semilinear heat equations by means of a characterization of Besov spaces via heat kernel. In particular, I obtained a decay estimate of heat kernel in weighted Besov spaces.
2. I studied so-called quenching phenomena of solutions for the Cauchy problems of forced mean curvature flows (with Prof. Mitake and Prof. Tran). We have some results in terms of the relationship between the forcing term and the initial datum for the occurrence of quenching. In particular, we introduced the concept of “ $\varepsilon$ -limit quenching” and argued under a framework of viscosity solutions.

#### B. 発表論文

1. Y. Oka and E. Zhanpeisov: “Existence of solutions for time fractional semilinear parabolic equations in Besov–Morrey spaces”, arXiv:2305.05969, (2023).
2. H. Mitake, Y. Oka and H. V. Tran: “Quenching for axisymmetric hypersurfaces under forced mean curvature flows”, arXiv:2401.05156, (2024).

#### C. 口頭発表

1. Quenching for axisymmetric hypersurfaces under forced mean curvature flows, The 14th Taiwan-Japan joint workshop for young scholars in applied mathematics, 明治大学, 2024 年 2 月.

2. Quenching for axisymmetric hypersurfaces under forced mean curvature flows, 第 25 回北東数学解析研究会ポスターセッション, 北海道大学, 2024 年 2 月.
3. A relation between a solution to Hénon type equations and initial data, 楕円型・放物型微分方程式研究集会, 龍谷大学, 2023 年 11 月.
4. 時空スケール不変な空間での藤田方程式の解と初期値の関係について, 偏微分方程式合同研究会, レクトーレ湯河原, 2023 年 9 月.
5. 時間分数冪微分を含む半線形放物型方程式の局所・大域可解性, 浜松偏微分方程式セミナー, 静岡大学, 2023 年 4 月.
6. Existence of solutions for time fractional semilinear parabolic equations in Besov–Morrey spaces, 第 24 回北東数学解析研究会ポスターセッション, 東北大学, 2023 年 2 月.
7. Existence of solutions for time fractional semilinear heat equations in Besov–Morrey spaces, 偏微分方程式合同研究会, レクトーレ湯河原, 2022 年 9 月.

#### G. 受賞

1. The 14th Taiwan-Japan joint workshop for young scholars in applied mathematics Research Award, 2024 年 2 月.
2. 第 25 回北東数学解析研究会ポスターセッション優秀ポスター賞, 2024 年 2 月.

片山 翔 (KATAYAMA Sho)

(学振 DC1)

(FMSP 生)

#### A. 研究概要

本年度は主に半空間上の優臨界スカラーフィールド方程式の境界値問題

$$\begin{cases} -\Delta u + u = u^p & \text{in } \mathbb{R}_+^N, \\ u > 0 & \text{in } \mathbb{R}_+^N, \\ u(x', x_N) \rightarrow 0 & \text{as } x_N \rightarrow +\infty \text{ for } x' \in \mathbb{R}^{N-1}, \\ u(x', 0) = \kappa\mu(x') & \text{for } x' \in \mathbb{R}^{N-1}. \end{cases} \quad (\mathbf{P}_\kappa)$$

の解構造に関する研究を行った。ここで、 $p > 1$  であり、 $\mu$  は適当な可積分性条件をみたす非負値非自明のラドン測度、 $\kappa > 0$  はパラメータである。本研究では、とくに Sobolev 優臨界  $N \geq 3$ ,  $p > p_S := (N+2)/(N-2)$  の場合に、問題  $(P_\kappa)$  の解の存在/非存在の  $\kappa$  の値による分類、および分岐構造に関する考察を行った。問題  $(P_\kappa)$  の主な困難な点は、優臨界な非線形性および領域の非有界性に起因するコンパクト性条件の崩れにより、変分法および既存の分岐理論の適用ができない点にある。

本年度の主結果を述べる。逐次近似法により、 $N, p, \mu$  に依存する臨界定数  $\kappa^* > 0$  が存在し、 $0 < \kappa < \kappa^*$  のときは問題  $(P_\kappa)$  は解をもち、 $\kappa > \kappa^*$  のときは問題  $(P_\kappa)$  は解をもたないことを示した。さらに、最小解の安定性に基づく一様評価により、 $p$  に関する適切な条件のもと、 $\kappa = \kappa^*$  のときは問題  $(P_\kappa)$  は一意的な解  $u^*$  をもつことを示した。さらに、分岐理論の適用により、 $\kappa < \kappa^*$  が  $\kappa^*$  に十分近いときは  $u^*$  から分岐する 2 つの解が存在することを示した。ただし、既存の枠組みでは領域の非有界性によって線形化作用素のフレドホルム性が崩れるため分岐理論の適用に困難が生じる。そこで、適切な枠組みと新たな手法により、線形化作用素のフレドホルム性を回復した。また、その過程で副次的に半空間上の線形スカラーフィールド方程式の境界値問題  $-\Delta v + v = f$  in  $\mathbb{R}_+^N$ ,  $v = 0$  on  $\partial\mathbb{R}_+^N$  の解に関する最適な重み付き  $L^p$ - $L^q$  評価を得た。

This year, I mainly studied a structure of solutions to boundary problems of supercritical scalar field equations

$$(P_\kappa) \quad \begin{cases} -\Delta u + u = u^p & \text{in } \mathbb{R}_+^N, \\ u > 0 & \text{in } \mathbb{R}_+^N, \\ u(x', x_N) \rightarrow 0 & \text{as } x_N \rightarrow +\infty \text{ for } x' \in \mathbb{R}^{N-1}, \\ u(x', 0) = \kappa\mu(x') & \text{for } x' \in \mathbb{R}^{N-1}. \end{cases}$$

Here,  $p > 1$ ,  $\mu$  is a nonnegative nontrivial Radon measure with suitable integrability conditions, and  $\kappa > 0$  is a parameter. In this study, I considered a classification of the existence/nonexistence and a bifurcation structure of solutions to problem  $(P_\kappa)$ , in particu-

lar in the Sobolev supercritical case  $N \geq 3$ ,  $p > p_S := (N+2)/(N-2)$ . A main difficulty of problem  $(P_\kappa)$  is that the calculus of variations and existing bifurcation theories are not applicable due to a lack of compactness conditions coming from the supercritical nonlinearity and the unboundedness of the domain.

I give the main result. By the iteration method, I proved that there is a critical constant  $\kappa^* > 0$ , depending on  $N, p$ , and  $\mu$ , such that if  $0 < \kappa < \kappa^*$  then problem  $(P_\kappa)$  possesses a solution, and if  $\kappa > \kappa^*$  then problem  $(P_\kappa)$  possesses no solutions. Also, by uniform estimates of minimal solutions based on their stability, I proved that under a suitable condition on the exponent  $p$ , there is a unique solution  $u^*$  to problem  $(P_\kappa)$ . Furthermore, by an application of a bifurcation theory, I proved that if  $\kappa < \kappa^*$  is sufficiently close to  $\kappa^*$  then problem  $(P_\kappa)$  possesses two solutions bifurcating from  $u^*$ . We note that it is difficult to apply a bifurcation theory in existing frameworks due to a lack of Fredholm properties of linearized operator, coming from the unboundedness of the domain. To overcome this difficulty, I recovered Fredholm properties of linearized operators with an appropriate framework and a new method. Also, in this process, I secondarily obtained an optimal weighted  $L^p$ - $L^q$  estimate for a solution to a boundary value problem of the linear scalar field equation on  $\mathbb{R}_+^N$ ,  $-\Delta v + v = f$  in  $\mathbb{R}_+^N$ ,  $v = 0$  on  $\partial\mathbb{R}_+^N$ .

## B. 発表論文

1. K. Ishige and S. Katayama: “Supercritical Hénon type equation with a forcing term”, to appear in Adv. Nonlinear Anal.
2. S. Katayama: “Thresholds for the existence of solutions to supercritical elliptic problems”, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2023)
3. S. Katayama: “Semilinear elliptic problems on the half space with a supercritical nonlinearity”, preprint arXiv:

2310.17001. (2023)

### C. 口頭発表

1. 優臨界楕円型問題の解の存在・非存在の閾値, 浜松偏微分方程式セミナー, 静岡大学工学部, 2023年4月.
2. A supercritical elliptic problem in the half space with an inhomogeneous boundary condition, The 13th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, University of North Carolina Wilmington, USA, 2023年5,6月.
3. A supercritical Hénon equation with a forcing term, 第48回偏微分方程式札幌シンポジウム, 北海道大学理学部, 2023年8月.
4. 外力項つき優臨界 Hénon 型方程式第17回若手のための偏微分方程式と数学解析, 九州大学西新プラザ, 2024年2月.
5. An inhomogeneous boundary value problem for the Lane–Emden equation on a cone, The 14th Taiwan–Japan Joint Workshop for Young Scholars in Applied Mathematics, 明治大学総合数理学部, 2024年2月.

### 軽部 友裕 (KARUBE Tomohiro)

(WINGS-FMSP  
コース生)

#### A. 研究概要

現在は安定性条件を双有理幾何やミラー対称性から研究している. 安定性条件は Bridgeland により数理物理における安定性の概念の定式化として定義された. 三角圏に対して定義される安定性条件は様々あり, 安定性条件全体は複素多様体になることが知られている. この複素多様体はミラー対称性を通じて, ミラー多様体の複素構造のモジュライ空間と関係があると考えられている. 昨年度は楕円曲線の退化で得られるような特異的な曲線に対して, 安定性条件の空間を決定した. 加えて, 安定性条件の空間と導来圏の自己同値群との関係性を証明した.

近年, 導来圏の分解を安定性条件の空間のパスから得る方法が提示された. 半直交分解とよばれる導来圏の分解は双有理変換との関係がある. そのため, 安定性条件の空間の幾何から双有理変換を捉えられると期待している.

現在, その第一段階としてこのパスの明示的な記述を曲面のブローアップの場合に与えようと考えている.

I have recently been studying Bridgeland stability conditions from the perspective of birational geometry and mirror symmetry. Bridgeland stability conditions are defined by Bridgeland, and they are inspired by the work in string theory. There exist some stability conditions on triangulated categories. The sets of the stability conditions are known to be a complex manifolds. In the case of Calabi–Yau varieties, these spaces are expected to related to the moduli space of complex structures of mirror varieties. Last year, I studied stability conditions on reducible Kodaira curves obtained from degenerations of elliptic curves. I described connected components of the spaces of stability conditions and compute the groups of deck transformations of those connected components.

I expect that we can understand birational transformations from the geometry of the space of stability conditions. As a first step in this process. I try to give an explicit description of this path in the case of the blowup of a surface.

#### B. 発表論文

1. Karube, Tomohiro. "Stability conditions on degenerated elliptic curves." arXiv preprint arXiv:2301.09453 (2023).

#### C. 口頭発表

1. 軽部友裕, 「退化した楕円曲線の安定性条件について」, 第6回数理新人セミナー, 九州大学, 2月, 2023年
2. Tomohiro Karube, "Stability conditions on degenerated elliptic curves."、GTM Seminar, Kavli IPMU, 3月, 2023年
3. 軽部友裕, 「退化した楕円曲線の安定性条

件について」、正標数体上の代数多様体および接続層の導来圏に関するワークショップ、東京都立大学、3月、2023年

4. 軽部友裕、「退化した楕円曲線の安定性条件について」、阪大代数幾何セミナー、大阪大学、5月、
5. Tomohiro Karube, "Stability conditions on degenerated elliptic curves." ,Derived Categories, Moduli Spaces, and Counting Invariants ,Imperial College London,7月,2023年(英語のポスター発表)
6. 軽部友裕、「安定性条件と半直交分解」、第7回数理解新人セミナー、名古屋大学、2月、2023年

#### F. 対外研究サービス

1. 第7回数理解新人セミナー 世話人

#### G. 受賞

1. 研究科長賞(修士)2022年度

### 塩谷 天章 (SHIOTANI Takaaki)

(WINGS-FMSP  
コース生)

#### A. 研究概要

Neyman-Scott 点過程は、観測不能な「親」である齊次ポアソン過程の各点を中心として、観測可能な「子」となる点がクラスター状に生成されるという構造をもつ点過程のクラスであり、様々な現象のモデリングに応用されてきた。修士過程では、Neyman-Scott 点過程のような、尤度を直接書き下すことが難しい点過程モデルの統計推測の漸近理論に取り組んだ。博士課程では、Neyman-Scott 点過程モデルの統計推測の実データへの応用として、高頻度金融データにおける lead-lag 効果の推定問題に取り組んでいる。Lead-lag 効果とは、2つの時系列データの間時間に時間差のある相関関係が生じる現象のことである。例えば S&P 500 指数とその先物の間には、lead-lag 効果が観察されることが報告されている。2銘柄の取引時刻データを、ノイズを付加した変量 Neyman-Scott 点過程によってセミパラメトリックにモデル化し、疑似尤度最大化推定量によるパラメータ推定法を構築した。モデル化の際に散布カーネルの形状を選択

する必要があるが、当初の選択だった指数カーネルでは実データの相関構造を説明できなかつたため、代わりに原点で発散できるガンマカーネルを採用したところ、実データの相関構造をうまくとらえることができた。また、目的関数をクンマーの超幾何関数を用いて書き直すことで、数値計算を効率化することができた。しかし、構成したモデルは数値的にはうまくいくものの、理論としては、ガンマカーネルが原点で発散することが原因で、筆者の修士論文や先行研究で扱われている漸近理論の仮定の範囲を超えてしまうことがわかった。ただし、高次モーメントを丁寧に評価することで非有界性に起因する困難を解消し、推定量の一致性や漸近正規性を証明することができると考えている。このことについて現在論文を執筆中である。

The Neyman-Scott point process is characterized by a structure where observable 'child' points are clustered around each point of an unobservable 'parent,' a homogeneous Poisson process. It has been applied in modeling various phenomena. During my master's program, I worked on the asymptotic theory of statistical inference for point process models like the Neyman-Scott point process, whose likelihood functions are complicated due to latent variables.

I modeled the real trade time data of two stocks using the Neyman-Scott point process with added noise and constructed a parameter estimation method using a maximum quasi-likelihood estimator. Initially, an exponential kernel was chosen for the dispersion kernel in modeling, but they failed to explain the correlation structure of the real trade data. Therefore, I adopted a gamma kernel capable of diverging at the origin, successfully capturing the real data's correlation structure. Furthermore, I optimized numerical calculations by rewriting the objective function using Kummer's hypergeometric function.

However, while the model constructed performs well numerically, theoretically, the gamma ker-

nel's divergence at the origin exceeds the assumptions of the asymptotic theory discussed in my master's thesis and previous studies. Nevertheless, I believe that by carefully evaluating higher moments, the difficulties arising from the unboundedness can be solved, and the consistency and asymptotic normality of the estimator can be proven. I am currently writing a paper on this subject.

### C. 口頭発表

1. 多変量 Neyman-Scott 点過程の統計推測とその高頻度金融データ解析への応用, 統計関連学会連合大会, 2023 年 9 月.
2. Modeling lead-lag effects using bivariate Neyman-Scott processes with gamma kernels, Stochastic Analysis and Statistics 2024, 東京大学駒場キャンパス, 2024 年 2 月.

### G. 受賞

1. 統計関連学会連合大会 コンペティション 講演セッション 優秀賞, 2023 年

## 鄒勇攀 (ZOU Yongpan)

(学振 DC1)

### A. 研究概要

今年、滑らかな射影多様体上の弱充分な除数の消滅定理を最初に学びます。その後、付随カノニカル束の直接像層の正值性を調べます。

代数幾何学の重要なトピックの 1 つは、層のコホモロジー群の消滅です。古典的な Cartan–Serre–Grothendieck の定理によれば、コンパクトな複素多様体  $X$  上の直線束  $L$  が充分条件であるための必要十分条件は、任意のコヒーレント層  $\mathcal{F}$  に対して、正の整数  $m_0 = m_0(X, \mathcal{F}, L)$  が存在し、 $H^q(X, \mathcal{F} \otimes L^{\otimes m}) = 0$  がすべての  $q > 0$  および  $m \geq m_0$  に対して成り立つということです。この定理により、 $k$ -充分な直線束が定義され、層のコホモロジー群の消滅が  $q > k$  の場合に起こります。ただし、 $k$ -充分な直線束については、 $X$  が射影的である場合でも、小平消滅は必ずしも成り立ちません。

私の主な結果は、 $k$  充分な除数に関する小平–Sito

の消滅定理です。次の消滅定理が成り立つことを見つけます。 $X$  を滑らかな射影多様体とし、 $D$  を  $X$  上の減少有効除数とします。もし  $D$  がある  $k$ -充分な除数のサポートであるならば、

$$H^q(X, K_X \otimes \mathcal{O}_X(D) \otimes \mathcal{J}((1 - \epsilon)D)) = 0,$$

ここで、 $q > k$  です。ここで、 $\mathcal{J}((1 - \epsilon)D)$  は  $\mathbb{Q}$ -除数  $(1 - \epsilon)D$  に関連する乗法的イデアル層であり、 $0 < \epsilon \ll 1$  です。

私の 2 番目の研究トピックは、射影多様体間の滑らかな写像  $f : X \rightarrow Y$  の下で関連する接線束の直接像  $f_*(K_{X/Y} \otimes L)$  の正值性の性質を調べることです。 $f_*(K_{X/Y} \otimes L)$  のベクトル束が大きいことを示します。具体的には、 $\mathcal{F} := f_*(K_{X/Y} \otimes L)$  とし、 $\mathbb{P}(\mathcal{F})$  上のトートロジーバンドルを  $\mathcal{F}$  に関連して  $\mathcal{O}_{\mathbb{P}(\mathcal{F})}(1)$  と表します。 $\mathcal{F}$  のニーフおよび大きい (すなわち  $L$ -大きい) 性質は、 $\mathcal{O}_{\mathbb{P}(\mathcal{F})}(1)$  の直線束のニーフおよび大きい性質に対応します。この記事では、 $\mathcal{F} = f_*(K_{X/Y} \otimes L)$  の大きさを調査します。

This year, I first study the vanishing theorems of weakly ample divisors on smooth projective varieties. Then I study the positivity of direct image sheaves of the adjoint canonical bundle. One important topic in algebraic geometry is the vanishing of the cohomology group of sheaves. The classical Cartan–Serre–Grothendieck theorem states that a line bundle  $L$  on a compact complex manifold  $X$  is ample if and only if, for any coherent sheaf  $\mathcal{F}$ , there exists a positive integer  $m_0 = m_0(X, \mathcal{F}, L)$  such that  $H^q(X, \mathcal{F} \otimes L^{\otimes m}) = 0$  for all  $q > 0$  and  $m \geq m_0$ . This theorem allows for the definition of  $k$ -ample line bundles, where the vanishing of cohomology groups occurs for  $q > k$ . However, for the  $k$ -ample line bundle, the Kodaira vanishing is not true anymore, even when  $X$  is projective.

My main result is the Kodaira–Sito vanishing theorems for  $k$  ample divisor. We find the next vanishing theorem holds: Let  $X$  be a smooth projective variety, and  $D$  is a reduced effective divisor on  $X$ . If  $D$  is the support of some effec-

tive  $k$ -ample divisor, then one have

$$H^q(X, K_X \otimes \mathcal{O}_X(D) \otimes \mathcal{J}((1 - \epsilon)D)) = 0,$$

for  $q > k$ . Here  $\mathcal{J}((1 - \epsilon)D)$  is the multiplier ideal sheaf associated to the  $\mathbb{Q}$ -divisor  $(1 - \epsilon)D$  with  $0 < \epsilon \ll 1$ .

My second research topic involves studying the positivity properties of the direct image  $f_*(K_{X/Y} \otimes L)$  of the adjoint line bundle associated with a big and nef line bundle  $L$  under a smooth fibration  $f : X \rightarrow Y$  between projective varieties. We show that the vector bundle  $f_*(K_{X/Y} \otimes L)$  is big. More specific, let  $\mathcal{F} := f_*(K_{X/Y} \otimes L)$ , and denote  $\mathcal{O}_{\mathbb{P}(\mathcal{F})}(1)$  as the tautology bundle on  $\mathbb{P}(\mathcal{F})$  with respect to  $\mathcal{F}$ . The nef and big (i.e.  $L$ -big) properties of  $\mathcal{F}$  correspond to the nef and big properties of the line bundle  $\mathcal{O}_{\mathbb{P}(\mathcal{F})}(1)$ . In this article, we investigate the bigness of  $\mathcal{F} = f_*(K_{X/Y} \otimes L)$ .

## B. 発表論文

1. Y. Zou: On the Kodaira–Saito vanishing theorem of weakly ample divisor, arXiv: 2308.01077.
2. Y. Watanabe, Y. Zou: On the direct image of the adjoint big and nef line bundles, arXiv: 2401.17684.
3. Y. Zou: "Nakano Positivity of direct image sheaves of adjoint line bundles with mild singularities", arXiv:2108.13715.
4. Y. Zou: "Logarithmic Akizuki–Nakano vanishing theorems on weakly pseudoconvex Kähler manifolds", arXiv:2201.11458.
5. Y. Zou: "On the coherence of the  $L^2$  subsheaf for a singular Hermitian metric whose determinant has analytic singularities", arXiv:2209.05053.

## C. 口頭発表

1. Nakano positivity of direct image sheaves of adjoint line bundles with mild singularities, BNU Seminar on Several Complex Variables and Complex Geometry, Beijing Normal University, China, 2021

年 12 月.

2. Logarithmic Akizuki–Nakano vanishing theorems on weakly pseudoconvex Kähler manifolds, Sun Yat-sen University, China, 2022 年 07 月.
3. Logarithmic Akizuki–Nakano vanishing theorems on weakly pseudoconvex Kähler manifolds, Young Mathematicians Workshop on Several Complex Variables, Wuhan University, China, 2022 年 08 月.
4. On the coherence of the  $L^2$  subsheaf for a singular Hermitian metric whose determinant has analytic singularities, HAYAMA Symposium on Complex Analysis in Several Variables XXIV, a short talk, 2023 年 7 月.
5. On the Kodaira–Saito vanishing theorem of weakly ample divisor, Wuhan University, China, 2023 年 8 月.

## 杉本 悠太郎 (SUGIMOTO Yutaro)

### A. 研究概要

代数多様体の自己双有理射の力学的次数について研究を行った。今年度の研究では以下の結果を得た。

#### (1) アーベル多様体の同型射についての研究

昨年度の研究結果の一部として、次元  $g$  を固定した複素単純アーベル多様体の自己同型射の第 1 力学的次数について、1 より大きい力学的次数としてあり得るものの集合は最小値をもつことが分かっていた。この最小値がどのようなものになるか、 $g = p$  ( $p$ : 素数) のとき、そして、 $g = 1 \sim 10$  のときに研究を行った。特に、 $g = p$  ( $p$ : 素数) のときは  $2p + 1$  もまた素数となるソフィー・ジェルマン素数であるときと、そうでないときとで異なる結果が生じることが分かった。

#### (2) 有理多様体の双有理射についての研究

(標数 0 の代数閉体上の) 有理多様体  $\mathbb{P}^N$  の双有理射  $f$  に対して、双有理射を多項式で成分表示したときの各斉次多項式の次数を  $\deg(f)$  として定める。このとき、双有理射  $f$  の第 1 力学的次数は  $\deg(f), \deg(f^2), \dots$  の増大率として定義できることが知られている。先行研究では、Bell,

Diller, Jonsson, Krieger (2021) らによって第 1 力学的次数が超越数となる有理多様体の双有理射の構成方法が見つけられた。また、松澤, Wang (2023) らによって、第 1 力学的次数がすべての力学的次数の中で (狭義に) 最大となる時、算術的次数が第 1 力学的次数と等しくなる多様体上の点の存在が証明された。これらの結果を組み合わせ、力学的次数の双有理同値性、交叉理論を用いて第 2 力学的次数の計算を考えることで、ある点における算術的次数が超越数となる双有理射を発見することに成功した。

I researched the dynamical degrees of birational self-maps of algebraic varieties. I obtained the following results:

(1) On automorphisms of abelian varieties

As part of last year’s research results, the first dynamical degrees, which are larger than 1, of automorphisms of complex simple abelian varieties with a fixed dimension  $g$  have a minimum value. We conducted research to find out what this minimum value would be for cases where  $g = p$  is prime and for cases where  $g = 1$  to 10. Especially for the cases where  $g = p$  is prime, the result would be different when  $p$  is a Sophie Germain prime (i.e.,  $2p + 1$  is also a prime) and when it is not.

(2) On birational self-maps of rational varieties

For a birational map  $f$  of a rational variety  $\mathbb{P}^N$  (over an algebraic closed field of characteristic 0), we may define  $\deg(f)$  by the degree of the homogeneous polynomials that appear at the component display of  $f$ . Now the first dynamical degree of  $f$  can be defined as the growth rate of  $\deg(f), \deg(f^2), \dots$ . In previous research, the construction of birational maps, which have a transcendental first dynamical degree, was done by Bell, Diller, Jonsson, and Krieger (2021). Also, according to Matsuzawa and Wang (2023), if the first dynamical degree is strictly maximum among all the dynamical degrees, then the arithmetic degree is equal to the first dynamical degree at a point on the algebraic variety. Combining these results, we

found the birational map, whose arithmetic degree at a point is transcendental, by applying the birational invariance of dynamical degrees and the intersection theory to calculate the second dynamical degree.

B. 発表論文

1. Y. Sugimoto : “Dynamical degrees of automorphisms of complex simple abelian varieties and Salem numbers”, [arXiv:2302.02271](#).
2. Y. Sugimoto : “The minimum value of the first dynamical degrees of automorphisms of complex simple abelian varieties with fixing dimensions”, [arXiv:2306.09271](#).
3. Y. Sugimoto : “A 1-cohomologically hyperbolic birational map of  $\mathbb{P}^3$ , with a transcendental arithmetic degree”, [arXiv:2401.09821](#).

C. 口頭発表

1. “Dynamical degrees of automorphisms of complex simple abelian varieties and Salem numbers”, 阪大代数幾何学セミナー, 大阪大学, 2023 年 10 月.

ハフィド アユーブ (HAFID Ayoub)

A. 研究概要

$C^*$ -環と非可換幾何学の概念を、(積で閉じているとは限らない) 作用素システムによって近似する提案・結果がある。様々な構造をその枠組みに拡張して調べたり、応用について調べている。代表的な例として  $C(\mathbb{S}^1)$  があり、 $C(\mathbb{S}^1)$  (やその上の spectral triple) は Toeplitz 行列からなる素要素システム及び有限次数多項式からなる作用素システムという二つの方法で近似出来て、更にこれらの方法は互いに双対である。これが他の空間にどこまで拡張できるかが問題であり、第一ステップとして、トーラスの場合が考えられる。その場合は低次元についてしか収束性が証明されていなくて、また二つの近似の仕方の双対性については、部分的な結果として、双対の一つの定式化が提案できる。

また、上記の Toeplitz 行列の近似を使って、 $C^*$ -環を使った機械学習の方法を改善することが考えられる。

また、 $C^*$ -環の (コ) ホモロジーである KK 群についての近似も考えることが出来て、その代表例として controlled KK 群が定義されている。KK 群における構造、特に積や関手性を局所化環という枠組みでどう表示できるかを調べることによって、controlled KK 群に、適切な積や関手性を定義できることがわかって、さらにこれを群同変な KK 群に関して拡張について調べた。

It has been proposed that concepts in  $C^*$ -algebras and noncommutative geometry can be approximated using operator systems. We have taken looked at how several underlying structures (such as homology) ) can be defined/studied in this framework.

The motivating example of the approximation above is the case  $C(S^1)$ , for which it has been shown that one can use Toeplitz matrices on the one hand, and finite degree polynomials on the other, to approximate it, and that furthermore these two approximations are in some sense dual. We have been looking at how this result (in particular duality), can be generalized to other spaces/  $C^*$ -algebras.

Besides, we have been looking at uses of the approximation by Toeplitz matrices in algorithms that use  $C^*$ -algebras in machine learning.

In addition, a corresponding concept of approximation has been defined for KK-theory, and has been called controlled KK-theory. Using, the framework of localization algebras, we have studied how compatible KK-products and functoriality operations can be defined for these approximating groups, and are studying its generalization to the group equivariant case.

なし

### C. 口頭発表

1. The reduced group  $C^*$ -algebra of a free group, Isem24, Online, 2021 年 6 月, joint presentation with Moritz Proell, Joseph Alexander Dessi, Milan Donvil,

Jack Adrian Thelin Afekenstam, Marcel Mroczek.

2.  $C^*$ -simplicity and the Furstenberg boundary, ジュニア関数解析 2021, Online, 2021 年 8 月.
3. K-ホモロジー と Localization algebras, 第 5 回数理新人セミナー、MATHSCI FRESHMAN SEMINAR 2022, Online, 2022 年 2 月.
4. Quantitative K-theory and K-homology, ジュニア関数解析 2022, 京都, 2022 年 9 月.
5. Localization algebras, Kasparov products and controlled K-theory, 5th Conference of Settat on Operator Algebras and Applications, Marrakech, 2023 年 1 月.
6. KK-theory through localization algebras, FoPM International Symposium, 東京大学, 2023 年 2 月.
7. Localization algebras and the Kasparov product, 第 6 回数理新人セミナー、MATHSCI FRESHMAN SEMINAR 2022, 九州大学・online, 2023 年 2 月.
8. KK-theory, localization algebras, and approximation, 作用素環セミナー (東京大学), 2023 年 5 月.
9. Localization algebras, controlled KK-theory and the Kasparov product, ジュニア関数解析, 京都工芸繊維大学, 2023 年 9 月.
10. Localization algebras, Kasparov products and controlled K-theory, Kyoto Operator Algebra Seminar, 京都大学, 2023 年 10 月.
11. Localization algebras, Kasparov products and controlled K-theory, 作用素論・作用素環論研究集会, 九州大学, 2023 年 11 月.
12. Controlled KK-theory and Localization algebras, 作用素環論と種々の対称性, 2024 年 1 月.

## F. 対外研究サービス

第7回数理解新人セミナーの運営(2024年3月開催)。(運営メンバー)

### 樋川 達郎 (HIKAWA Tatsuro)

(WINGS-FMSP  
コース生)

#### A. 研究概要

Weil 表現の Schrödinger モデルは、メタプレクティック群  $Mp(N, \mathbb{R})$  の  $L^2(\mathbb{R}^N)$  上のユニタリ表現であり、古典的な調和解析の表現論的背景を与える。Weil 表現は二つの既約成分に分解され、その各々が極小表現と呼ばれる種類の表現になっている。

極小表現は、群から見れば「小さい」無限次元表現だが、逆に、群が作用する空間から見れば「その空間の対称性が大きく現れている」表現だという視点が小林俊行によって提唱され、代数的表現論から解析的表現論への遷移が生まれた。特に、極小表現については、その空間における大域解析をよく統制することが期待される。このような「極小表現の大域解析」の考え方も、小林俊行によって創始された。Kobayashi–Mano (2007, 2011) はこの立場から、 $SO_0(N+1, 2)$  の 2 重被覆 Lie 群の極小表現を用いて新しい調和解析の理論を構築した。これには、古典的な調和解析における Hermite 半群の類似である Laguerre 半群や、古典的な Fourier 変換の対応物の導入が含まれる。

Ben Saïd–Kobayashi–Ørsted (2012) は、二つのパラメータ  $k$  と  $a$  で添字付けられた微分作用素の  $\mathfrak{sl}_2$  三対の族を導入した。ここで、 $k$  は Dunkl 作用素に由来するパラメータであり、 $a > 0$  は異なる二つの半単純 Lie 群の極小表現を連続的に繋ぐ変形パラメータである。 $k = 0$  の場合、この  $\mathfrak{sl}_2$  三対は、 $a = 2$  のとき Weil 表現に伴うものに、 $a = 1$  のとき前段で述べた極小表現に伴うものになり、 $a$  はこれらを補間するパラメータになっている。Ben Saïd–Kobayashi–Ørsted は、この  $\mathfrak{sl}_2$  三対から、Hermite 半群や Laguerre 半群を含む一般化 Laguerre 半群  $\{T_{k,a}(z)\}_{\operatorname{Re} z \geq 0}$  や、Fourier 変換やその対応物を含む一般化 Fourier 変換  $\mathcal{F}_{k,a}$  を導入した。

私は、この「調和解析の補完」の理論について研

究を行っている。修士論文では、結果の一つとして、あるユニタリ変換が変形パラメータ  $a$  の符号を反転させるような関係式を満たすことを示し、Ben Saïd–Kobayashi–Ørsted の結果を変形パラメータが負の場合に拡張した。本年度は、さらに、 $a$  を 0 に近づける極限について考察した。この極限においては、上記の微分作用素の  $\mathfrak{sl}_2$ -三対の張る空間は 3 次元可換 Lie 代数に退化し、スペクトル分解の性質も異なったものになる。この極限における一般化 Fourier 変換やその積分核公式の挙動を調べることが、目下の課題である。

The Schrödinger model of the Weil representation, which is a unitary representation of the metaplectic group  $Mp(N, \mathbb{R})$  on  $L^2(\mathbb{R}^N)$ , offers a representation-theoretic background of classical harmonic analysis. The Weil representation is decomposed into two irreducible components, each of which is a minimal representation.

A minimal representation is a “small” infinite-dimensional representation for the group, but on the other hand, it manifests “large symmetry” of the space acted by the group. Such a viewpoint, which caused a transition from algebraic representation theory to analytic representation theory, was introduced by Toshiyuki Kobayashi. In particular, a minimal representation is expected to control well global analysis on the space. “Global analysis of minimal representations” was also initiated by Toshiyuki Kobayashi. Based on this viewpoint, Kobayashi–Mano (2007, 2011) built a new theory of harmonic analysis by using the minimal representation of the double covering Lie group of  $SO_0(N+1, 2)$ . In particular, they introduced the Laguerre semigroup, which is an analog of the Hermite semigroup in classical harmonic analysis, and a counterpart of the classical Fourier transform.

Ben Saïd–Kobayashi–Ørsted (2012) introduced a family of  $\mathfrak{sl}_2$ -triples of differential operators indexed by two parameters  $k$  and  $a$ , where  $k$  is a parameter derived from Dunkl operators, and  $a > 0$  is a deformation parameter, which con-

nects continuously the minimal representations of two different semisimple Lie groups. In the case  $k = 0$ , this  $\mathfrak{sl}_2$ -triple is associated to the Weil representation when  $a = 2$  and associated to the minimal representation mentioned in the previous paragraph when  $a = 1$ , so that the parameter  $a$  interpolates these two. By using this  $\mathfrak{sl}_2$ -triple, they introduced the generalized Laguerre semigroup  $\{\mathcal{I}_{k,a}(z)\}_{\operatorname{Re} z \geq 0}$ , which includes the Hermite semigroup and the Laguerre semigroup, and the generalized Fourier transform  $\mathcal{F}_{k,a}$ , which includes the Fourier transform and its counterpart.

I am researching on the theory of this “interpolation of harmonic analysis”. In my master’s thesis, I showed that a unitary transform satisfies certain relations that inverts the sign of the deformation parameter  $a$ , and extended the result of Ben Saïd–Kobayashi–Ørsted to the case of negative deformation parameters. This year, I further discussed the limit  $a \rightarrow 0$ . In this limit, the space spanned by the  $\mathfrak{sl}_2$ -triple of differential operators mentioned above degenerates to a 3-dimensional commutative Lie algebra, and its spectral property becomes different. The current task is to investigate the behavior of the generalized Fourier transform and its integral kernel formula in this limit.

#### B. 発表論文

1. 樋川達郎：「Lie 代数  $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$  の微分作用素による表現の変形パラメータの反転，および関連するスペクトル分解の収束公式」，東京大学修士論文 (2023).

#### C. 口頭発表

1.  $L^2$  有界作用素の積分核について，Workshop on Actions of Reductive Groups and Global Analysis, オンライン, 2021 年 8 月.
2. T. Kobayashi, B. Ørsted, M. Pevzner, A. Unterberger, “Composition formulas in the Weyl calculus, J. Functional Analysis, 2009” の紹介, Workshop on Actions of Reductive Groups and Global Analy-

sis, オンライン, 2022 年 8 月.

3. M. Miglioli, K.-H. Neeb, “Multiplicity-freeness of Unitary Representations in Sections of Holomorphic Hilbert Bundles”, International Mathematics Research Notices, 2020 の紹介, Workshop on Actions of Reductive Groups and Global Analysis, オンライン, 2023 年 8 月.
4.  $(k, a)$ -generalized Fourier transform with negative  $a$ , 7th Tunisian-Japanese Conference: Geometric and Harmonic Analysis on Homogeneous Spaces and Applications, Iberostar Selection Kuriat Palace, Monastir (チュニジア), 2023 年 11 月.
5.  $(k, a)$ -generalized Fourier transform with negative  $a$ , East Asia Core Doctoral Forum in Mathematics, 復旦大学 (中国), 2024 年 1 月.

### FAN Linghu (范 凌虎)

(WINGS-FMSP  
コース生)

#### A. 研究概要

マッケイ対応とは、与えられた群の代数的な性質と対応する商特異点の幾何学的な性質の間の関係についての研究の総称である。例えば、2次元マッケイ対応は、 $SL(2, \mathbb{C})$  の有限部分群から表現論と特異点論の二つの方法で同じディンキン図形が構成されることをはじめ、一連の結果として知られている。

高次元において、クレパント解消がマッケイ対応の研究対象として考えられる。 $X$  を正規多様体、 $f: Y \rightarrow X$  を特異点解消とする。 $K_Y = f^*K_X$  を満たすような  $f$  をクレパント解消という。「 $G$  を  $SL(n, \mathbb{C})$  の有限部分群とし、商特異点  $\mathbb{C}^n/G$  のクレパント解消が存在すれば、その解消のオイラー数は  $G$  の共役類の個数に等しい」という一般化されたマッケイ対応が、Reid に予想され、Batyrev に証明された。

本研究は正標数のマッケイ対応に着目する。正標数においてクレパント解消の存在性及びその幾何

学的な性質を調べる, という自然な問題が出てくる. ただし, 群の位数が体の標数で割り切れるとき, 付随する商特異点は悪い性質を持つ傾向がある. このような特異点はモジュラーという. 本研究は, 非モジュラーな商特異点とモジュラーな商特異点両方に興味を持つ. 課題のひとつとして, 非モジュラーな特異点の性質がどれくらい  $\mathbb{C}$  上の商特異点に似ているかを調べることである. もうひとつは, モジュラーな特異点のクレパント解消の構成及びその性質のマックイ対応の視点からの解釈である.

McKay correspondence studies relation between algebraic properties of a group and geometric properties of the associated quotient singularity. For example, given a finite group  $G \subseteq \mathrm{SL}(2, \mathbb{C})$ , the classical McKay correspondence describes two different ways to construct the same Dynkin diagram from  $G$ : one by considering representation theory of  $G$ , and the other by considering exceptional divisors of minimal resolution of the quotient singularity  $\mathbb{C}^2/G$ .

In general cases, crepant resolutions of singularities are considered instead of minimal resolutions. Let  $X$  be a normal variety and  $f : Y \rightarrow X$  be a resolution of singularity. Then  $f$  is called to be a crepant resolution if  $K_Y = f^*K_X$ . As a generalized version of McKay correspondence, which is conjectured by Reid and proved by Batyrev, for a finite group  $G \subseteq \mathrm{SL}(n, \mathbb{C})$ , if there exists a crepant resolution  $f : Y \rightarrow \mathbb{C}^n/G$ , then the topological Euler characteristic  $e(Y)$  is equal to  $|\mathrm{Conj}(G)|$ , where  $\mathrm{Conj}(G)$  is the set of conjugacy classes of  $G$ .

Our interest is in McKay correspondence in positive characteristic. It is natural to ask about the existence and geometric properties of crepant resolutions of quotient singularities. Unfortunately, if the order of the group is divided by the characteristic, the obtained quotient singularity is hard to be studied with many bad properties. Such quotient singularities, given by finite groups without semisim-

plicity according to Maschke's theorem, are called to be modular. I give my research interest to both non-modular quotient singularities and modular quotient singularities: for non-modular ones, I wonder how similar their properties are, compared with cases over  $\mathbb{C}$ ; for modular ones, I am trying to construct more examples of crepant resolutions, and explain the obtained results via modular representation theory and number theory, from the perspective of wild(modular) McKay correspondence.

## B. 発表論文

1. L. Fan : "Crepant resolution of  $\mathbb{A}^4/A_4$  in characteristic 2", Proc. Japan Acad. Ser.A Math. Sci. **99**, No.9, (2023) 71–76.

## C. 口頭発表

1. Construction of crepant resolutions of quotient singularities in positive characteristic, 阪大代数幾何学セミナー, 大阪大学, 2023年6月.
2. Construction of crepant resolutions of quotient singularities in positive characteristic, 日大特異点セミナー, 日本大学文理学部, 2023年7月.
3. Crepant resolution of  $\mathbb{A}^4/A_4$  and its Euler number in characteristic 2, 日本数学会 2023年度秋季総合分科会, 東北大学, 2023年9月.
4. An example of crepant resolution in characteristic 2 and its duality, Conference on McKay correspondence, Tilting theory and related topics, 東京大学カブリ数物連携宇宙研究機構, 2023年12月.
5. On crepant resolutions of modular quotient singularities, 第7回数理新人セミナー, 名古屋大学, 2024年2月.
6. An example of crepant resolution in characteristic 2 and its properties, 第28回代数数学若手研究会, 早稲田大学, 2024年2月.

## G. 受賞

1. 東京大学数理科学研究科研究科長賞, 2023年3月.

星野 真生 (HOSHINO Mao)

(学振 DC1)

(FoMP コース生)

#### A. 研究概要

旗多様体の変形量子化を放物型誘導表現の類似を用いることで構成した。これは J. Donin による旗多様体上の同変 Poisson 構造の分類に基づき、また A. Mudrov や K. De Commer による構成を generic な (つまり STS 括弧の共役類で実現されるような) 括弧以外でも適用できるように改良したものである。特にその応用として J. Donin により存在だけが証明されていた量子旗多様体の代数的な族を具体的な環として構成した。We construct deformation quantizations of generalized flag manifolds via an analogue of the parabolic induction. This work is based on a classification result of equivariant Poisson brackets on them and is a generalization of constructions due to A. Mudrov and K. De Commer, which treat with generic brackets appearing as restrictions of the STS brackets on conjugacy classes of complex semisimple Lie groups.

As its application, we explicitly construct an algebraic family of quantized flag manifolds, whose existence was proven by J. Donin using cohomology vanishing results.

#### C. 口頭発表

1. Equivariant covering spaces of quantum homogeneous spaces, 量子解析セミナー, 名古屋大学, 2023 年 3 月.
2. Equivariant covering spaces of quantum homogeneous spaces, 京都作用素環セミナー, 京都大学, 2023 年 4 月.
3. Finite index quantum subgroups of DQGs, 関数解析研究会, 京都工芸繊維大学, 2023 年 9 月.

前川 拓海 (MAEGAWA Takumi)

(WINGS-FMSP

コース生)

#### A. 研究概要

位相空間の間の連続写像であって、全てのホモトピー群に同型写像を誘導するものは、弱ホモトピー同値写像と呼ばれる。代数的位相幾何学とは、位相空間の弱ホモトピー不変量を研究する分野である。代数的位相幾何学の部分領域であるホモトピー論は、位相空間のもつ“(弱)ホモトピー型”という抽象を明確に概念化することに成功した。それらは単に“空間”や、近年では anima という名称で呼ばれている。空間すべての集まりなどを扱う枠組みを担う  $(\infty, 1)$ -圏論の登場に伴い、ホモトピー論では高次圏論を用いた研究が盛んに行われている。たとえば、空間全体のなす  $\infty$ -トポスは、univalence あるいは descent と呼ばれる著しい性質をもつことが発見されている。その一つの帰結として、幾何学的な不変量の  $(\infty, 1)$ -圏論的関手性 (homotopy-coherence) を確立することは、不変量の族の理論を包摂するものであることがわかる。

また、(位相)空間の(弱ホモトピー)不変量のうち、切除定理の成り立つものは一般ホモロジーなどと呼ばれ、その研究は安定ホモトピー論という分野をなす。ここで言う“安定”とは、ある  $(\infty, 1)$ -圏の余極限のもつ性質として現在では理解することができる。このような現代的視点により、切除定理といった現象への理解が大幅に前進したという経緯がある。

ところで、数理物理学における位相的場の理論 (TQFT) の一種として現れた Seiberg–Witten 理論は、四次元可微分多様体のトポロジーに著しい応用がみられた。それはのちに、Seiberg–Witten 不変量を安定ホモトピー的に精密化する Bauer–Furuta 不変量、さらにそれを圏化する Seiberg–Witten Floer 安定ホモトピー理論によって数学としての深化にも成功する。一方、TQFT と呼ばれる不変量には、数理物理学の直観に則った計算のアイデアであるコボルディズム仮説というものがある。コボルディズム仮説は、より高次の  $(\infty, n)$ -圏論における関手性としてはじめて明文化することができる。ところが、現状の Seiberg–Witten Floer 理論や Bauer–Furuta 不

変量は高次圏論に内在して構成されているわけではない。

本研究では、このような背景のもと、その足がかりとして、Bauer–Furuta 不変量および Seiberg–Witten Floer ホモトピー理論を  $(\infty, 1)$ -圏論の視点から理解することを長期目標として。それは同時に、四次元多様体の微分同相群のトポロジーに応用されている、族の Seiberg–Witten 不変量の手法と呼応するものでもある。

## B. 発表論文

1. T. Maegawa: “Even-periodic cohomology theories for twisted parametrized spectra,” arXiv: 2307.12258.

## C. 口頭発表

1. Atiyah–Singer の指数定理, トポロジー新人セミナー 2021, オンライン, 2021 年 9 月.
2. On a possible application of some “twisted” tangent bundle of  $\infty$ -topoi: Towards construction of the Seiberg–Witten Floer homotopy type, 代数トポロジー若手情報交換会, 名古屋大学, 2023 年 3 月.
3. A possible application to a conjectural Floer homotopy theory over  $MUP$ , Higher Algebra in Geometry – Talk Sessions, RIKEN iTHEMS, 2023 年 8 月.
4. A conjectural Floer homotopy theory over  $MUP_G$ , IWoAT Summer School 2023 Flash Talk, Beijing Institute of Mathematical Sciences and Applications, August 2023.
5. Introducing  $\text{Cat}_\infty$ , 代数トポロジー若手情報交換会, オンライン, 2023 年 11 月.

## 三神 雄太郎 (MIKAMA Yutaro)

(学振 DC1)

### A. 研究概要

リジッド幾何学とは複素解析幾何学の非アルキメデス類似として Tate が構成した幾何学である。その後 1990 年代に Huber によってリジッド幾何学

は adic 空間というより一般の空間を含む幾何学に拡張された。Adic 空間の理論はスキーム論と同様の方法で構成されるが、造前層が必ずしも層になるとは限らないことや準接続層に関する良い理論がないことなどスキーム論の時にはなかった困難がある。原因としては位相を備えた代数系が良い性質を持たないことが挙げられる。例えば位相加群のなす圏は abel 圏にならないといった問題点が存在する。最近これらの問題を解決する方法として Clausen–Scholze は凝縮数学 (condensed mathematics) という理論を導入した。

本年度は修士論文に引き続き、凝縮数学の文脈における降下理論について研究し、修士論文の結果を animated condensed ring (condensed ring の導来化) に拡張した。この結果は、私が修士論文で導入した、係数拡大を記述する加群の animated condensed ring における類似物を定義し、animated condensed ring の降下と condensed ring の降下をその加群を通して比較することで証明された。

また, Rodrigues Jacinto–Rodríguez Camargo によって  $GL_1$  の局所解析表現に対する圏論的  $p$  進 Langlands 対応が定式化され証明された。その定式化において Emerton–Gee stack を凝縮数学を用いて修正したものが使われた。Emerton–Gee stack とは  $(\varphi, \Gamma)$  加群 ( $p$  進 Galois 表現の一般化) のモジュライ空間であり, Rodrigues Jacinto–Rodríguez Camargo は  $GL_1$  に対する Emerton–Gee stack の具体的な表記を用いて修正を行なった。一般の  $GL_n$  の局所解析表現に対する圏論的  $p$  進 Langlands 対応の定式化は Emerton–Gee–Hellman によって研究されているが、不完全な点も多い。そこで私は現在,  $GL_1$  の Emerton–Gee stack の修正のモジュライ解釈を与え,  $GL_n$  の Emerton–Gee stack の修正を定義しようという研究にも取り組んでいる。

Rigid geometry is a non-archimedean analogue of complex analytic geometry, and it was introduced by Tate. In 1990s, Huber generalized rigid geometry to the theory of adic spaces. The theory of adic spaces is constructed by the similar way as the theory of schemes, however there are some problems which do not occur

in the theory of schemes. For example, structure presheaves are not necessarily sheaves, and there is not a good theory of quasi-coherent sheaves. One of the reason is that topological algebraic systems do not have good properties. For example, the category of topological abelian groups is not abelian. Recently, Clausen-Scholze have introduced a new approach to resolve this problem, which is called “condensed mathematics”.

This year I studied descent theory in the context of condensed mathematics and I generalized the result of my master’s thesis to condensed animated rings. In order to prove this result, I defined an analogue of the module which played an important role in my master’s thesis. Then I proved the result by comparing these modules.

Rodríguez Jacinto and Rodríguez Camargo formulated and proved the categorical analytic p-adic Langlands for  $GL_1$  by using a modification of the analytic Emerton-Gee stack for  $GL_1$ . This modification make sense in the framework of condensed mathematics, and it depends on the explicit presentation of the analytic Emerton-Gee stack for  $GL_1$ . A formulation of the categorical analytic p-adic Langlands for  $GL_n$  has been studied by Emerton-Gee-Hellman, however it is complete in many respects. I am now studying a moduli interpretation of the modified analytic Emerton-Gee stack for  $GL_1$  and I am trying to generalize such a modification to the analytic Emerton-Gee stacks for  $GL_n$ .

## B. 発表論文

1. Y. Mikami : “Faithfully flat descent of quasi-coherent complexes on rigid analytic varieties via condensed mathematics”, International Mathematics Research Notices, rna320, 2024.
2. Y. Mikami : “Fppf-descent for condensed animated rings”, arXiv preprint, arXiv:2311.13408 (2023).

## C. 口頭発表

1. Faithfully flat descent of quasi-coherent complexes on rigid analytic varieties over non-archimedean local fields via condensed mathematics, 第 21 回仙台広島整数論集会, 東北大学, 2022 年 7 月.
2. Faithfully flat descent of quasi-coherent complexes on rigid analytic varieties via condensed mathematics, 数論合同セミナー, 京都大学, 2022 年 7 月.
3. ダイヤモンドのエタールコホモロジー, 倉敷整数論集会, 倉敷シーサイドホテル, 2022 年 9 月.
4. 米田埋め込み, 随伴関手定理, 倉敷整数論集会, 倉敷シーサイドホテル, 2023 年 2 月.
5. Faithfully flat descent of quasi-coherent complexes on rigid analytic varieties via condensed mathematics, 代数学コロキウム, 東京大学, 2023 年 5 月.
6. 高次 Coleman 理論, 倉敷整数論集会, 倉敷シーサイドホテル, 2023 年 9 月.
7. Descent Theory in condensed mathematics, NTU-UTokyo joint conference, National Taiwan University, 2023 年 12 月.

## G. 受賞

東京大学大学院数理科学研究科修士課程研究科長賞, 2023 年 3 月.

## 三宅 祥太 (MIYAKE Shota)

(学振 DC1)

### A. 研究概要

量子力学において、固定された標的粒子に入射粒子が衝突する現象を量子散乱と呼ぶ。この二粒子の相互作用はポテンシャルにより記述される。十分遠方で減衰するポテンシャルのもとでは散乱された粒子は十分時間が経てば、ポテンシャルの影響から逃れ、自由粒子のように振る舞うことが予想される。この性質は漸近完全性と呼ばれ、散乱粒子の分布からポテンシャルを復元する量子逆問題において重要な性質である。本研究では時間周期的外電場が印加された荷電量子多体系に関する漸近完全性問題を扱う。

In quantum mechanics, phenomenon in which an injecting particle collides with a fixed particle is called quantum scattering. The interaction between the two particles are described by its potential. It is intuitively predicted that in cases of a potential decaying at infinity, scattered particle behaves as a free particle, independent from an effect of potential, as sufficiently long time goes by. This property is called asymptotic completeness and plays an important role in the field of quantum inverse scattering problem in which its potential is obtained from the distribution map of the scattered particles. In this study, the asymptotic completeness of charged particles in a time-periodic electric field is the main topic.

B. 発表論文

なし

C. 口頭発表

なし

**村上 聡梧 (MURAKAMI Sogo)**

(学振 DC1)

A. 研究概要

自分は双曲力学系の重要な概念である軌道追跡性を主に研究している。軌道追跡性は、構造安定性の必要十分条件を与えるなどさまざまな応用を持つ。今回自分は Axiom A の仮定の元で軌道追跡性を与える十分条件を研究した。I study the shadowing property, which is an important concept in hyperbolic dynamical systems. Shadowing property has various applications, such as providing necessary and sufficient conditions for the structural stability. In this study, I found a sufficient condition for Axiom A diffeomorphisms to have the shadowing property.

B. 発表論文

1. Sogo Murakami, “Oriented and standard shadowing properties on closed surfaces”, *Topology and its applications*,

336, 2023, 108598

2. Sogo Murakami, “Oriented and standard shadowing properties for topological flows”, *Tokyo Journal of Mathematics*, 46, 2023, 381-400

C. 口頭発表

1. Oriented and standard shadowing properties on closed surfaces, 力学系理論の展開と応用, 京都大学数理解析研究所, 6月, 2023年

**山本 寛史 (YAMAMOTO Hirofumi)**

A. 研究概要

Boxer-Pilloni による higher Coleman theory を使い、様々な保型形式の  $p$  進補完や  $p$  進  $L$  関数の研究を行った。肥田理論や Coleman 理論などの従来の保型形式の  $p$  進族の研究は、主に志村多様体の保型束の大域切断として実現する保型形式が研究対象であったが、Scholze の Hodge – Tate 周期写像を使うことによって 1 次以上の層係数コホモロジーとして実現される保型形式も扱うことができる理論が higher Coleman theory である。特に、志村多様体の rational boundary component を利用した Jacobi 形式の  $p$  進族や、higher Coleman theory が generic な保型表現 (これは非正則であることが知られている) の  $p$  進族も扱うことができることを利用して  $\mathrm{GSp}_4$  の adjoint  $L$  関数を  $p$  進補完する研究を行なった。さらに、Skinner-Urban の結果を拡張して、 $\mathrm{GL}_2$  の保型表現の symmetric square 表現の岩沢理論の研究も行った。

Using the higher Coleman theory by Boxer-Pilloni, we researched various aspects of  $p$ -adic completion of modular forms and  $p$ -adic  $L$ -functions. While conventional studies on  $p$ -adic families of modular forms, such as Hida theory and Coleman theory, mainly focused on modular forms realized as global sections of modular bundles over Shimura varieties, the higher Coleman theory allows us to handle modular forms realized as sheaf cohomology of degree one or higher using Scholze’s Hodge – Tate period

map. Particularly, we utilized rational boundary components of Shimura varieties to study  $p$ -adic families of Jacobi forms, and leveraging the ability of higher Coleman theory to handle generic modular representations (known to be non-holomorphic), we researched  $p$ -adic completion of adjoint  $L$ -functions for  $GS\!p(4)$ . Furthermore, we extended the results of Skinner-Urban to study the Iwasawa theory of the symmetric square representations of  $GL(2)$  modular forms.

### C. 口頭発表

1.  $p$ -通常の半整数重さ次数 2 ジーゲルモジュラー形式の空間の次元について, 代数学コロキウム, 東京大学, 2023 年 6 月.
2. On the dimension of spaces of  $p$ -ordinary half-integral weight Siegel modular forms of degree 2, 第 22 回広島仙台整数論集会, 広島大学, 2023 年 7 月.

## 吉田 淳一郎 (YOSHIDA Junichiro)

(学振 DC1)

(FoPM コース生)

### A. 研究概要

指導教員である吉田朋広教授と共に、非標準条件下における擬似最尤推定量及び罰則付き推定量の漸近論を展開した。ここで非標準条件とは、パラメータの真値がパラメータ空間の境界にある場合及びそもそも真値が識別不可能な場合を指す。罰則付き推定量に関しては、モデル選択一致性等を含むオラクル性が成り立つものを提案した。

Together with my supervisor, Prof. Nakahiro Yoshida, I developed an asymptotic theory of the quasi-maximum likelihood estimator and the penalized estimator under non-standard conditions. Here non-standard conditions refer to cases where the true value of the unknown parameter lies on the boundary of the parameter space or where the true value is non-identifiable in the first place. For the penalized estimator, we proposed the one which has the oracle property including model selection con-

sistency, etc.

### C. 口頭発表

1. (1) Quasi-maximum likelihood estimation and penalized estimation under non-standard conditions, 確率過程の統計推測の最近の展開 2023, 東京大学大学院数理科学研究科, 2023 年 2 月.
2. (2) Quasi-maximum likelihood estimation and penalized estimation under non-standard conditions, 統計関連学会連合大会, 京都大学吉田キャンパス, 2023 年 9 月.
3. (3) Quasi-maximum likelihood estimation and penalized estimation under non-standard conditions, Stochastic Analysis and Statistics, 東京大学大学院数理科学研究科, 2024 年 2 月.

## 修士課程学生 (Master's Course Student)

青山 天馬 (AOYAMA Temma)

(FoPM コース生)

### A. 研究概要

本年度は, S.Ben Saïd-T.Kobayashi-B.Ørsted (2009, 2012) により創出された枠組みである  $(k, a)$ -generalized Fourier analysis の理論をもとに,  $a$ -deformed heat kernel および  $a$ -deformed Brownian motion の定式化およびその基本性質の研究を行った.

具体的には  $a$ -deformed heat kernel を,  $(0, a)$ -generalized Fourier transform を用いて構成・定義したうえで, 特殊関数 (Bessel 関数および Spherical harmonics) を用いた展開公式, 増大度の評価, 正值性, 合成法則, 全積分の公式,  $a$ -generalized heat semigroup の積分核になっていること, などを示した. また, これらの性質の証明の手法として,  $a$ -generalized heat equation の最大値の原理を定式化し, 証明した.  $a$ -deformed Brownian motion は, Brownian motion の定義にあらわれる Gauss 分布を  $a$ -deformed heat kernel に代替する形で定式化したうえで, その存在, Markov 性, Feynman-Kac type の公式, などを示した.

研究の過程で,  $(0, a)$ -generalized Fourier 積分核が複素積分公式を持つこと, 多項式で上から抑えられること, なども証明した.

This year, I formulated  $a$ -deformed heat kernel and  $a$ -deformed Brownian motion, and studied their basic properties, based on the theory of  $(k, a)$ -generalized Fourier analysis, which is a framework created by S.Ben Saïd-T.Kobayashi-B.Ørsted (2009, 2012).

Concretely, I constructed and defined  $a$ -deformed heat kernel by using  $(0, a)$ -generalized Fourier transform, and showed expansion formulas using special functions (Bessel function and Spherical harmonics), evaluation of the growth, positivity, composition rule, the total integral formula, and the fact that  $a$ -

deformed heat kernel is the integral kernel of  $a$ -generalized heat semigroup. In addition, as one of the methods for proving these properties, I formulated and proved the maximum principle of the  $a$ -generalized heat equation. I formulated  $a$ -deformed Brownian motion by substituting  $a$ -deformed heat kernel for the Gaussian distribution appearing in the definition of Brownian motion, and showed its existence, Markov property, Feynman-Kac type formula.

In the process of research, I also showed that the  $(0, a)$ -generalized Fourier integral kernel has a complex integral formula, and that it can be bounded from above by a polynomial.

### B. 発表論文

1. T.Aoyama : "Deformation of the heat kernel and Brownian motion from the perspective of the Ben Saïd-Kobayashi-Ørsted  $(k, a)$ -generalized Laguerre semigroup theory", 東京大学修士論文.

### C. 口頭発表

1. A Geometric construction of the discrete series for semisimple Lie groups (M.Atiyah- W.Schmid, 1977) の紹介, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", online, 2022 年 8 月.
2. Index Theorem and Heat Kernel, FoPM International Symposium, 東京大学伊藤国際学術研究センター, 2023 年 2 月.
3. " A Poisson-Plancherel Formula for Semi-Simple Lie Groups (M.Vergne, 1982) の紹介 ", Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", online, 2023 年 8 月.
4. Deformation of heat kernels and Wiener measures from the viewpoint of the Saïd-Kobayashi-Ørsted 's Laguerre semigroup theory, 7th Tunisian-Japanese Confer-

ence "Geometric and Harmonic Analysis on Homogeneous Spaces and Applications, Tunisia, 2023 年 11 月.

## 大江 亮輔 (OOE Ryosuke)

### A. 研究概要

加藤氏により示された精 Swan 導手の性質を用いて, 特性形式のいくつかの性質を証明した. これらの性質を用いて, 等標数の場合の谷田川氏による特性サイクルの計算を参考に, 混標数の曲面上の階数 1 の層の F 特性サイクルを定義し, 指数公式の類似が成り立つことを確認した.

I proved some properties of the characteristic form using properties of the refined Swan conductor proved by Kato. Using these properties, I defined the F-characteristic cycle of a rank one sheaf on an arithmetic surface on the basis of the computation of the characteristic cycle in the equal characteristic case by Yatagawa. I proved that an analogue for the index formula holds for this cycle.

### B. 発表論文

1. R. Ooe: "F-characteristic cycle of a rank one sheaf on an arithmetic surface", 東京大学数理科学研究科修士論文 (2023).

## 竹村 春希 (TAKEMURA Haruki)

### A. 研究概要

Cubic interpolated pseudo-particle scheme (CIP 法) は, 移流方程式に対する数値解法であり, 区分 3 次エルミート補間を用いたセミラグランジュ法である. 数値実験上では, 1 次元移流方程式における CIP 法の  $L^2$  誤差が  $O(\Delta t^3 + h^3)$  程度であることが分かっている. ただし,  $\Delta t$  は最大の時間刻み幅,  $h$  は最大の空間刻み幅である. CIP 法は陽解法なので, 実装が比較的容易で, 計算時間が短いという利点がある. 本年度の研究では, 移流速度が時刻と位置に依存するような 1 次元移流方程式に対する CIP 法について,  $L^2$  誤差が  $O(\Delta t^3 + h^4/\Delta t)$  であることを理論的に証明している. この誤差評価は,  $h = O(\Delta t)$  のときに実

験で得られる収束レートと一致する. 収束性の証明において重要になるのは, ある重み付き  $H^2$  ノルムに関する区分 3 次エルミート補間作用素の安定性である. この安定性の証明には, 区分 3 次エルミート補間作用素が 2 階微分に関しては  $L^2$  射影として振る舞うという性質を用いる. また, 区分 3 次スプライン補間作用素もこの性質を持っているため, CIP 法と全く同じ議論により, 区分 3 次スプライン補間を用いたセミラグランジュ法の  $L^2$  誤差評価を得ることができる.

Cubic interpolated pseudo-particle scheme (CIP scheme) is a numerical method for advection equations, and is a semi-Lagrangian method involving the piecewise cubic Hermite interpolation. Numerical results indicate that the CIP scheme for the one-dimensional advection equations has third-order accuracy in time and space. Since it is an explicit method, it is known that the CIP scheme is easy to implement and requires short computational time. In our study, we proved an error estimate  $O(\Delta t^3 + h^4/\Delta t)$  in  $L^2$  theoretically. This convergence rate is identical to the rate predicted from numerical results if  $h = O(\Delta t)$ . The proof is based on the property of the piecewise cubic Hermite interpolation operator that it behaves as the  $L^2$  projection for the second-order derivatives. Since the piecewise cubic spline interpolation operator also has this property, the same strategy perfectly works as well to address an error estimate for the semi-Lagrangian method with the cubic spline interpolation.

### B. 発表論文

1. T. Kashiwabara and H. Takemura "Error estimates of the cubic interpolated pseudo-particle scheme for one-dimensional advection equations", preprint, arXiv:2402.11885 (2024).

### C. 口頭発表

1. "1 次元移流方程式における Cubic Interpolated Pseudo-particle Scheme (CIP 法) の収束証明", 日本数学会 2023 年度秋季総

合分科会 応用数学分科会, 東北大学, 2023 年 9 月.

2. “1 次元移流方程式における Cubic Interpolated Pseudo-particle Scheme (CIP 法) の収束証明”, 2023 年度応用数学合同研究会, 龍谷大学, 2023 年 12 月.
3. “移流速度が時空間に依存する 1 次元移流方程式における CIP 法の収束証明”, 日本応用数理学会 第 20 回研究会連合発表会, 長岡技術科学大学, 2024 年 3 月.

## 多實 雅樹 (TAHO Masaski)

### A. 研究概要

本研究では, Diffeological space における接空間と, 層の理論に関する研究を行った.

まず, Diffeological space における接空間の定義の一つである, 外部接空間の定義の同値な言い換えをまとめた. Diffeological space に対して, 内部接空間と呼ばれる種類の接空間を返す関手は, 多様体における通常の意味での接空間関手を, 多様体の圏から diffeological space の圏への包含関手に沿って左 Kan 拡張することで得られる関手である. その一方で, 同様の関手の右 Kan 拡張に関してはどのような性質を持つのかあまり議論されてこなかった. 私は修士論文において, この右 Kan 拡張が外部接空間の定義を少し修正して得られる接空間 (大域右側接空間と呼ばれる) と同型であることを証明した. また, この接空間は大域的な情報をもとに定義されているが, より局所的な情報によって定義された右側接空間と呼ばれる接空間も, Kan 拡張する際の包含関手や, その定義域・値域の圏の定義を修正することで, 多様体の圏からの接空間関手の右 Kan 拡張とみなせることを証明した. さらに, diffeological space が smoothly regular という条件を満たすならば, 右側接空間と大域右側接空間は同型になり, 結果的に外部接空間や右側接空間の計算が簡略化できることも証明した. 多くの diffeological space が smoothly regular であるため, そのような空間の外部接空間を計算する際にこれらの定理が有用である. さらに, 右側接空間と大域右側接空間が同型でない空間の例を具体的に構成することにも成功した. これによって, smoothly regular という

条件を考えることが本質的に重要であることを明確にした. 外部接空間と右側接空間が一致しない例を具体的に構成することは今後の課題としているが, 存在すると予想している.

他に, diffeological space 上の層の理論やそれに関連して Mayer-Vietoris 完全列についても研究した. Diffeological sheaf の短完全列から Mayer-Vietoris 短完全列が部分的に誘導できることは新たに示したが, 最後の写像の全射性が導かれるための有用な十分条件を得るにはまだ至っていないので今後の課題とする.

I summarized an equivalent reformulation of the definition of the external tangent space, which is one of the definitions of tangent spaces of diffeological spaces. The internal tangent functor for diffeological spaces is derived as the left Kan extension of the usual tangent functor for manifolds along the inclusion functor from the category of manifolds to the category of diffeological spaces. On the other hand, not much has been discussed about the properties of the right Kan extension of the same functor. In my master thesis, I proved that this right Kan extension is isomorphic to the tangent space obtained by slightly modifying the definition of the external tangent space (called the global right tangent space).

Additionally, while this tangent space is defined based on global information, another type of tangent space called the right tangent space, defined using more local information, can be viewed as the right Kan extension of the tangent functor from the category of manifolds by modifying the inclusion functor, as well as its domain and codomain.

Furthermore, if a diffeological space is smoothly regular, then the right tangent space and the global right tangent space become isomorphic. This simplifies the calculations of external tangent spaces or right tangent spaces. Since many diffeological spaces are smoothly regular, these theorems are useful when computing external tangent spaces of such spaces.

Additionally, I succeeded in constructing concrete examples of spaces where the right tangent space and the global right tangent space are not isomorphic. This clarifies the essential importance of considering the condition of being smoothly regular. Although constructing concrete examples when the external tangent space and the right tangent space do not coincide is a future task, I anticipate their existence. Furthermore, I conducted research on the theory of sheaves on diffeological spaces and, in connection with this, Mayer-Vietoris exact sequences on diffeological spaces. While I demonstrated that the Mayer-Vietoris short exact sequence can be partially induced from short exact sequences of diffeological sheaves, I have not yet reached sufficient conditions for deducing the surjectivity of the last map, which remains a future task.

### C. 口頭発表

- (1) Diffeological space トポロジー新人セミナー 2023年度, 潮風荘, 2023年8月.

### E. 修士・博士論文

- (修士) 多寶 雅樹 (TAHO Masaki): Tangent spaces of diffeological spaces and their variants.

### F. 対外研究サービス

- 関東若手幾何セミナー世話人

## 千葉 陽平 (CHIBA Yohei)

### A. 研究概要

確率微分方程式の分野において regularization by noise と呼ばれる現象が近年盛んに研究されている。この現象について述べるために、可測関数  $b : [0, T] \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$  と  $\gamma : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$  に対して常微分方程式 (ODE)

$$X_t = X_0 + \int_0^t b(s, X_s) ds + \gamma t, \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

を考える。 $b$  がリプシッツ条件を満たさない場合は必ずしもこの解は一意的ではないが、 $\gamma$  をブラ

ウン運動  $W$  から抽出すれば  $b$  の正則性が悪くても確率微分方程式

$$X_t = X_0 + \int_0^t b(s, X_s) ds + W_t, \quad t \in [0, T] \quad (2)$$

の解はただ一つ存在することがある。この現象が regularization by noise と呼ばれている。

私は可測関数  $b$  が有界、または Krylov-Röckner 条件

$$\int_0^T \left( \int_{\mathbb{R}} |b(t, x)|^p dx \right)^q dt < \infty, \quad (3)$$

$$p, q > 2, \quad \frac{d}{p} + \frac{2}{q} < 1$$

を満たす場合に弱解の一意性や path-by-path uniqueness と呼ばれるさらに強い一意性に関してサーベイした。特に、強解の一意性が既知ならば見通しの良い方法によって path-by-path uniqueness が得られることを確かめた。

In the field of stochastic differential equations, a phenomenon called “regularization by noise” is intensively investigated in recent years. To explain the phenomenon, let us consider the ordinary differential equation (ODE)

$$X_t = X_0 + \int_0^t b(s, X_s) ds + \gamma t, \quad t \in [0, T] \quad (4)$$

, where  $b : [0, T] \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$  and  $\gamma : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$  are measurable functions. When  $b$  does not satisfy the Lipschitz condition, the solution is not necessarily unique. However, when  $\gamma$  is sampled from the Brownian motion  $W$ , uniqueness for the solution of the stochastic differential equation

$$X_t = X_0 + \int_0^t b(s, X_s) ds + W_t, \quad t \in [0, T] \quad (5)$$

may hold even when  $b$  has poor regularity. Such a phenomenon is called “regularization by noise.”

I conducted a survey on the uniqueness of weak solution and stronger uniqueness called “path-by-path uniqueness” when the function  $b$  is

bounded or satisfies the Krylov-Röckner condition

$$\int_0^T \left( \int_{\mathbb{R}} |b(t, x)|^p dx \right)^q dt < \infty, \quad (6)$$

$$p, q > 2, \quad \frac{d}{p} + \frac{2}{q} < 1.$$

In particular, I confirmed that the path-by-path uniqueness can be gained by a simple approach if the uniqueness of strong solution is already known.

## B. 発表論文

1. 千葉陽平：“確率微分方程式の path-by-path uniqueness について”，東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2024)

## チョウ シンヤオ (ZHANG Xinyao)

### A. 研究概要

My research interests are mainly in algebraic number theory and arithmetic geometry.

During 2023, I mainly studied the Fontaine-Mazur conjecture in the residually reducible case.

There are two important results shown in this case. The first one is from Skinner and Wiles who studied the ordinary case in 1999. In their paper, they use a wonderful method and results in Hida theory to overcome the difficulties in the residually reducible case. Following their strategy, Pan proved the non-ordinary case recently using the theory of p-adic local Langlands correspondence, a modern theory developed in the past twenty years. Last year, I concentrated on understanding both.

Inspired by a current work from Deo, I tried to study the big  $R = \mathbb{T}$  theorem in the residually reducible case for some totally real fields. Although Deo's original method seems to be unavailable, I followed Skinner-Wiles and Pan's strategy to give a pro-modularity result in my case, which is the main topic of my master thesis.

## B. 発表論文

1. X. Zhang：“On the modularity of elliptic curves over the cyclotomic  $\mathbb{Z}_p$ -extension of some real quadratic fields”, Ramanujan J. **62** (2023) 545 – 550.
2. X. Zhang：“On the pro-modularity in the residually reducible case for some totally real fields”, 東京大学修士論文 (2024).

## C. 口頭発表

1. The modularity of elliptic curves over some number fields, 代数学コロキウム, 東京大学数理科学研究科, 2022年11月.

## 徳永 遥杜 (TOKUNAGA Haruto)

### A. 研究概要

私は係数付き放物型方程式を多様体上で考え, その方程式により対数凹性が保存されるために係数が満たすべき条件について研究した. 修士論文では次の結果を得た.

1. 双曲空間上では任意の係数について対数凹性は保存されない.
2. ユークリッド空間上では係数が定数の場合に限り対数凹性を保存する.
3. 球面上では係数が定数であれば対数凹性を保存しない.

I considered a parabolic equation with a coefficient on manifolds, and I studied the condition of the coefficient such that log-concavity is preserved by the equation. In my master's thesis, I obtained the following results.

1. On hyperbolic space, log-concavity is not preserved for all coefficients.
2. On Euclidean space, log-concavity is preserved if and only if the coefficient is constant.
3. On sphere, log-concavity is not preserved if the coefficient is constant.

## B. 発表論文

1. 徳永遥杜：“熱流による対数凹保存則について”，東京大学修士論文（2024）.

## C. 口頭発表

1. Preservation of log-concavity by the heat flow, 第 25 回北東数学解析研究会ポスターセッション, 北海道大学, 2024 年 2 月.

## 中江 優介 (NAKAE Yusuke)

(WINGS-FMSP  
コース生)

### A. 研究概要

私は代数的場の量子論の基本的な対象である Haag-Kastler ネットの作用素環論的な構成手法とその性質について研究を行った.

各時空領域で測定可能な物理量に対応する作用素のなす von Neumann 環の族に局所性やローレンツ共変性など物理的に妥当だとされる条件をいくつか課したものが Haag-Kastler ネットである. また, 楔形領域に限定した弱い対象である Borchers triple を考えることもある. これらを構成する作用素環的なアプローチは大きくわけて 3 つある.

1 つ目の分解可能な S 行列から構成する方法は物理的には 2 次元可積分模型と呼ばれるものに対応している. 2 次元にしか適用できないが, 3 つの例の中では最も完成度が高く, 相互作用場を表す Haag-Kastler ネットが構成可能である.

2 つ目の変形量子化の一種である Warped convolution を用いた方法である. Borchers triple に対して, 適当な変形を入れることで異なる Borchers triple が構成可能である. しかし時空次元が 3 次元以上ではローレンツ対称性が破れてしまう為, Haag-Kastler ネットの構成には至らないが興味深い手法である.

3 つ目のラグランジアンから構成する方法はより広いクラスの物理系に対して適用可能な手法だが, 満たすべき条件の一部が示されていない.

研究成果として, Warped Convolution によって構成された  $d(\geq 3)$  次元 Borchers triple について, Polarization-free generator の観点からローレンツ対称性が破れることを示した. 結果自体は

以前から得られていたものであるが, それを別の観点から示したものである.

I researched the operator-algebraic construction methods of Haag-Kastler nets, which are the basic objects of algebraic quantum field theory, and their properties.

A Haag-Kastler net is a family of von Neumann algebras formed by observables in each space-time region, subject to some conditions that are considered physically valid, such as locality and Lorentz covariance. One may also consider Borchers triples, which are weak objects restricted to wedge-shaped domains. There are three major operator-algebraic approaches to constructing these.

The first approach, based on a factorizing S-matrix, corresponds to a two-dimensional integrable model; although it is only applicable to two dimensions, it is the most complete of the three examples and is capable of constructing Haag-Kastler nets representing interaction fields.

The second method is based on warped convolution, a type of deformation quantization, which can be used to construct different Borchers triples by applying appropriate deformations to the Borchers triple. However, it is an interesting method, although it cannot construct a Haag-Kastler net because the Lorentz symmetry is broken when the space-time dimension is more than two.

The third method, which is based on Lagrangians, is applicable to a wider class of physical systems, but some of the conditions to be satisfied have not been shown.

As a result, I showed that the Lorentz symmetry is broken in terms of the polarization-free generator for the  $d(\geq 3)$ -dimensional Borchers triple constructed by the warped convolution. The result itself has been obtained before, but it is shown from a different point of view.

## B. 発表論文

1. Y. Nakae: “Constructing methods of Haag-Kastler nets by S-matrices, deformation quantization and Lagrangians”, 東京大学数理科学研究科修士論文 (2024).

## C. 口頭発表

1. Algebraic and constructive quantum field theory, 2023 年度関数解析研究会, 京都工芸繊維大学, 2023 年 9 月.

## 政村 悠登 (MASAMURA Yuto)

(WINGS-FMSP  
コース生)

### A. 研究概要

カラビ・ヤウ多様体や良い極小多様体の指数について研究を行った。これは、代数幾何の中の双有理幾何という分野における研究である。この分野は、代数多様体を双有理同値という関係で分類することを目指している。極小モデル理論によると、任意の代数多様体は「良い性質」を持つ代数多様体と双有理同値になることが予想されている。カラビ・ヤウ多様体や良い極小多様体は、「良い性質」を持つ代数多様体の例であり、双有理幾何において中心的な役割を果たしている。本研究では、それらの多様体の指数に注目し、その有界性について考えた。ここで、これらは代数多様体  $X$  だけでなく、より一般的なログ対  $(X, B)$  という対象について考えられることに注意する。  $B$  は  $X$  上の  $\mathbb{Q}$  因子であり、  $(X, B)$  の境界因子と呼ばれる。

カラビ・ヤウ対とは、ログ標準因子が  $K_X + B \sim_{\mathbb{Q}} 0$  をみたす射影的対  $(X, B)$  と定義され、その指数とは  $m(K_X + B) \sim 0$  となる最小の正整数  $m$  である。次元と境界因子の係数を固定すると、LC (log canonical) カラビ・ヤウ対の指数は有界であることが予想されている。ここで LC というのは特異点に関する条件である。この予想はカラビ・ヤウ対に対する指数予想と呼ばれ、3次元以下で知られているが、高次元では未解決である。予想の証明に向けた、次元に関する帰納法のステップがいくつか知られており、さらなるステップのためには、KLT (川又 log terminal) カラビ・ヤウ

多様体  $(X, 0)$  の指数をより低次元のカラビ・ヤウ対の指数と関係づけることが重要である。本研究では、ターミナルなカラビ・ヤウ多様体の指数はより低次元の KLT カラビ・ヤウ対の指数であるという予想を提示した。また、それを滑らかなカラビ・ヤウ多様体について証明した。すなわち、滑らかなカラビ・ヤウ多様体の指数が、より低次元の KLT カラビ・ヤウ対の指数であることを示した。これは指数予想の証明のステップの一つになると期待される。

一方、カラビ・ヤウ多様体より広いクラスである良い極小多様体については、その指数が (次元を固定したとき) 非有界であることを示した。実際には、滑らかな極小曲面の指数が非有界であることを証明した。ここで、良い極小多様体とは、標準因子  $K_X$  が半豊富である射影的正規代数多様体  $X$  と定義され、その指数とは、  $K_X$  が定める収縮写像を  $f: X \rightarrow Z$  としたとき、カルティエ因子  $A_Z$  を用いて  $mK_X \sim f^*A_Z$  と書けるような最小の正整数  $m$  のことである。その応用として、半豊富な標準因子に対する有効版固定点自由化定理が成り立たないことを示した。この結果は、橋詰氏による問を否定的に解決するものである。

We study the indices of Calabi–Yau varieties and good minimal varieties. This study falls within the field of birational geometry in algebraic geometry, aiming to classify algebraic varieties under the relation of birational equivalence. According to the minimal model theory, it is conjectured that any algebraic variety is birationally equivalent to a variety with “good properties.” *Calabi–Yau varieties* and *good minimal varieties* serve as examples of such varieties with “good properties,” playing a central role in birational geometry. In this study, we focus on the *indices* of these varieties and consider their boundedness. It is important to note that these considerations apply not only to algebraic varieties  $X$  but also to more general log pairs  $(X, B)$ , where  $B$  is a  $\mathbb{Q}$ -divisor on  $X$  and is referred to as the boundary divisor of  $(X, B)$ .

A Calabi–Yau pair is defined as a projective

pair  $(X, B)$  whose log canonical divisor satisfies  $K_X + B \sim_{\mathbb{Q}} 0$ , and its index is defined as the smallest positive integer  $m$  such that  $m(K_X + B) \sim 0$ . It is conjectured that, fixing dimensions and coefficients of boundary divisors, the indices of log canonical (lc for short) Calabi–Yau pairs are bounded. Here, “lc” denotes conditions related to singularities. This conjecture, known as the *index conjecture* for Calabi–Yau pairs, is established in dimensions  $\leq 3$  but remains unresolved in higher dimensions. Several steps of induction on the dimensions have been identified towards the index conjecture. Furthermore, to progress towards additional steps, it is crucial to relate the indices of Kawamata log terminal (klt) Calabi–Yau varieties  $(X, 0)$  to the indices of lower-dimensional Calabi–Yau pairs. In this study, we propose a conjecture that the index of any terminal Calabi–Yau variety is the index of a lower-dimensional klt Calabi–Yau pair. Moreover, we prove this conjecture for smooth Calabi–Yau varieties, that is, we prove that the index of any smooth Calabi–Yau variety is the index of a lower-dimensional klt Calabi–Yau pair. This result is expected to contribute as one of the steps towards proving the index conjecture.

However, regarding the class of good minimal varieties, which is broader than Calabi–Yau varieties, we show that their indices are unbounded (when fixing the dimension). Specifically, we prove that the indices of smooth minimal surfaces are unbounded. Here, a good minimal variety is defined as a normal projective variety  $X$  whose canonical divisor  $K_X$  is semi-ample, and its index refers to the smallest positive integer  $m$  such that, when considering the contraction  $f: X \rightarrow Z$  induced by  $K_X$ , it can be written as  $mK_X \sim f^*A_Z$  for some Cartier divisor  $A_Z$ . As an application, we prove that the effective base-point-free theorem does not hold for semi-ample canonical divisors. This result provides a negative answer to the ques-

tion posed by Hashizume.

## B. 発表論文

1. Y. Masamura : “On boundedness of the indices of minimal pairs—surfaces”, preprint, 2023, arXiv: 2305.08061.
2. Y. Masamura : “Indices of smooth Calabi–Yau varieties”, preprint, 2023, arXiv: 2312.16077.

## C. 口頭発表

1. Calabi–Yau 多様体の index, 第 28 回代数学若手研究会, 早稲田大学西早稲田キャンパス, 2024 年 2–3 月.

## 梶澤 海斗 (MASUZAWA Kaito)

### A. 研究概要

$F$  を標数 0 かつ剰余標数が 2 でない非アルキメデスの局所体、 $D$  を  $F$  上の四元数体とする。修士論文では、 $F$  上の一般シンプレクティック群  $\mathrm{GSp}_{2n}(F)$  ( $n \geq 2$ ) の各単純超尖点表現  $\pi_G$  に対し、その内部形式  $\mathrm{GU}_n(D)$  の既約 smooth 表現  $\pi_H$  がただ一つ存在して、指標関係式

$$\Theta_{\pi_G}(g) = (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \Theta_{\pi_H}(h)$$

を満たすと仮定した場合、 $\pi_H$  もまた単純超尖点表現であることを示した。ここで、指標関係式とは代数閉体上共役な 2 つの半単純正則元  $g \in \mathrm{GSp}_{2n}(F)$  および  $h \in \mathrm{GU}_n(D)$  において、表現  $\pi_G$  および  $\pi_H$  の指標  $\Theta_{\pi_G}$  および  $\Theta_{\pi_H}$  の間に上式の関係が成り立つというものである。

$\pi_H$  が超尖点表現であることは、指標関係式が Jacquet 加群の指標関係式を導くことにより、 $\pi_H$  が単純超尖点表現であることは、その depth を評価することにより示した。

さらに、単純超尖点表現の対応を、ある半単純正則元における指標を比較することで、明示的に記述を行った。

Let  $F$  be a nonarchimedean local field of characteristic 0 whose residual characteristic is not 2 and let  $D$  be the quaternion field over  $F$ . In the Master’s thesis, we prove that if for any simple supercuspidal representation of

$\mathrm{GSp}_{2n}(F)$ , there exists the unique irreducible smooth representation of  $\mathrm{GU}_n(D)$  with the character relation, the corresponding representation of  $\mathrm{GU}_n(D)$  is also simple supercuspidal. Here, the character relation means that for any pair of regular semisimple elements  $g \in \mathrm{GSp}_{2n}(F)$  and  $h \in \mathrm{GU}_n(D)$  which are stable conjugate, if the characters of  $\pi_G$  and  $\pi_H$  are denoted by  $\Theta_{\pi_G}$  and  $\Theta_{\pi_H}$  respectively, the equation

$$\Theta_{\pi_G}(g) = (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \Theta_{\pi_H}(h)$$

holds.

We prove that  $\pi_H$  is supercuspidal by the character relation for Jacquet modules. Moreover, by estimating the depth of  $\pi_H$ , we prove that  $\pi_H$  is simple supercuspidal.

In addition, we describe the corresponding of simple supercuspidal representations explicitly by comparing the characters of representations at some regular semisimple elements.

**松本 晃二郎 (MATSUMOTO Kojiro)**

(WINGS-FMSP  
コース生)

#### A. 研究概要

大域ラングランズ対応とは代数体  $F$  の  $n$  次元  $p$  進ガロア表現という代数的な対象と  $\mathrm{GL}_{n,F}$  の保型表現という解析的な対象の間に自然な一対一対応があることを予想するものである。 $(n$  は正整数、 $p$  は素数) この予想の特別な場合を示すことによってフェルマー予想や Sato-Tate 予想などの整数論における数々の難問が解かれており、大域ラングランズ対応は整数論において非常に重要な役割を担っている。現状、大域ラングランズ対応は  $F$  が総実体または CM 体であり、weight と呼ばれる  $n$  個の整数からなるガロア表現や保型表現の不変量が正則な場合の研究がほとんどなので以降はそれを仮定する。このとき、Harris-Lan-Taylor-Thorne や Scholze により保型表現に対応する  $p$  進ガロア表現が構成されており、さらに保型表現やガロア表現が本質的自己共役双対性 (以降、ECSD と略す) というものを持つ場合はこ

の対応が局所ラングランズ対応 (大域ラングランズ対応の局所版) と整合的であること (局所大域整合性) や多くのガロア表現が少なくとも  $F$  を有限次拡大すれば保型表現から来ること (潜在的保型性) が示されている。今年度は ECSD の仮定を外した状況で局所大域整合性や潜在的保型性について研究した。この状況では ECSD の場合に局所大域整合性を示すために用いられていた手法は機能せず、今までは  $p$  を割らない素点における半単純成分の局所大域整合性しか分かっておらず、潜在的保型性に関しても ordinary な場合や 2 次元で parallel weight なものの対称積表現の場合しか知られていなかった。修士論文では潜在的保型性を示すときに ECSD のすでに知られている強い結果が使えるようになるための新しい性質を発見し、一般次元であっても本質的自己双対の場合や weight が十分正則な場合には潜在的保型性を示した。さらに潜在的保型性を示すときに、とってくる保型表現をより精密にコントロールする手法を導入し、上の結果の応用としていくつかの高次元を含む場合に  $p$  を割らない素点での局所大域整合性を示し、2 次元の場合には Ramanujan 予想や Sato-Tate 予想を解決し (Sato-Tate 予想は central character が parallel weight の場合のみ)、weight monodromy conjecture や Bloch-Kato conjecture にも応用を与えた。

Let  $F$  be a number field,  $n$  be a positive integer and  $p$  be a prime number. Global Langlands conjecture states that there exists a natural one-to-one correspondence between the  $n$ -dimensional  $p$ -adic Galois representations of  $F$  and the automorphic representations of  $\mathrm{GL}_{n,F}$ . By proving a certain special case of this conjecture, Fermat's conjecture and Sato-Tate conjecture have been proved. In the following, we assume that  $F$  is totally real or CM and the weights, which are invariants of Galois representations and automorphic representations are regular. In this case, Harris-Lan-Taylor-Thorne and Scholze has constructed the Galois representations corresponding the automorphic representations and if Galois representations

and automorphic representations are essentially conjugate self-dual, then it has been proved that this construction is compatible with local Langlands correspondence (local-global compatibility) and proved that if we admit to extend  $F$ , many Galois representations correspond to automorphic representations (potential automorphy). In this year, I studied local-global compatibility and potential automorphy without assuming essentially conjugate self-duality. In this situation, the local-global compatibility at  $p \neq l$  has been proved only up to semisimplification and the potential automorphy has been proved only in ordinary cases and symmetric powers of 2-dimensional parallel weight cases. In my master's thesis, I proved a new property on relatively general Galois representations and proved the potential automorphy in many cases including higher dimensional cases. Moreover, I found a new method of proving the potential automorphy and the local-global compatibility simultaneously, proved the local-global compatibility at  $p \neq l$  in some cases including higher dimensional cases, proved Ramanujan conjecture and gave applications to Sato-Tate conjecture, weight monodromy conjecture and Bloch-Kato conjecture.

#### B. 発表論文

1. K. Matsumoto : “On the potential automorphy and the local-global compatibility for the monodromy operators at  $p \neq l$  over CM fields”, arXiv:2312.01551.

#### C. 口頭発表

1. On the potential automorphy and the local-global compatibility for the monodromy operators at  $p \neq l$  over CM fields, 第 22 回広島仙台整数論集会, 広島大学, 2023 年 7 月.
2. On the potential automorphy and the local-global compatibility for the monodromy operators at  $p \neq l$  over CM fields, 代数的整数論とその周辺, 京都大学数理解析研究所, 2023 年 12 月.

#### 和久田 葵 (WAKUDA Aoi)

(WINGS-FMSP  
コース生)

#### A. 研究概要

向き付けられた曲面の Goldman Lie 代数は loop の向きを反転させる自然な Lie 代数同型写像によって,  $\mathbb{Z}_2$ -次数付き Lie 代数になる. その even part は Thurston-Wolpert-Goldman Lie 代数 (TWG Lie 代数) と同型である. Chas と Kabiraj は, TWG Lie 代数の中心が, constant loop の類と, 境界成分や 1 点穴を周回する loop の類によって生成されることを証明した. even part の中心は, even part の各元によって annihilate される even part の元全体の集合と言い換えることができる.、odd part 含む残りの 3 つの場合についても同様の結果が成り立つことを示した. さらに, Goldman Lie 代数の対称代数と普遍包絡代数のすべての even part によって annihilate される元と, すべての odd part によって annihilate される元についても計算した.

The Goldman Lie algebra of an oriented surface was defined by Goldman. By the natural involution that opposes the orientation of curves, the Goldman Lie algebra becomes a  $\mathbb{Z}_2$ -graded Lie algebra. Its even part is isomorphic to the Thurston-Wolpert-Goldman Lie algebra or, briefly, the TWG Lie algebra. Chas and Kabiraj proved the center of the TWG Lie algebra is generated by the class of the unoriented trivial loop and the classes of unoriented loops parallel to boundary components or punctures. The center of the even part can be rephrased as the set of elements of the even part annihilated by all the elements of the even part. We also prove some similar statements for the remaining 3 cases involving the odd part. Moreover, we compute the elements of the symmetric algebra and the universal enveloping algebra of the Goldman Lie algebra annihilated by all the even elements of the Goldman Lie algebra, and those annihilated by all the odd elements.

## B. 発表論文

1. A. Wakuda : “A generalization of the Center Theorem of the Thurston-Wolpert-Goldman Lie algebra”, preprint (2024).

## C. 口頭発表

1. TWG リー代数の中心の拡張と双曲幾何, 2023 年度, リーマン面に関連する位相幾何学, 東京大学, 2023 年 8 月.
2. A generalization of the Center Theorem of the Thurston-Wolpert-Goldman Lie algebra, Random topics on Teichmüller theory II, 東京工業大学, 2023 年 12 月.
3. TWG リー代数の中心の拡張と双曲幾何, 2023 年度, 東北大学幾何セミナー, 東北大学, 2024 年 2 月.
4. A generalization of the Center Theorem of the Thurston-Wolpert-Goldman Lie algebra, 関東若手幾何セミナー, 早稲田大学, 2024 年 3 月.

## 渡部 匠 (WATANABE Takumi)

(WINGS-FMSP  
コース生)

### A. 研究概要

$p$  進ガロア表現について研究をしている.  $p$  進ガロア表現の研究では, J.-M. Fontaine 氏による  $(\varphi, \Gamma)$ -加群の理論が用いられている.  $(\varphi, \Gamma)$ -加群は  $p$  進ガロア表現よりも単純な構造をしていながらも,  $(\varphi, \Gamma)$ -加群のなす圏と  $p$  進ガロア表現のなす圏は圏同値となる. 故に  $p$  進ガロア表現の研究において  $(\varphi, \Gamma)$ -加群は重要な立ち位置を占めており, 例えば  $p$  進ラングランズ対応の研究で本質的に用いられている.  $p$  進ガロア表現の中でも数論で大事なクラスがいくつかある. 代表的なものとしてはクリスタリン表現, semi-stable 表現, de Rham 表現があり, これらの間には, クリスタリン表現ならば semi-stable 表現, semi-stable 表現ならば de Rham 表現という関係がある. 私はこれらの表現に対応する  $(\varphi, \Gamma)$ -加群の研究をした. 初めにクリスタリン表現に対応する  $(\varphi, \Gamma)$ -加群を, B. Bhatt 氏と P. Scholze 氏によって生

み出されたプリズムを用いて調べた. その結果として  $K$  を  $p$  進体,  $G_K$  をその絶対ガロア群としたときに,  $\tilde{\mathbb{A}}_K^+$  上のクリスタリン  $(\varphi, \Gamma)$ -加群というものを定義し, これらのなす圏と  $G_K$  の自由クリスタリン  $\mathbb{Z}_p$ -表現のなす圏の圏同値を導いた.  $\tilde{\mathbb{A}}_K^+$  上のクリスタリン  $(\varphi, \Gamma)$ -加群  $N$  と  $N$  に対応する自由クリスタリン  $\mathbb{Z}_p$ -表現  $T$  に対して,  $N \otimes_{\tilde{\mathbb{A}}_K^+} \tilde{\mathbb{A}}_K$  は自由  $\mathbb{Z}_p$ -表現  $T$  に対応する  $\tilde{\mathbb{A}}_K$  上の  $(\varphi, \Gamma)$ -加群となる. つまりこの圏同値によって, クリスタリン表現に対応する  $\tilde{\mathbb{A}}_K$  上の  $(\varphi, \Gamma)$ -加群が, 特別な条件を満たす  $\tilde{\mathbb{A}}_K^+$ -格子の存在によって特徴づけられたことになる. この結果はある意味で, Wach 加群の  $p$  進体  $K$  が分岐した場合への拡張とみなせる. Semi-stable 表現や de Rham 表現に対応する  $(\varphi, \Gamma)$ -加群の特徴づけについても現在研究中である.

Takumi Watanabe is working on  $p$ -adic Galois representations. In the study of  $p$ -adic Galois representations, the theory of  $(\varphi, \Gamma)$ -modules developed by J.-M. Fontaine is used.  $(\varphi, \Gamma)$ -modules are simpler than  $p$ -adic Galois representations, but their category is equivalent to the category of  $p$ -adic Galois representations. Thus,  $(\varphi, \Gamma)$ -modules are important and helpful. For example, they are essentially used in the study of  $p$ -adic Langlands correspondence. There are some classes of  $p$ -adic Galois representations which are important in number theory, for example, crystalline representations, semi-stable representations and de Rham representations. It is well-known that crystalline representations are semi-stable and semi-stable representations are de Rham. Takumi Watanabe is studying the  $(\varphi, \Gamma)$ -modules corresponding to these representations. He first studied the  $(\varphi, \Gamma)$ -modules which correspond to crystalline representations via the theory of prisms developed by B. Bhatt and P. Scholze. Let  $K$  be a  $p$ -adic field and  $G_K$  be the absolute Galois group of  $K$ . He defined “crystalline  $(\varphi, \Gamma)$ -modules over  $\tilde{\mathbb{A}}_K^+$ ” and showed that their category is equivalent to the category of free crystalline  $\mathbb{Z}_p$ -representations of  $G_K$ . Let  $N$

be a crystalline  $(\varphi, \Gamma)$ -module over  $\tilde{\mathbb{A}}_K^+$  and  $T$  be the corresponding free crystalline  $\mathbb{Z}_p$ -representation. Then,  $N \otimes_{\tilde{\mathbb{A}}_K^+} \tilde{\mathbb{A}}_K$  is the  $(\varphi, \Gamma)$ -module over  $\tilde{\mathbb{A}}_K$  corresponding to the free  $\mathbb{Z}_p$ -representation  $T$ . So this equivalence of categories says that the  $(\varphi, \Gamma)$ -modules over  $\tilde{\mathbb{A}}_K$  which correspond to crystalline representations can be determined by the existence of  $\tilde{\mathbb{A}}_K^+$ -lattices satisfying some conditions. This result can be seen, in a sense, as a generalization of Wach modules in the ramified case. He is also studying the  $(\varphi, \Gamma)$ -modules corresponding to semi-stable representations and de Rham representations.

## B. 発表論文

1. T. Watanabe : “On the  $(\varphi, \Gamma)$ -modules corresponding to crystalline representations”, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2023).

## 渡邊 光 (WATANABE Hikaru)

### A. 研究概要

parameterized measure model と statistical model の新しい構成方法と具体例について研究した. parameterized measure model と statistical model の構成方法として, RKHS を用いる方法が知られていた. 研究の結果, RKHS の一般化である RKBS を用いて parameterized measure model と statistical model を構成できることが分かった. この構成方法は RKBS として RKHS を取ると, 従来の parameterized measure model, statistical model と一致する. 一方で, RKHS ではない RKBS を選ぶことで, 従来の方法で得られなかった parameterized measure model と statistical model を得ることができる.

さらに RKBS から構成される statistical model 上の KL-ダイバージェンスについて研究を行った. その結果, RKHS を用いた statistical model 上の KL-ダイバージェンスと同様の結果が成り立つことが分かった.

I researched new construction methods and

specific examples for parameterized measure models and statistical models. It was known that the construction method using RKHS could be applied for parameterized measure models and statistical models. As a result of the study, it was found that parameterized measure models and statistical models could be constructed using a generalization of RKHS called RKBS. This construction method coincides with conventional parameterized measure models and statistical models when taking RKHS as RKBS. On the other hand, by choosing RKBS that are not RKHS, parameterized measure models and statistical models that could not be obtained using conventional methods can be obtained.

Furthermore, research was conducted on the KL-divergence on statistical models constructed from RKBS. As a result, it was found that similar results to the KL-divergence on statistical models using RKHS hold true.

## 2. 学位取得者

Graduate Degrees Conferred

### ☆ 博士号取得者と論文題目

(Doctor of Philosophy in the field of Mathematical Sciences : conferee, thesis title, and date)

### ♣ 課程博士

- 筒井 勇樹 (TSUTSUI Yuki)  
Graded modules associated with permissible  $C^\infty$ -divisors on tropical manifolds  
(トロピカル多様体上の可容  $C^\infty$  因子に付随した次数付き加群)  
15 September. 2023
- 小林 健太 (KOBAYASHI Kenta)  
Elliptic genera of complete intersection Calabi-Yau 17-folds in  $F_4$ -Grassmannians  
( $F_4$  型グラスマン多様体内の 17 次元完全交叉カラビ・ヤウ多様体の楕円種数)  
15 September. 2023
- 北村 侃 (KITAMURA Kan)  
Discrete quantum subgroups of quantum doubles  
(量子ダブルの離散部分量子群について)  
22 September. 2023
- 坪内 俊太郎 (TSUBOUCHI Shuntaro)  
A regularity theory for perturbed singular elliptic and parabolic equations  
(摂動特異楕円型および放物型方程式に対する正則性理論)  
22 September. 2023
- 胡 鑫 (Xin Hu)  
On the hydrodynamic limit of the Boltzmann equation and its numerical computation  
(ボルツマン方程式の流体力学極限とその数値計算について)  
21 March. 2024
- 井上 大輔 (INOUE Daisuke)  
Numerical Methods for Nonlinear Partial Differential Equations Arising from Large-Scale Multi-Agent Control Problems  
(大規模マルチエージェント制御問題に現れる非線形偏微分方程式の数値計算)  
21 March. 2024
- 植田 健人 (UEDA Kento)  
Error distribution for one-dimensional stochastic differential equation driven by fractional Brownian motion  
(非整数ブラウン運動で駆動される 1 次元確率微分方程式の誤差分布)  
21 March. 2024
- 江藤 徳宏 (ETO Tokuhiro)  
Numerical Analysis for Geometric Evolution Equations  
(幾何学的発展方程式に対する数値解析)  
21 March. 2024

- 及川 瑞稀 (OIKAWA Mizuki)  
 Equivariant  $\alpha$ -induction Frobenius algebras and related constructions of tensor categories  
 (同変  $\alpha$ -誘導フロベニウス代数と関連するテンソル圏の構成)  
 21 March. 2024
- 王 格非 (OU Kakuhi)  
 On the Rational Cohomology of Spin Hyperelliptic Mapping Class Groups  
 (スピンの超楕円の写像類群の有理コホモロジーについて)  
 21 March. 2024
- 島田 了輔 (SHIMADA Ryosuke)  
 Geometric Structure of Affine Deligne-Lusztig Varieties for  $GL_n$   
 ( $GL_n$  のアファイン Deligne-Lusztig 多様体の幾何構造)  
 21 March. 2024
- 高野 暁弘 (TAKANO Akihiro)  
 Studies on knot theory using braid groups and Thompson's group  
 (組み紐群とトンプソン群を用いた結び目理論の研究)  
 21 March. 2024
- 羽柴 康仁 (HASHIBA Yasuhito)  
 On the structure of crossed product von Neumann algebras  
 (接合積 von Neumann 環の構造について)  
 21 March. 2024
- 東 康平 (HIGASHI Kohei)  
 Fuzzy cellular automaton and systems with singular integrals and their applications  
 (ファジーセルオートマトンおよび特異積分をもつシステムの数理とその応用)  
 21 March. 2024
- VÍCTOR PÉREZ VALDÉS  
 Construction and classification of matrix-valued differential symmetry breaking operators  
 from  $S^3$  to  $S^2$   
 (3次元球面から2次元球面への対称性破れの行列値微分作用素の構成と分類について)  
 21 March. 2024
- 宮澤 仁 (MIKYAZAKI Jin)  
 Real Seiberg-Witten theory and its applications to surfaces in 4-manifolds  
 (実 Seiberg-Witten 理論とその4次元多様体に埋め込まれた曲面への応用)  
 21 March. 2024
- 山口 樹 (YAMAGUCHI Tatsuki)  
 Studies on F-singularities in equal characteristic zero via ultraproducts  
 (超積を用いた等標数0におけるF-特異点の研究)  
 21 March. 2024
- 李 公彦 (LI Kimihiko)  
 $q$ -de Rham complexes of higher level  
 (高レベル  $q$ -ド・ラーム複体)  
 21 March. 2024
- 渡邊 祐太 (WATANABE Yuta)  
 Bogomolov-Sommese vanishing with multiplier ideals and studies on positivity of singular

Hermitian metrics on holomorphic vector bundles

(乗数イデアル層を含む Bogomolov-Sommese 消滅定理と正則ベクトル束の特異エルミート計量に関する正值性の研究)

21 March. 2024

- 小泉 淳之介 (KOIZUMI Jyunnosuke)

Study of motives with modulus using  $Q$ -divisors

(モジュラス付きモチーフの  $Q$  因子を用いた研究)

21 March. 2024

- 山岸 颯 (YAMAGISHI Hayate)

Asmptotic expansion of estimators related to stochastic processes driven by fractional Brownian motion

(非整数ブラウン運動によって駆動される確率過程に関わる推定量の漸近展開)

22 February. 2024

## ☆ 修士号取得者と論文題目

(Master of Mathematical Sciences : conferee, thesis title, and date)

- 徐 子韞 (Xu Zhiyun)  
The  $\alpha$ -induction of Superconformal Nets  
(超共形ネットのアルファ誘導)  
21 March. 2024
- 岡本 弘毅 (OKAMOTO Kouki)  
An extension of the Goldman Lie algebra to non-orientable surfaces  
(Goldman Lie 代数の向き付け不可能曲面への拡張)  
21 March. 2024
- 富永 直弥 (TOMINAGA Naoya)  
実閉体上の柱状代数分解による量化記号消去  
21 March. 2024
- 西垣 啓佑 (NISHIGAKI Keisuke)  
1次元 Shadow Gierer-Meinhardt 系の Hopf 分岐およびその周期と臨界値の明示的表示  
21 March. 2024
- 箕浦 晴弥 (MINOURA Haruya)  
関連圏からのデカルト圏の普遍的再構成  
21 March. 2024
- 青山 天馬 (AOYAMA Tenma)  
Deformation of the heat kernel and Brownian motion from the perspective of the Ben Saïd-Kobayashi-Ørsted  $(k, a)$ -generalized Laguerre semigroup theory  
(Ben Saïd-Kobayashi-Ørsted による  $(k, a)$  一般化ラゲール半群論に基づく熱核とブラウン運動の変形)  
21 March. 2024
- 在田 晋一 (ARITA Shinichi)  
(離散星状空間上の減衰するポテンシャルに対する絶対スペクトルの存在について)  
21 March. 2024
- 伊澤 智広 (IZAWA Tomohiro)  
Okounkov bodies and positivity of adjoint bundles  
(オクンコフ凸体と随伴束の正值性)  
21 March. 2024
- 大江 亮輔 (Ooe Ryosuke)  
F-characteristic cycle of a rank one sheaf on an arithmetic surface  
(数論的曲面上の階数 1 の層の F-特性サイクル)  
21 March. 2024
- 神田 秀峰 (KANDA Syuho)  
The hard Lefschetz duality for locally conformally almost Kähler manifolds  
(局所共形概ケーラー多様体の Lefschetz 双対性について)  
21 March. 2024

- 行徳 義弘 (GYOTOKU Yoshihiro)  
Nonparametric Regression of Point Processes with Applications to Deep Learning  
(ノンパラメトリックな点過程回帰とその深層学習への応用)  
21 March. 2024
- 阪本 廉治 (SAKAMOTO Renji)  
Automorphism groups of Calabi-Yau manifolds of some quotient type  
(幾つかの商タイプのカラビ・ヤウ多様体の自己同型群)  
21 March. 2024
- 白鞘 祐斗 (SHIRASAYA Yuto)  
Classification of threshold properties for the one-dimensional matrix-valued Schrödinger operator  
(1次元行列値シュレディンガー作用素の閾値性質の分類)  
21 March. 2024
- 高谷 悠太 (TAKAYA Yuta)  
Equidimensionality of affine Deligne-Lusztig varieties in mixed characteristic  
(混標数におけるアフィン Deligne-Lusztig 多様体の等次元性)  
21 March. 2024
- 竹村 春希 (TAKEMURA Haruki)  
Error estimates of the cubic interpolated pseudo-particle scheme (CIP scheme) for one-dimensional advection equation  
(1次元移流方程式における cubic interpolated pseudo-particle scheme (CIP 法) の収束証明)  
21 March. 2024
- 多寶 雅樹 (TAHO Masaki)  
Tangent spaces of diffeological spaces and their variants  
(ディフェオロジカル空間の接空間とその変種)  
21 March. 2024
- 千葉 陽平 (CHIBA Yohei)  
確率微分方程式の path-by-path uniqueness について  
21 March. 2024
- 千綿 啓暉 (CHIWATA Hiroki)  
Profinite invariants of knots with the same Alexander polynomial  
(Alexander 多項式では区別できない結び目を区別する副有限不変量)  
21 March. 2024
- 徳永 遥杜 (TOKUNAGA Haruto)  
熱流による対数凹保存則について  
21 March. 2024
- 中江 優介 (NAKAE Yusuke)  
Constructing methods of Haag-Kastler nets by S-matrices, deformation quantization and Lagrangians  
(S 行列、変形量子化、ラグランジアンを用いた Haag-Kastler ネットの構成手法)  
21 March. 2024
- 福永 康輝 (FUKUNAGA Kouki)  
ネットワーク上における交通流モデルの数値解析  
21 March. 2024

- 古井 駿 (FURUI Syun )  
Approximation and error estimation of functions by deep ReLU neural networks with skip connections constructed through approximating sinusoidal functions  
(三角関数の近似を通して構成されたスキップコネクションのある深層 ReLU ニューラルネットワークによる関数の近似と誤差評価)  
21 March, 2024
- 洞 龍弥 (HORA Ryuya)  
Two classification theorems of quotient toposes  
(商トポスの二つの分類定理)  
21 March, 2024
- 政村 悠登 (MASAMURA Yuto)  
On the indices of Calabi-Yau pairs and the indices of good minimal pairs  
(カラビ・ヤウ対の指数と良い極小対の指数について)  
21 March, 2024
- 榊澤 海斗 (MASUZAWA Kaito)  
On the correspondence of simple supercuspidal representations of  $GS_{p_{2n}}$  and its inner form  
( $GS_{p_{2n}}$  とその内部形式の単純超尖点表現の対応について)  
21 March, 2024
- 松本 晃二郎 (MATSUMOTO Koujiro)  
On the potential automorphy and the local-global compatibility for the monodromy operators at  $p \neq \ell$  over CM fields  
(CM 体上の潜在的保型性と  $p \neq \ell$  におけるモノドロミー作用素に対する局所大域整合性について)  
21 March, 2024
- 村上 怜司 (MIRAKAMI Reiji)  
Branching problem of tensoring two Verma modules and its application to differential symmetry breaking operators  
(ヴェーマ加群のテンソルの分岐則と微分対称性破れ作用素への応用)  
21 March, 2024
- 矢後 徹也 (YAGO Tetsuya)  
ストレステストにおける確率的要素の導入と最大化戦略の離散近似  
21 March, 2024
- 吉田 充辰 (YOSHIDA Takanobu)  
半線形熱方程式系の解の存在について  
21 March, 2024
- 和久田 葵 (WAKUTA Aoi)  
A generalization of the Center Theorem of the Thurston-Wolpert-Goldman Lie algebra  
(Thurston-Wolpert-Goldman Lie 代数の中心定理の一般化)  
21 March, 2024
- 渡部 匠 (WATANABE Takumi)  
On the  $(\varphi, \Gamma)$ -modules corresponding to crystalline representations  
(クリスタリン表現に対応する  $(\varphi, \Gamma)$ -加群について)  
21 March, 2024

- 渡邊 光 (WATANABE Hikaru)  
無限次元多様体でパラメトライズされた測度モデルと統計的モデルについて  
21 March, 2024
- 康 子毅 (Kang Ziyi)  
Existence of Normal Integral Basis and Arithmetic Splitting for Certain Types of Abelian Extensions  
(ある種の Abel 拡大についての整正規底の存在と数論的分解)  
21 March, 2024
- 張 鑫堯 (Zhang Xinyao)  
On the pro-modularity in the residually reducible case for some totally real fields  
(剰余可約な場合のある総実体上の射影保型性について)  
21 March, 2024
- 野田 知宏 (NODA Tomohiro)  
斜交 Hall-Littlewood 多項式と昇降作用素を用いた斜交 Schur 関数の変形について  
21 March, 2024

### 3. 学術雑誌 - 東大数理科学ジャーナル 第 30 巻

Journal of Mathematical Sciences  
The University of Tokyo, Vol. 30

**Vol. 30 No. 1 Published May 11, 2023**

- Shigeo KUSUOKA, Yasufumi OSAJIMA  
*A Remark on Quadratic Functionals of Brownian Motions.*
- John Hisashi, Kazunori NAKAMOTO  
*Decision Tree-Based Estimation of the Overlap of Two probability Distributions.*
- Hiroto AKAIKE  
*Bounds for the Order of Automorphism Groups of Cyclic Covering Fibrations of an Elliptic Surface.*
- Yusaku TIBA  
*The Extension of Holomorphic Functions on a Non-Pluriharmoni Locus.*

**Vol. 30 No. 2 Published Aug 3, 2023**

- Yohei KASHIMA  
*Higher Order Phase Transitions in the BCS Model with Imaginary Field.*
- Atsushi KOMABA, Hisashi JOHNO and Kazunori NAKAMOTO  
*A Novel Approach for Two-Sample Testing Based on the Overlap Coefficient.*

**Vol. 30 No. 3 Published Nov 9, 2023**

- Sohei ASHIDA  
*Convergence of SCF Sequences for the Hartree-Fock Equation.*
- Yutaka KAMIMURA  
*An Extended KdV Hierarchy via an Energy Dependent Scattering.*
- Xi CHEN and James D. LEWIS  
*Real Regulators for Products of Elliptic Curves.*
- Takahiro INAYAMA  
*A Note on Characterizing Pluriharmonic Functions via the Ohsawa - Takegoshi Extension Theorem.*

## 4. 公開講座・研究集会等

Public Lectures · Symposiums · Workshops, etc

### The Second Australia-China-Japan-Singapore-U.S. Index Theory Conference – Noncommutative Geometry and K-Theory

May 29 – June 2, 2023

Lecture Hall, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo

#### Program

##### Monday, May 29

- 9:30–10:30 **Satoshi Watamura** Noncommutative Geometry: Physicist's viewpoint  
10:45–11:45 **Xiaonan Ma** Comparison of two equivariant eta forms  
13:30–14:30 **Hang Wang** Delocalized  $\ell^2$ -Betti numbers and higher Kazhdan projections  
14:45–15:45 **Toshikazu Natsume** F. Noether's index theorem revisited  
16:00–17:00 **Yosuke Kubota** Lifting finite propagation operators: applications to geometry and physics

##### Tuesday, May 30

- 9:30–10:30 **Sherry Gong** The Novikov conjecture, operator K theory, and diffeomorphism groups  
10:45–11:45 **Yanli Song**  $\eta$ -invariant and higher APS index theorem  
13:30–14:30 **Yi-Jun Yao** On two (noncommutative) index problems  
14:45–15:45 **Galina Levitina** Index via scattering theory: Dirac operators on  $\mathbf{R}^d$   
16:00–17:00 **Huitao Feng** Superconnections and an Intrinsic GBC Formula for Finsler Manifolds

##### Wednesday, May 31

- 9:30–10:30 **Xiang Tang** Helton-Howe Trace, Connes-Chern Character, and Quantization  
10:45–11:45 **Rufus Willett** Dynamic asymptotic dimension and Matui's HK conjecture

##### Thursday, June 1

- 9:30–10:30 **Zhizhang Xie** Index theory and scalar curvature  
10:45–11:45 **Shu Shen** Coherent sheaves, superconnection, and the Riemann-Roch-Grothendieck formula  
13:30–14:30 **Guo Chuan Thiang** Large-scale quantization and coarse cohomology  
14:45–15:45 **Raphael Ponge** Semiclassical analysis and noncommutative geometry  
16:00–17:00 **Alain Connes** Exotic index theorems

##### Friday, June 2

- 9:30–10:30 **Steven Hurder** Non-commutative geometry of solenoidal manifolds  
10:45–11:45 **Jianchao Wu** The Novikov conjecture, groups of diffeomorphisms, and Hilbert-Hadamard spaces

# Operator Algebras and Mathematical Physics (Yasu Festa 60)

July 24 – July 28, 2023

Lecture Hall, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo  
Organizers: Yoshikata Kida (Tokyo), Toshihiko Masuda (Chair, Kyushu), Yoshiko Ogata (Tokyo), Narutaka Ozawa (Kyoto), Reiji Tomatsu (Waseda)

## Program

### Monday, July 24

- 9:30–10:30 **Roberto Longo** (Rome) Signal communication and modular theory  
10:45–11:45 **Yuji Tachikawa** (Kavli IPMU) On asymptotic density of states in 2d CFT with symmetry  
12:00–13:30 **Lunch**  
13:30–14:30 **Yuhei Suzuki** (Hokkaido) Amenable actions on finite simple  $C^*$ -algebras arising from flows on Pimsner algebras  
14:45–15:45 **Yusuke Isono** (Kyoto) Haagerup-Størmer’s conjecture for pointwise inner automorphisms  
16:00–17:00 **Sebastiano Carpi** (Rome) From VOA extensions to subfactors

### Tuesday, July 25

- 9:30–10:30 **Masaki Izumi** (Kyoto) Several infinite families of potential modular data  
10:45–11:45 **Bin Gui** (Tsinghua) A geometric criterion on the completely unitarity of vertex operator algebras  
12:00–13:30 **Lunch**  
13:30–14:30 **James Tener** (ANU) Towards a unified framework for the mathematics of conformal field theory  
14:45–15:45 **David Kerr** (Münster) Entropy, orbit equivalence, and the Rokhlin lemma  
16:00–17:00 **Narutaka Ozawa** (Kyoto) Kazhdan’s property (T) for  $\text{Aut}(F_n)$  and  $\text{EL}_n(\mathbb{R})$

### Wednesday, July 26

- 9:30–10:30 **Sorin Popa** (UCLA) On rigidity of quantized symmetries of  $\text{II}_1$  factors  
10:45–11:45 **Yoh Tanimoto** (Rome) Wightman fields for two-dimensional CFT and integrable deformation  
12:00–13:30 **Lunch**  
13:30–14:30 **Zhengwei Liu** (Tsinghua) Bi-Invariants of 3-Manifold Surface Algebras  
14:45–15:45 **Dietmar Bisch** (Vanderbilt) The fascinating world of hyperfinite subfactors  
16:00–17:00 **Benoit Collins** (Kyoto) On the operator norm of random tensors  
17:30– **Dinner party**

### Thursday, July 27

- 9:30–10:30 **David. E. Evans** (Cardiff) Quantum Symmetries, Higher Equivariant Twists and K-theory  
10:45–11:45 **David Penneys** (Ohio state) Local topological order and boundary algebras  
12:00–13:30 **Lunch**

- 13:30–14:30 **Terry Gannon** (U Alberta) The classification of quantum subgroups in higher rank  
 14:45–15:45 **Mayuko Yamashita** (Kyoto) Topological modular forms and heterotic string theory  
 16:00–17:00 **Feng Xu** (UC Riverside) Rigorous results about entropies in QFT

**Friday, July 28**

- 9:30–10:30 **Yoshiko Ogata** (Tokyo) Operator algebraic approach to topological phases  
 10:45–11:45 **Makoto Yamashita** (Oslo) Unitary quantization of compact symmetric spaces

**Painlevé equations, Applications, and Related Topics**  
 — Mini symposium at ICIAM 2023 TOKYO

August 22 – August 23, 2023

Room A617, Waseda University, Tokyo

Organizers: **Anton Dzhamay** (University of Northern Colorado & BIMSA), **Alexander Stokes** (the University of Tokyo), **Tomoyuki Takenawa** (Tokyo University of Marine Science and Technology) & **Ralph Willox** (the University of Tokyo)

**Program**

**Tuesday, August 22**

- 15:30–15:55 **Anton Dzhamay** (University of Northern Colorado & BIMSA)  
 The Identification Problem for Discrete Painlevé Equations  
 15:55–16:20 **Alexander Stokes** (the University of Tokyo)  
 Orthogonal polynomials and discrete Painlevé equations on the  $D_5^{(1)}$  Sakai surface  
 16:20–16:45 **Walter Van Assche** (KU Leuven)  
 Orthogonal polynomials, Schur flow and Painlevé equations  
 16:45–17:10 **Yang Shi** (Flinders University)  
 Symmetries of discrete Nahm systems and Normalizers in Coxeter groups

Break

- 17:40–18:05 **Hidetaka Sakai** (the University of Tokyo)  
 On the bilinear equations of the Painlevé transcendents  
 18:05–18:30 **Robert Buckingham** (University of Cincinnati)  
 Large-degree asymptotics of Generalized Hastings-McLeod functions  
 18:30–18:55 **Thomas Kecker** (University of Portsmouth)  
 Spaces of initial values for equations with the quasi-Painlevé property  
 18:55–19:20 **Galina Filipuk** (University of Warsaw)  
 On the (quasi-)Painlevé equations

**Wednesday, August 23**

- 13:20–13:45 **Joceline Lega** (University of Arizona)  
 A dynamical systems approach to map enumeration  
 13:45–14:10 **Takao Suzuki** (Kindai University)  
 An affine Weyl group action on the basic hypergeometric series

14:10–14:35 **Giorgio Gubbiotti** (Universita degli Studi di Milano)

On the growth properties of some families of birational maps

14:35–15:00 **Jie Hu** (Jinzhong University (晋中学院))

Laguerre (q-Laguerre) Weight Recurrence and Geometric Theory of Painlevé equations

## International workshop on Birational Geometry

October 10th – 13th, 2023

akata-Hirata Hall, Nagoya University, Nagoya Japan

**Organizers:** Sho Tanimoto, Yoshinori Gongyo, Yusuke Nakamura.

### Program

#### Tuesday, October 10

10:00-11:00 **Yukari Ito** (IPMU, The University of Tokyo) What is the G-Hilbert scheme?

11:30-12:30 **Roberto Svaldi** (University of Milan) Birational geometry of surface foliations: towards a moduli theory

14:30-15:30 **Shunsuke Takagi** (The University of Tokyo) On the behavior of adjoint ideals under pure morphisms

16:00-17:00 **Kenta Sato** (Kyushu University) On boundedness of Fano threefolds in positive characteristic

#### Wednesday, October 11

10:00-11:00 **Yujiro Kawamata** (The University of Tokyo) On non-commutative deformations of complex manifolds

11:30-12:30 **Shihoko Ishii** (The University of Tokyo) Pairs of a smooth variety and an ideal in positive characteristic

14:30-15:30 **Andrea Fanelli** (Institut de Mathématiques de Bordeaux) Maximal connected algebraic subgroups of Cremona groups

16:00-17:00 **Kohsuke Shibata** (Tokyo Denki University) Inversion of adjunction for quotient singularities

#### Thursday, October 12

10:00-11:00 **Osamu Fujino** (Kyoto University) Minimal model program for projective morphisms between complex analytic spaces

11:30-12:30 **Lena Ji** (University of Michigan) Fibrations of Fano hypersurfaces by curves

14:30-15:30 **Tatsuro Kawakami** (Kyoto University) Quasi-F-splitting of klt singularities

16:00-17:00 **Shou Yoshikawa** (Tokyo Institute of Technology) Characterization of toric pair via log tangent bundle in positive characteristic

#### Friday, October 13

9:30-10:30 **Taku Suzuki** (Utsunomiya University) Fano manifolds covered by high dimensional rational manifolds

11:00-12:00 **Hiromichi Takagi** (Gakushuin University) Constructing prime Q-Fano 3-folds of codimension 4 via Jordan algebras or Freudenthal triple systems

## Connections Workshop: Stochastic Processes and Related Fields

October 18 – October 20, 2023

Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University

### Program

#### Wednesday, October 18

13:00–13:10 Welcome speech

13:10–14:00 **Takashi Kumagai** (Waseda University) Introduction to resistance forms: Generalization of symmetric  $1D$  processes

14:10–15:10 1 min. speech

Coffee break

15:40–16:10 **Yuki Suzuki** (Keio University) Long-time behavior of stochastic processes in random environments

16:20–16:50 **Reika Fukuizumi** (Waseda University) Random nonlinear Schrödinger equations

#### Thursday, October 19

9:20–9:50 **Noe Kawamoto** (Hokkaido University) Rate of convergence of the critical point of the memory- $\tau$  self-avoiding walk in dimensions  $d > 4$

10:00-10:30 **Yuka Ota** (Kyoto University) Conductive homogeneity of  $J$ -gon self-similar sets

10:40–11:20 1 min. speech

Coffee break

11:40–12:10 **Benoit Collins** (Kyoto University) Random Matrix Theory (a moment point of view)

Lunch break

13:30–14:20 **Patricia Goncalves** (Istituto Superior Técnico) From particle systems to PDEs

14:30–15:20 Social event

Coffee break

15:40–16:10 **Weile Weng** (Technical University of Berlin) Quenched local limit theorem for random walks in random environments with bounded cycle representation

16:20–16:50 **Kohei Suzuki** (Durham University) Geometry Behind Interacting Particles

#### Friday, October 20

9:20–9:50 **Satomi Watanabe** (Kyoto University) Asymptotic behavior of simple random walk on uniform spanning tree and loop-erased random walk

10:00–10:30 **Shun Yanashima** (Tokyo Metropolitan University) On the construction of  $\delta$ -dimensional Bessel house-moving and its applications

Coffee break

11:00–11:30 **Kumi Yasuda** (Keio University) Limit Theorems on Reals and  $p$ -adics

Lunch break

13:30–14:20 **Marielle Simon** (University of Lyon) Energy transport in harmonic chains of oscillators

14:30–15:00 **Kumiko Hattori** (Tokyo Metropolitan University) Loop-erased random walk on fractals

15:10–15:40 **Ju-Yi Yen** (University of Cincinnati) Applications of stochastic processes in political science and data science

Coffee break

16:10–16:40 Discussion

16:40–16:50 Closing

## 葉層構造論シンポジウム

10月19日 – 10月21日, 2023年

東京大学大学院数理科学研究科 数理科学研究科棟 056 講義室

### Program

#### 10月19日 (木)

13:40–13:50 案内及び注意

14:00–15:00 **石井 豊** (九大数理) Is  $M$  disconnected?

15:20–16:20 **大沢 健夫** (名大) Serre の問題への Coeuré–Loeb の反例への一注意

#### 10月20日 (金)

10:30–11:30 **小池 貴之** (大公大理)  $\bar{\partial}$ -cohomology of the complement of a semi-positive anticanonical divisor of a compact surface

11:50–12:50 **小川 智史** (大公大理) コンパクト複素曲線周りの完全線形化とブルーノ条件について

14:00–15:00 **足立 真訓** (静岡大理) 有理型接続の留数定理と葉層の安定集合への応用

15:20–16:20 **柴田 泰輔** (京大数理研) Disk-like Birkhoff sections, convex Reeb flows and embedded contact homology

16:40–17:40 **足助 太郎** (東大数理) 余次元 1 の複素解析的な葉層構造の Fatou–Julia 分解

#### 10月21日 (土)

10:00–11:00 **三上 健太郎** (秋田大) Superalgebraic approach to Poisson structures

11:20–12:20 **三松 佳彦** (中央大理工) 余次元 1 横断的実解析的葉層構造について

## The 21st international symposium "Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems"

October 23 – October 26, 2023

Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University

### Program

#### Monday, October 23

9:30–10:10 **Insuk Seo** (Seoul National University) Markov chain model reductions and resolvent equations

10:20–11:00 **Stefano Olla** (Université Paris Dauphine) Heat equation from a deterministic dynamics

- 11:10–11:30 **Weile Weng** (Technische Universität Berlin) Quenched local limit theorem for RWRE with bounded cycle representation
- 13:10–13:50 **Marielle Simon** (Université Lyon 1) Hydrodynamic limit for a facilitated exclusion process
- 14:00–14:40 **Hanbaek Lyu** (University of Wisconsin-Madison) Particle density in diffusion-limited annihilating systems
- 15:10–15:30 **Tomohiro Aya** (Kyoto University) Quantitative stochastic homogenization of elliptic and parabolic equations with unbounded coefficients
- 15:40–16:00 **Satomi Watanabe** (Kyoto University) On simple random walk on a high-dimensional loop-erased random walk
- 16:10–16:50 **Francesco Caravenna** (Università de Milano-Bicocca) The critical 2d Stochastic Heat Flow

## Tuesday, October 24

- 9:30–10:10 **Tomoyuki Shirai** (Kyushu University) Zeros of Gaussian power series with dependent coefficients
- 10:20–11:00 **Thomas Leblé** (CNRS, Université Paris) Charge fluctuations in 2d Coulomb (and related) systems
- 11:10–11:30 **Ryosuke Sato** (Chuo University) Stochastic dynamics on DPPs and GICAR algebras
- 13:10–13:50 **Patricia Gonçalves** (IST-Lisbon) Universality in multi-species exclusion
- 14:00–14:40 **Rodrigo Marinho** (Universidade Federal de Santa Maria) Sharp convergence to equilibrium of particle systems with reservoirs
- 15:10–15:30 **Yuta Arai** (Chiba University of Commerce) The KPZ fixed point and the KPZ scaling in TASEP
- 15:40–16:00 **Kohei Hayashi** (RIKEN iTHEMS) Universality in fluctuations of multi-component systems
- 16:10–16:50 **Tomohiro Sasamoto** (Tokyo Institute of Technology) Large deviation for symmetric interacting particle systems

## Wednesday, October 25

- 9:30–10:10 **Yuu Hariya** (Tohoku University) Invariance of Brownian motion associated with past and future maxima
- 10:20–11:00 **Pierre-François Rodriguez** (Imperial College London) Percolation and the phase transition for the vacant set of random walk
- 11:10–11:30 **Hayate Suda** (Keio University) Diffusive fluctuations for the box-ball system in low density regime
- 13:10–13:50 **Kyeongsik Nam** (KAIST) Universality of Poisson-Dirichlet law for log-correlated fields
- 14:00–14:40 **Yoshihiro Abe** (Tohoku University) Thick points of simple random walk on a regular tree
- 15:10–15:30 **Noe Kawamoto** (Hokkaido University) Rate of convergence of the critical point of the memory- $\tau$  self-avoiding walk in dimensions  $d > 4$
- 15:40–16:00 **Yucheng Liu** (University of British Columbia) Continuous-time weakly self-avoiding walk on  $\mathbb{Z}$  has strictly monotone escape speed

16:10–16:50 **Gordon Slade** (University of British Columbia) Boundary conditions and universal finite-size scaling in high dimensions

#### Thursday, October 26

9:30–10:10 **Hubert Lacoin** (IMPA) Pinning a random walk on a random walk

10:20–10:40 **Bruno Hideki Fukushima Kimura** (Hokkaido University) A Theoretical Approach to the Stochastic Cellular Automata Annealing and the Digital Annealer's Algorithm

10:50–11:10 **Stefan Junk** (Gakushuin University) Local limit theorem for directed polymer beyond the  $L^2$ -phase

11:20–11:40 **Syota Esaki** (Fukuoka University) Eigenvalues, eigenvector-overlaps, and regularized Fuglede-Kadison determinant of the non-Hermitian matrix-valued stochastic processes

13:10–13:50 **Patrick van Meurs** (Kanazawa University) Towards a particle system for the incompressible Navier-Stokes equation

14:00–14:40 **David Croydon** (Kyoto University) Random walk on a critical percolation cluster on a random hyperbolic half-planar triangulation

15:10–15:30 **Satoshi Yabuoku** (Kitakyushu College) SDEs for eigenvalues and eigenvector-overlaps of the non-Hermitian matrix-valued processes and related time-dependent point processes

15:40–16:20 **Hideki Tanemura** (Keio University) Elephant random walk with a power law memory

九州大学 IMI 共同利用・短期共同研究 公開プログラム

### 数値解析と機械学習の協同が拓く新時代の数理科学

11月2日 – 11月3日, 2023

九州大学 伊都キャンパス

#### プログラム

##### 11月2日(木)

13:00–13:40 **井上 大輔** (株式会社豊田中央研究所) 大規模マルチエージェントシステムの制御のための平均場モデルとその数値計算

14:00–14:40 **越塚 毅** (東京大学) Schrödinger Bridge 問題に基づく拡散生成モデル学習

15:00–15:40 **中井 拳吾** (岡山大学) 機械学習モデルの力学系解析

16:00–16:40 **江藤 徳宏** (東京大学) 深層学習による界面発展方程式の数値計算について

##### 11月3日(金)

13:00–13:40 **磯部 伸** (東京大学) 微分方程式論と深層学習間の相互作用の活性化に向けて

14:00–14:40 **谷口 隆晴** (神戸大学) 深層物理モデルにおける数値解析技術の応用について

15:00–15:40 **橋本 悠香** (NTT ネットワークサービスシステム研究所)  $C^*$  環によるニューラルネットワークパラメータの一般化

16:00–16:40 **堀江 正信** (株式会社 RICOS) 物理現象の性質を満たす機械学習モデルによる偏微分方程式ソルバ

# Algebraic Geometry in East Asia

November 6th – 10th, 2023

KIAS1503, SEOUL

**Invited Speakers:** Jheng-Jie Chen (National Central University), Sung Rak Choi (Yonsei University), You-Cheng Chou (Academia Sinica), Chang-Yeon Chough (Sogang University), Van Thinh Dao (Institute of Mathematics, VAST), Kangjin Han (DGIST), Akihiro Kanemitsu (Saitama University), Tatsuro Kawakami (Kyoto University), Jeong-Seop Kim (Korea Institute for Advanced Study), Kuan-Wen Lai (Academia Sinica), Zhiyuan Li (SCMS, Fudan University), Qifeng Li (Shandong University), Yujie Luo (National University of Singapore), Michael McBreen (CUHK), Sheng Meng (ECNU), Hong Duc Nguyen (Thang Long University), Shinnosuke Okawa (Osaka University), Takehiko Yasuda (Osaka University), Xun Yu (Tianjin University), Guolei Zhong (Institute for Basic Science).

**Organizers:** Jungkai Chen (National Taiwan University), Meng Chen (Fudan University), Kiryong Chung (Kyungpook National University), Baohua Fu (Morningside Center of Mathematics), Yujiro Kawamata (University of Tokyo), JongHae Keum (KIAS), Quy Thuong Le (Vietnam National University), Naichung Conan Leung (CUHK), Wei-Ping Li (HKUST), Hsueh-Yung Lin (National Taiwan University), Yusuke Nakamura (University of Tokyo), Ho Hai Phung (Institute of Mathematics, VAST), Xiaotao Sun (Tianjin University), Joonyeong Won (Ehwa Womans University), De-Qi Zhang (National University of Singapore).

# Birational Geometry and Algebraic Dynamics

November 27 – December 1, 2023

Lecture Hall, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo  
Organizers: Yoshinori Gongyo, Yujiro Kawamata, Yusuke Nakamura, Shunsuke Takagi

## Program

### Monday, November 27

10:00–10:50 **Jun-Muk Hwang** (IBS, Korea) Minimal rational curves whose VMRT at a general point is an adjoint variety

11:10–12:00 **Tien-Cuong Dinh** (National University of Singapore) Periodic points for meromorphic self-maps of Fujiki varieties

14:00–14:50 **Trung Tuyen Truong** (University of Oslo) Periodic points, dynamical degrees and root finding

15:10–16:00 **Xun Yu** (Tianjin University) K3 surface entropy and automorphism groups

16:20–17:10 **Vladimir Lazić** (Universität des Saarlandes) Rigid currents and birational geometry

### Tuesday, November 28

10:00–10:50 **Jungkai Chen** (National Taiwan University) On varieties with extremal birational invariants

11:10–12:00 **Bong Lian** (Brandeis University) GLSM, non-commutative resolutions, and mirror symmetry

14:00–14:50 **Shinobu Hosono** (Gakushuin University) Mirror symmetry from the moduli spaces of Calabi-Yau manifolds

15:10–16:00 **Genki Ouchi** (Nagoya University) Cubic fourfolds and K3 surfaces with large automorphism groups

16:20–17:10 **Daniel Huybrechts** (Universität Bonn) Splitting Brauer classes

### Wednesday, November 29

10:00–10:50 **Hélène Esnault** (Freie Universität Berlin) On an arithmetic obstruction for a finitely presented group to be the fundamental group of a smooth complex quasi-projective variety

11:10–12:00 **Stefan Schröer** (Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf) There is no Enriques surface over the integers

### Thursday, November 30

10:00–10:50 **Thomas Peternell** (Universität Bayreuth) Klt varieties and the complex projective space

11:10–12:00 **Fabrizio Catanese** (Universität Bayreuth) Components of the moduli space of nodal K3 surfaces, binary coding theory and a generalized RDP coding theory

14:00–14:50 **JongHae Keum** (KIAS) Fake Projective Planes

15:10–16:00 **Shing-Tung Yau** (Tsinghua University) Complete Calabi-Yau metrics on complete noncompact manifolds

16:20–17:10 **Keiji Oguiso** (University of Tokyo) Automorphisms of positive entropy in a projective family of K3 surfaces

### Friday, December 1

10:00–10:50 **Hsueh-Yung Lin** (National Taiwan University) Factorization centers of birational maps

11:10–12:00 **Cécile Gachet** (Humboldt-Universität zu Berlin) Orbifold fundamental groups of log Calabi-Yau surface pairs, and the Jordan constant of  $Bir(P^2)$

14:00–14:50 **Long Wang** (Fudan University) Morrison-Kawamata cone conjecture for Schoen varieties

15:10–16:00 **De-Qi Zhang** (National University of Singapore) Structures theorems and applications of non-isomorphic surjective endomorphisms of smooth projective threefolds

**Organizers:** Yoshinori Gongyo, Yujiro Kawamata, Yusuke Nakamura, Shunsuke Takagi

## 確率解析とその周辺

2023年12月14日 – 12月15日

熊本大学 黒髪北地区 くすの木会館 レセプションルーム

### プログラム

#### 12月14日(木)

13:20–14:00 **星野 荘登** (大阪大学大学院基礎工学研究科)

Random models on regularity-integrability structures

14:10–14:50 名古路 浩辰 (京都大学大学院理学研究科)

Normalizability of the Gibbs measures associated with multivariate version of  $P(\Phi)_2$  model

15:00–15:40 高橋 静真 (京都大学大学院理学研究科)

確率論的手法による HJB 方程式の Cauchy 問題の解の一意性

16:00–16:40 野場 啓 (統計数理研究所統計思考院)

On scale functions of standard processes with no positive jumps

16:50–17:30 塩沢 裕一 (大阪大学大学院理学研究科)

Berry-Essen bound for the Brownian motions on hyperbolic spaces

**12月15日(金)**

9:30–10:10 田口 大 (関西大学システム理工学部)

Regularity of the density function for SDEs with BV drift

10:20–11:00 濱口 雄史 (大阪大学大学院基礎工学研究科)

Infinite dimensional Markovian lifts of stochastic Volterra equations

11:10–11:50 深澤 正彰 (大阪大学大学院基礎工学研究科)

フィルター付き確率空間におけるキュムラント再帰公式とその応用

世話人:

会田茂樹 (東京大学大学院数理科学研究科)

河備浩司 (慶應義塾大学経済学部)

楠岡誠一郎 (京都大学大学院理学研究科)

永沼伸顕 (熊本大学大学院先端科学研究部)

## JAFEE 設立 30 周年記念シンポジウム 「～次世代へつなぐ JAFEE のこれまでとこれから～」

2024 年 2 月 18 日

東京大学大学院数理科学研究科大講義室

プログラム

13:00-13:15 山田 雄二 (JAFEE 会長, 筑波大学ビジネスサイエンス系)

開会挨拶

13:15-15:30 基調講演セッション

池森 俊文 (統計数理研究所統計思考院特命教授, みずほ第一フィナンシャルテクノロジー株式会社元代表取締役社長)

JAFEE—金融新技術への対応の思い出

椿 広計 (統計数理研究所所長, 筑波大学名誉教授)

金融計量・工学に関わる人つくりとコトつくりを振り返る

古澤 知之 (公益監視委員会 (PIOB) メンバー, 前金融庁企画市場局長)

金融資本市場における専門家の倫理 (サステナビリティ情報に関する職業会計士の独立性・倫理基準等を題材として)

16:00-17:30 パネル討論: 実務家が考えるファイナンス分野のこれまでとこれから・JAFEE への期待

モデレーター

荒川 研一 (株式会社りそな銀行 金融イノベーション研究所 所長)

パネリスト

**安達 哲也**（PwC Japan 有限責任監査法人 ガバナンス・リスク・コンプライアンス・アドバイザリー部  
執行役員 パートナー）

**大熊 香里**（株式会社 QUICK）

**嶋田 康史**（株式会社 SBI 新生銀行 エグゼクティブアドバイザー兼イノベティブファイナンス研究所  
長）

**松本 純佳**（株式会社りそな銀行 金融イノベーション研究所 クオンツアナリスト）

## 5. 談話会

Colloquium

- 日時：4月28日(金) 15:30~16:30  
場所：数理科学研究科棟(駒場) ハイブリッド開催  
講師：葉廣 和夫 氏(東京大学大学院数理科学研究科)  
題目：量子トポロジーについて
- 日時：5月19日(金) 15:30~16:30  
場所：数理科学研究科棟(駒場) 大講義室  
講師：増田 弘毅 氏(東京大学大学院数理科学研究科)  
題目：局所安定型回帰モデリング
- 日時：6月5日(金) 15:30~16:30  
場所：数理科学研究科棟(駒場) オンライン開催  
講師：Curtis T McMullen 氏(Harvard University)  
題目：Billiards and Moduli Spaces
- 日時：6月30日(金) 15:30~16:30  
場所：数理科学研究科棟(駒場) 大講義室  
講師：Guy Henniart 氏(Université Paris-Saclay)  
題目：Did you say  $p$ -adic?
- 日時：7月21日(金) 15:30~16:30  
場所：数理科学研究科棟(駒場) 大講義室  
講師：山崎 雅人 氏(東京大学 カブリ数物連携宇宙研究機構)  
題目：数理としての場の量子論
- 日時：10月27日(金) 15:30~16:30  
場所：数理科学研究科棟(駒場) 大講義室  
講師：Jenn-Nan Wang 氏(National Taiwan University)  
題目：Increasing stability and decreasing instability estimates for an inverse boundary value problem
- 日時：12月15日(金) 15:30~16:30  
場所：数理科学研究科棟(駒場) 大講義室  
講師：榎田 幹也 氏(大阪公立大学数学研究所)  
題目：Hessenberg varieties and Stanley-Stembridge conjecture in graph theory
- 日時：2024年1月19日(金) 15:30~16:30  
場所：数理科学研究科棟(駒場) 大講義室  
講師：深谷 賢治 氏(サイモン物理幾何センター)  
題目：ラグランジュ対応とフレアー理論
- 日時：2024年3月14日(金) 14:30~15:30  
場所：数理科学研究科棟(駒場) 大講義室  
講師：新井 敏康 氏(東京大学大学院数理科学研究科)  
題目：40年くらい

- 日時：2024年3月14日（金）16:00～17:00  
場所：数理科学研究科棟（駒場）大講義室  
講師：山本 昌宏 氏（東京大学大学院数理科学研究科）  
題目：結局、好きだった数学：外縁部を歩んで

## 6. 公開セミナー

Seminars

### 複素解析幾何セミナー

- 日時 : 4月24日(月)10:30 – 12:00  
講師 : 大沢 健夫 氏 (名古屋大学)  
題目 : Guan-Zhou の開性定理と  $L^2$  最小化積分の凹性
- 日時 : 5月8日(月)10:30 – 12:00  
講師 : 糟谷 久矢 氏 (大阪大学)  
題目 : Non-Kähler Hodge theory and resolutions of cyclic orbifolds
- 日時 : 5月15日(月)10:30 – 12:00  
講師 : 竹内 有哉 氏 (筑波大学)  
題目 :  $\mathcal{L}$ -curvatures and the Hirachi conjecture
- 日時 : 5月22日(月)10:30 – 12:00  
講師 : 足立 真訓 氏 (静岡大学)  
題目 : A residue formula for meromorphic connections and applications to stable sets of foliations
- 日時 : 5月29日(月)10:30 – 12:00  
講師 : 上原 崇人 氏 (岡山大学)  
題目 : On dynamical degrees of birational maps
- 日時 : 6月19日(月)10:30 – 12:00  
講師 : 本多 宣博 氏 (東京工業大学)  
題目 : 3次元不定値 Zoll 多様体の新しい構成方法
- 日時 : 6月26日(月)10:30 – 12:00  
講師 : 岩井 雅崇 氏 (大阪大学)  
題目 : Miyaoka type inequality for terminal weak Fano varieties
- 日時 : 7月3日(月)10:30 – 12:00  
講師 : 山ノ井 克俊 氏 (大阪大学)  
題目 : 準射影多様体の擬双曲性と基本群の非可換性について
- 日時 : 7月10日(月)10:30 – 12:00  
講師 : 吉川 謙一 氏 (京都大学)  
題目 : リーマン面の退化とラプラシアンの小さい固有値
- 日時 : 10月16日(月)10:30 – 12:00  
講師 : 辻 元 氏 (上智大学)  
題目 : The limit of Kähler-Ricci flows

- 日時 : 10 月 30 日 (月)10:30 – 12:00  
講師 : 松村 慎一 氏 (東北大学)  
題目 : The Nonvanishing problem for varieties with nef anticanonical bundle
- 日時 : 11 月 27 日 (月)10:30 – 12:00  
講師 : 小川 智史 氏 (大阪公立大学)  
題目 : On a holomorphic tubular neighborhood of a compact complex curve and Brjuno condition
- 日時 : 12 月 11 日 (月)10:30 – 12:00  
講師 : 松田 凌 氏 (京都大学)  
題目 : On Partial deformations and Bers embedding

### 東京確率論セミナー

- 日時 : 4 月 17 日 (月)17:00 – 18:30  
講師 : 清水 良輔 氏 (早稲田大学)  
題目 : Construction of Sobolev spaces and energies on the Sierpinski carpet
- 日時 : 4 月 24 日 (月)17:00 – 18:30  
講師 : Charles Bordenave 氏 (Institut de Mathématiques de Marseille)  
題目 : Mobility edge, the Poisson Infinite weighted tree of Aldous and Lévy Matrices
- 日時 : 5 月 8 日 (月)17:00 – 18:30  
講師 : 新井 裕太 氏 (千葉商科大学)  
題目 : On the Chapman-Kolmogorov equation for LPP
- 日時 : 5 月 15 日 (月)17:00 – 18:30  
講師 : 岡田いづ海 氏 (千葉大学)  
題目 : Capacity of the range of random walk
- 日時 : 6 月 5 日 (月)17:00 – 18:30  
講師 : 福山 克司 氏 (神戸大学)  
題目 : On the Chapman-Kolmogorov equation for LPP
- 日時 : 6 月 26 日 (月)17:00 – 18:30  
講師 : 築島 瞬 氏 (東京都立大学)  
題目 :  $\delta$  次元 Bessel 引越過程の構成方法, サンプルパス生成方法, および汎関数期待値の数値計算法について
- 日時 : 7 月 10 日 (月)17:00 – 18:30  
講師 : 松井 千尋 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
題目 : 孤立量子系の熱化と緩和
- 日時 : 8 月 7 日 (月)17:00 – 18:30  
講師 : Freddy Delbaen 氏 (Professor emeritus at ETH Zurich)  
題目 : On the Chapman-Kolmogorov equation for LPP
- 日時 : 8 月 25 日 (月)17:00 – 18:30  
講師 : Jimmy He 氏 (MIT)  
題目 : On the Chapman-Kolmogorov equation for LPP

- 日時 : 9月25日(月)17:00 – 18:30  
講師 : Jimmy He 氏 (MIT)  
題目 : Boundary current fluctuations for the half space ASEP
- 日時 : 10月30日(月)16:00 – 16:50  
講師 : Chenlin Gu 氏 (Tsinghua University)  
題目 : Quantitative homogenization of interacting particle systems
- 日時 : 10月30日(月)17:00 – 17:50  
講師 : Lorenzo Dello-Schiavio 氏 (Institute of Science and Technology Austria (ISTA))  
題目 : On the Chapman-Kolmogorov equation for LPP
- 日時 : 10月30日(月)18:00 – 18:50  
講師 : 鈴木 康平 氏 (Durham University)  
題目 : Curvature Bound of the Dyson Brownian Motion
- 日時 : 11月20日(月)17:00 – 18:30  
講師 : 木上 淳 氏 (京都大学)  
題目 : Yet another construction of “Sobolev” spaces on metric spaces
- 日時 : 11月27日(月)17:00 – 18:30  
講師 : Stefan Junk 氏 (学習院大学)  
題目 : Local limit theorem for directed polymer in (almost) the whole weak disorder regime
- 日時 : 2024年2月5日(月)17:00 – 18:30  
講師 : Sunder Sethuraman 氏 (University of Arizona)  
題目 : Atypical behaviors of a tagged particle in asymmetric simple exclusion

#### 代数幾何学セミナー

- 日時 : 4月21日(金)12:45 – 13:45  
講師 : Sung Rak Choi 氏 (Yonsei University )  
題目 : ACC of plc thresholds
- 日時 : 4月21日(金)14:00 – 15:30  
講師 : 河上 龍郎 氏 (京都大学)  
題目 : Endomorphisms of varieties and Bott vanishing
- 日時 : 4月28日(金)13:30 – 15:00  
講師 : 吉野 太郎 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
題目 : On the degree of irrationality of complete intersections
- 日時 : 5月10日(水)13:30 – 15:00  
講師 : Jakub Witaszek 氏 (Princeton University)  
題目 : Singularities in mixed characteristic via the Riemann-Hilbert correspondance
- 日時 : 5月26日(金)13:30 – 15:00  
講師 : 吉川 翔 氏 (東京工業大学, 理研)  
題目 : Varieties in positive characteristic with numerically flat tangent bundle

- 日時 : 6月7日(水)13:30 – 15:00  
講師 : 呼子 笛太郎 氏 (名古屋大学)  
題目 : Quasi-F-splitting and Hodge-Witt
- 日時 : 6月14日(水)14:00 – 15:30  
講師 : Wenliang Zhang 氏 (University of Illinois Chicago)  
題目 : Vanishing of local cohomology modules
- 日時 : 6月23日(金)13:30 – 15:00  
講師 : 柴田 康介 氏 (東京電機大学)  
題目 : Minimal log discrepancies for quotient singularities
- 日時 : 7月21日(金)13:30 – 15:00  
講師 : 江尻 祥 氏 (大阪公立大学)  
題目 : The Demailly–Peternell–Schneider conjecture is true in positive characteristic
- 日時 : 10月16日(月)14:00 – 15:30  
講師 : Lena Ji 氏 (University of Michigan)  
題目 : Symmetries of Fano varieties
- 日時 : 11月24日(金)13:30 – 15:00  
講師 : Haidong Liu 氏 (Sun Yat-sen University)  
題目 : On Kawamata-Miyaoka type inequality
- 日時 : 12月15日(金)13:30 – 15:00  
講師 : 石井 志保子 氏 (東京大学)  
題目 : On a pair of a smooth variety and a multi-ideal with a real exponent in positive characteristic

#### トポロジー火曜セミナー

- 日時 : 4月11日(火)17:00 – 18:30  
講師 : 葉廣 和夫 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
題目 : On the stable cohomology of the (IA-)automorphism groups of free groups
- 日時 : 4月18日(火)17:00 – 18:00  
講師 : 丸山 修平 氏 (中央大学)  
題目 : A crossed homomorphism on a big mapping class group
- 日時 : 4月25日(火)17:00 – 18:00  
講師 : 野澤 啓 氏 (立命館大学)  
題目 : Harmonic measures and rigidity of surface group actions on the circle

- 日時 : 5月9日(火)17:00 – 18:00  
 講師 : 和久井 道久 氏 (関西大学)  
 題目 : 結び目とフリーズパターン
- 日時 : 5月16日(火)17:00 – 18:30  
 講師 : 山下 真由子 氏 (京都大学)  
 題目 : Anderson self-duality of topological modular forms and heretoric string theory
- 日時 : 5月30日(火)17:00 – 18:30  
 講師 : 児玉 悠弥 氏 (東京都立大学)  
 題目 :  $p$ -colorable subgroup of Thompson's group  $F$
- 日時 : 6月6日(火)17:00 – 18:30  
 講師 : 笹木 集夢 氏 (東海大学)  
 題目 : 簡約型球等質空間における可視的作用と不変測度
- 日時 : 6月13日(火) 17:00 – 18:00  
 講師 : 白杵 峻亮 氏 (京都大学)  
 題目 : On a lower bound of the number of integers in Littlewood's conjecture
- 日時 : 6月20日(火)17:00 – 18:30  
 講師 : Arnaud Maret 氏 (Sorbonne Université)  
 題目 : Moduli spaces of triangle chains
- 日時 : 7月4日(火)17:00 – 18:30  
 講師 : 野坂 武史 氏 (東京工業大学)  
 題目 : 3次元多様体の Chern-Simons 不変量の相互律
- 日時 : 10月10日(火)17:30 – 18:30  
 講師 : 見村 万佐人 氏 (東北大学)  
 題目 : 不変擬準同型と  $scl$  の粗い幾何
- 日時 : 10月17日(火) 17:00 – 18:00  
 講師 : 狩野 隼輔 氏 (東北大学 数理科学共創社会センター)  
 題目 : Train track combinatorics and cluster algebras
- 日時 : 10月24日(火)17:00 – 18:30  
 講師 : 林 晋 氏 (青山学院大学)  
 題目 : Index theory for quarter-plane Toeplitz operators via extended symbols
- 日時 : 10月31日(火)17:30 – 18:30  
 講師 : 千吉良 直紀 氏 (熊本大学)  
 題目 : 原田予想 II について
- 日時 : 11月7日(火) 17:00 – 18:30  
 講師 : Florent Schaffhauser 氏 (Heidelberg University)  
 題目 : Hodge numbers of moduli spaces of principal bundles on curves

- 日時 : 11 月 14 日 (火)17:00 – 18:30  
 講師 : 横山 知郎 氏 (埼玉大学)  
 題目 : 曲面上の流れの正方向と負方向の極限の振る舞いの依存性
- 日時 : 11 月 21 日 (火)17:30 – 18:30  
 講師 : 古宇田 悠哉 氏 (慶應義塾大学)  
 題目 : Shadows, divides and hyperbolic volumes
- 日時 : 11 月 28 日 (火)17:00 – 18:30  
 講師 : Gwénaél Massuyeau 氏 (Université de Bourgogne)  
 題目 : An analogue of the Johnson-Morita theory for the handlebody group
- 日時 : 12 月 5 日 (火)17:00 – 18:30  
 講師 : 北野 晃朗 氏 (創価大学)  
 題目 : On the Euler class for flat  $S^1$ -bundles,  $C^\infty$  vs  $C^\omega$
- 日時 : 12 月 12 日 (火)17:00 – 18:30  
 講師 : Stavros Garoufalidis 氏 (南方科技大学)  
 題目 : Multivariable knot polynomials from braided Hopf algebras with automorphisms
- 日時 : 12 月 14 日 (火)17:00 – 18:30  
 講師 : 栢田 幹也 氏 (大阪公立大学)  
 題目 : Torus orbit closures in the flag variety
- 日時 : 12 月 19 日 (火)17:00 – 18:30  
 講師 : 河東 泰之 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : Topological quantum computing, tensor networks and operator algebras
- 日時 : 2024 年 1 月 9 日 (火)17:00 – 18:30  
 講師 : 高野 暁弘 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : Stabilizer subgroups of Thompson's group  $F$  in Thompson knot theory
- 日時 : 2024 年 1 月 16 日 (火)17:00 – 18:00  
 講師 : 宮澤 仁 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : 4次元多様体に埋め込まれた曲面の不変量とエキゾチック  $P^2$ -knot
- 日時 : 2024 年 1 月 23 日 (火)17:00 – 18:00  
 講師 : 王 格非 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : On the rational cohomology of spin hyperelliptic mapping class groups
- 日時 : 2024 年 2 月 13 日 (火)17:00 – 18:30  
 講師 : Paul Norbury 氏 (The University of Melbourne)  
 題目 : Measures on the moduli space of curves and super volumes

## Lie 群・表現論セミナー

- 日時 : 5 月 16 日 (火)17:00 – 18:00  
講師 : 田森 宥好 氏 (芝浦工業大学)  
題目 :  $(K, a)$ -一般化 Laguerre 半群の積分表
- 日時 : 5 月 23 日 (火)17:00 – 18:00  
講師 : 青山 天馬 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
題目 : Laguerre 半群論に基づく熱核と Wiener 測度の変形について
- 日時 : 5 月 30 日 (火)17:00 – 18:00  
講師 : 大島 芳樹 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
題目 : 導来関手加群の離散分岐則
- 日時 : 6 月 6 日 (火)17:30 – 18:30  
講師 : 笹木 集夢 氏 (東海大学)  
題目 : 簡約型球等質空間における可視的作用と不変測度
- 日時 : 6 月 13 日 (火)17:00 – 18:00  
講師 : 大島 芳樹 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
題目 : 導来関手加群の離散分岐則の例

## 数値解析セミナー

- 日時 : 4 月 25 日 (火)16:30 - 18:00  
講師 : 大城 泰平 氏 (東京大学大学院情報理工学系研究科)  
題目 : 微分代数方程式に対する組合せ的前処理法
- 日時 : 5 月 16 日 (火)16:30 – 18:00  
講師 : 清水 雄貴 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
題目 : 基本解近似解法による Plateau 問題の数値解析
- 日時 : 5 月 23 日 (火)16:30 - 18:00  
講師 : 今泉 允聡 氏 (東京大学大学院総合文化研究科)  
題目 : 深層学習と過剰パラメータの理論
- 日時 : 6 月 6 日 (火)16:30 – 18:00  
講師 : 畔上 秀幸 氏 (名古屋産業科学研究所)  
題目 : 形状最適化問題の正則性と数値解の関連について
- 日時 : 6 月 27 日 (火)16:30 – 18:00  
講師 : 山田 俊皓 氏 (一橋大学大学院経済学研究科)  
題目 : ディープラーニングと確率論的方法を用いた高次元偏微分方程式の数値計算法について

- 日時 : 10 月 17 日 (火)16:30 - 18:00  
 講師 : 奥村真善美 氏 (甲南大学知能情報学部)  
 題目 : 空間 2 次元における動的境界条件下の Cahn-Hilliard 方程式に対する構造保存スキームについて
- 日時 : 10 月 24 日 (火)16:30 - 18:00  
 講師 : 田中 一成 氏 (早稲田大学国際理工学センター)  
 題目 : ニューラルネットワークによる微分方程式解の包含と優解劣解法の再考
- 日時 : 11 月 14 日 (火)16:30 - 18:00  
 講師 : 古川 賢 氏 (理化学研究所)  
 題目 : いくつかの力学系とそのデータ同化による予測について
- 日時 : 2024 年 1 月 9 日 (火)16:30 - 18:00  
 講師 : 松原 崇 氏 (大阪大学大学院基礎工学研究科)  
 題目 : 微分方程式の数値解法に学ぶ・使う・代わる深層学習
- 日時 : 2024 年 3 月 13 日 (水)16:30 - 17:30  
 講師 : David Sommer 氏 (Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics)  
 題目 : Approximating Langevin Monte Carlo with ResNet-like neural network architectures
- 日時 : 2024 年 3 月 13 日 (火)17:30 - 18:30  
 講師 : Andreas Rathsfield 氏 (Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics)  
 題目 : Analysis of the Scattering Matrix Algorithm (RCWA) for Diffraction by Periodic Surface Structures

#### 解析学火曜セミナー

- 日時 : 6 月 6 日 (火)17:00 - 18:30  
 講師 : Erik Skibsted 氏 (Aarhus University)  
 題目 : Stationary completeness; the many-body short-range case
- 日時 : 7 月 11 日 (火)16:00 - 17:30  
 講師 : Julian Lo'pez-Gómez 氏 (Complutense University of Madrid)  
 題目 : Nodal solutions for a class of degenerate BVP's
- 日時 : 8 月 22 日 (火)16:00 - 17:30  
 講師 : Daniel Parra 氏 (Universidad de Santiago de Chile)  
 題目 : Towards a Levinson's Theorem for Discrete Magnetic operators on tubes under finite rank perturbations
- 日時 : 11 月 14 日 (火)16:15 - 17:15  
 講師 : Arne Jensen 氏 (Aalborg University)  
 題目 : Resolvent expansions for magnetic Schrödinger operators

- 日時 : 2024 年 3 月 12 日 (火)16:15 – 17:15  
 講師 : Arne Jensen 氏 (Aalborg University)  
 題目 : Resolvent expansions for magnetic Schrödinger operators

#### 代数学コロキウム

- 日時 : 4 月 19 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : Nicola Mazzari 氏 (パドヴァ大学)  
 題目 : The conjugate uniformization in the semistable case
- 日時 : 4 月 26 日 (水)18:00 – 19:30  
 講師 : Dustin Clausen 氏 (Institut des Hautes Études Scientifiques)  
 題目 : A Conjectural Reciprocity Law for Realizations of Motives
- 日時 : 5 月 10 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : Guy Henniart 氏 (パリ第 11 大学)  
 題目 : Swan exponent of Galois representations and functoriality for classical groups over p-adic fields
- 日時 : 5 月 17 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : 佐藤 謙 氏 (東京工業大学)  
 題目 : Indecomposable higher Chow cycles on Kummer surfaces
- 日時 : 5 月 31 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : 竹内 大智 氏 (理化学研究所)  
 題目 : Quadratic  $\ell$ -adic sheaf and its Heisenberg group
- 日時 : 6 月 7 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : 山本 寛史 氏 (東京大学)  
 題目 : p-通常半整数重さ次数 2 ジーゲルモジュラー形式の空間の次元について
- 日時 : 6 月 21 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : Stefan Reppen 氏 (Stockholm University)  
 題目 : On moduli of principal bundles under non-connected reductive groups
- 日時 : 6 月 28 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : 中山 裕大 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : The integral models of the RSZ Shimura varieties
- 日時 : 7 月 5 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : Thomas Geisser 氏 (立教大学)  
 題目 : Duality for motivic cohomology over local fields and applications to class field theory.

- 日時 : 10 月 18 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : Wansu Kim 氏 (KAIST/東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : On Igusa varieties
- 日時 : 10 月 25 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : Linus Hamann 氏 (Stanford University)  
 題目 : Geometric Eisenstein Series over the Fargues-Fontaine curve
- 日時 : 11 月 1 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : Alex Youcis 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : Prismatic realization functor for Shimura varieties of abelian type
- 日時 : 11 月 22 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : 山崎 隆雄 氏 (中央大学)  
 題目 : 曲面のねじれ双有理モチーフ不変量と不分岐コホモロジー
- 日時 : 12 月 20 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : Jinhyun Park 氏 (KAIST)  
 題目 : Accessing the big de Rham-Witt complex via algebraic cycles with a vanishing condition
- 日時 : 2024 年 1 月 10 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : 谷田川 友里 氏 (東京工業大学)  
 題目 : 階数 1 の層の特性サイクルと部分的に対数的な特性サイクル
- 日時 : 2024 年 1 月 24 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : Yong Suk Moon 氏 (BIMSA)  
 題目 : Accessing the big de Rham-Witt complex via algebraic cycles with a vanishing condition
- 日時 : 2024 年 2 月 21 日 (水)17:00 – 18:00  
 講師 : Jens Niklas Eberhardt 氏 (University of Bonn)  
 題目 : K-motives and Local Langlands

#### 作用素環セミナー

- 日時 : 4 月 18 日 (火)16:45 – 18:15  
 講師 : 元良 直輝 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : Representation theory of subregular  $W$ -algebras and principal  $W$ -superalgebras
- 日時 : 5 月 2 日 (火)16:45 – 18:15  
 講師 : Ayoub Hafid 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : KK-theory, localization algebras, and approximation

- 日時 : 5月9日(火)16:45 – 18:15  
 講師 : 谷本 溶 氏 (Univ. Rome, "Tor Vergata")  
 題目 : Lattice Green functions (after Balaban/Dimock)
- 日時 : 5月16日(火)16:45 – 18:15  
 講師 : 及川 瑞稀 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : Group actions on bimodules and equivariant  $\alpha$ -induction
- 日時 : 5月23日(火)16:45 – 18:15  
 講師 : 深谷 英則 氏 (大阪大物理)  
 題目 : Magnetic monopole and domain-wall fermion Dirac operator
- 日時 : 6月6日(火)16:45 – 18:15  
 講師 : Maria Stella Adamo 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : Wightman fields and their construction for a class of 2D CFTs
- 日時 : 6月13日(火)16:45 – 18:15  
 講師 : 北村 侃 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : Around homogeneous spaces of complex semisimple quantum groups
- 日時 : 7月31日(月)16:45 – 18:15  
 講師 : Roberto Longo 氏 (ローマ大学)  
 題目 : Operator Algebras and Quantum Field Theory: introductory elements
- 日時 : 10月3日(火)16:45 – 18:15  
 講師 : Alexander Ivanov 氏 (Imperial College London)  
 題目 : The VOA origins of Majorana theory
- 日時 : 10月17日(火)16:45 – 18:15  
 講師 : 紅村 冬大 氏 (理研)  
 題目 : \*-homomorphisms between groupoid  $C^*$ -algebras
- 日時 : 11月7日(火)16:45 – 18:15  
 講師 : 田中 聖人 氏 (名大)  
 題目 : A quantum analogue of the special linear group and its proper cocycle
- 日時 : 11月14日(火)16:45 – 18:15  
 講師 : 森 迪也 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : On the Scottish Book Problem 155 by Mazur and Sternbach
- 日時 : 11月21日(火)16:45 – 18:15  
 講師 : 星野 真生 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : Finite index quantum subgroups of DQGs
- 日時 : 2024年1月16日(火)16:45 – 18:15  
 講師 : 向原 未帆 氏 (東京大学大学院数理科学研究科)  
 題目 : Inclusions of simple  $C^*$ -algebras arising from isometrically shift absorbing actions

## 情報数学セミナー

- 日時：4月6日(月)16:50 – 18:35  
講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
題目：暗号の役割 (秘密鍵暗号と公開鍵暗号)
- 日時：4月13日(木)16:50 – 18:35  
講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
題目：認証と署名、暗号理論の基礎
- 日時：4月20日(木)16:50 – 18:35  
講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
題目：暗号理論の基礎 (一方向性関数、疑似乱数、疑似ランダム関数など)
- 日時：4月27日(木)16:50 – 18:35  
講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
題目：暗号理論の基礎 II (一方向性関数、疑似乱数、疑似ランダム関数など)
- 日時：5月11日(木)16:50 – 18:35  
講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
題目：共通鍵暗号と公開鍵暗号の安全性定義と証明
- 日時：5月18日(木)16:50 – 18:35  
講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
題目：公開鍵暗号の安全性と構成および証明 (1)
- 日時：5月25日(木)16:50 – 18:35  
講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
題目：公開鍵暗号の安全性と構成および証明 (2)
- 日時：6月8日(木)16:50 – 18:35  
講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
題目：デジタル署名の安全性と構成、証明
- 日時：6月15日(木)16:50 – 18:35  
講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
題目：楕円曲線を用いた暗号
- 日時：6月22日(木)16:50 – 18:35  
講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
題目：格子暗号
- 日時：6月29日(木)16:50 – 18:35  
講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
題目：ゼロ知識証明

- 日時：7月6日(木)16:50 – 18:35  
 講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
 題目：暗号プロトコル
- 日時：7月13日(木)16:50 – 18:35  
 講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
 題目：完全準同型暗号と関数型暗号
- 日時：10月5日(木)16:50 – 18:35  
 講師：岡本 龍明 氏 (NTT)  
 題目：暗号とブロックチェーン
- 日時：10月19日(木)16:50 – 18:35  
 講師：高島 克幸 氏 (早大教育)  
 題目：完全準同型暗号と関数型暗号
- 日時：11月2日(木)16:50 – 18:35  
 講師：安田 雅哉 氏 (立教大学)  
 題目：格子問題の求解アルゴリズムとその応用
- 日時：11月9日(木)16:50 – 18:35  
 講師：高島 克幸 氏 (早大教育)  
 題目：同種写像暗号の数理
- 日時：11月16日(木)16:50 – 18:35  
 講師：山内 卓也 氏 (東北大理)  
 題目：超特殊アーベル多様体上の同種グラフ: 固有値, Bruhat-Tits ビルディング  
 および Property (T)
- 日時：12月7日(木)16:50 – 18:35  
 講師：西巻 陵 氏 (NTT)  
 題目：暗号学的プログラム難読化とその応用
- 日時：12月14日(木)16:50 – 18:35  
 講師：富田 潤一 氏 (NTT)  
 題目：関数型暗号と属性ベース暗号
- 日時：12月21日(木)16:50 – 18:35  
 講師：山川 高志 氏 (NTT)  
 題目：量子計算と暗号
- 日時：2024年1月11日(木)16:50 – 18:35  
 講師：鈴木 泰成 氏 (NTT)  
 題目：量子計算と量子誤り訂正の基礎
- 日時：2024年1月25日(木)16:50 – 18:35  
 講師：鈴木 泰成 氏 (NTT)  
 題目：誤り耐性量子計算機的设计と制御

- 日時 : 2024 年 2 月 8 日 (木)16:50 – 18:35  
 講師 : 菅野 恵太 氏 (株式会社 QunaSys)  
 題目 : 量子コンピュータとその応用の現状

#### 応用解析セミナー

- 日時 : 4 月 6 日 (木)16:00 – 17:30  
 講師 : Van Tien Nguyen 氏 (National Taiwan University)  
 題目 : Blowup solutions to the Keller-Segel system
- 日時 : 5 月 18 日 (木)16:00 – 17:30  
 講師 : Junha Kim 氏 (Korea Institute for Advanced Study)  
 題目 : On the wellposedness of generalized SQG equation in a half-plane
- 日時 : 6 月 22 日 (木)16:00 – 17:30  
 講師 : Jiwoong Jang 氏 (University of Wisconsin Madison)  
 題目 : Convergence rate of periodic homogenization of forced mean curvature flow of graphs in the laminar setting
- 日時 : 9 月 7 日 (木)16:00 – 17:30  
 講師 : Samuel Mercer 氏 (Delft University of Technology)  
 題目 : Uniform Convergence of Gradient Flows on a Stack of Banach Spaces
- 日時 : 9 月 14 日 (木)16:00 – 17:30  
 講師 : Michał Łasica 氏 (The Polish Academy of Sciences)  
 題目 : Bounds on the gradient of minimizers in variational denoising
- 日時 : 11 月 30 日 (木)16:00 – 17:30  
 講師 : Philippe G. LeFloch 氏 (Sorbonne University and CNRS)  
 題目 : Einstein spacetimes: dispersion, localization, collapse, and bouncing
- 日時 : 2024 年 1 月 30 日 (木)16:30 – 17:30  
 講師 : Danielle Hilhorst 氏 (CNRS / Université de Paris-Saclay)  
 題目 : Convergence of solutions of a one-phase Stefan problem with Neumann boundary data to a self-similar profile.
- 日時 : 2024 年 2 月 5 日 (月)16:00 – 17:30  
 講師 : Reinhard Farwig 氏 (Technische Universität Darmstadt)  
 題目 : Viscous Flow in Domains with Moving Boundaries - From Bounded to Unbounded Domains
- 日時 : 2024 年 3 月 21 日 (月)16:00 – 17:30  
 講師 : Mostafa Fazly 氏 (University of Texas at San Antonio)  
 題目 : Symmetry Results for Nonlinear PDEs

### 東京無限可積分系セミナー

- 日時 : 4月24日(月)13:00 – 14:30  
講師 : 信川 喬彦 氏 (神戸大)  
題目 : 変異版  $q$  超幾何方程式の Euler 型積分分解と超幾何型級数解
- 日時 : 12月15日(金)13:00 – 14:30  
講師 : Laszlo Feher 氏 (University of Szeged, Hungary)  
題目 : Bi-Hamiltonian structures of integrable many-body models from Poisson reduction

### 離散数理モデリングセミナー

- 日時 : 6月8日(木)18:15 – 19:15  
講師 : Andy Hone 氏 (University of Kent)  
題目 : Deformations of Zamolodchikov periodicity, discrete integrability and the Laurent property
- 日時 : 7月13日(木)17:30 – 18:30  
講師 : Galina Filipuk 氏 (University of Warsaw)  
題目 : On the Painlevé XXV - Ermakov equation
- 日時 : 8月30日(水)16:30 – 17:30  
講師 : Joshua Capel 氏 (University of New South Wales)  
題目 : Classical structure theory for second-order semi-degenerate super-integrable systems

### 東京名古屋代数セミナー

- 日時 : 4月21日(金)13:00 – 14:30  
講師 : 村上 浩大 氏 (東京大学)  
題目 : Categorifications of deformed Cartan matrices
- 日時 : 4月28日(金)13:00 – 14:30  
講師 : 大谷 拓己 氏 (大阪大学)  
題目 : Full exceptional collections associated with Bridgeland stability conditions
- 日時 : 5月16日(火)15:00 – 16:30  
講師 : Antoine de Saint Germain 氏 (University of Hong Kong)  
題目 : Cluster-additive functions and frieze patterns with coefficients

- 日時 : 7月7日(金)15:00 – 16:30  
 講師 : 浅芝 秀人 氏 (静岡大学・京都大学高等研究院・大阪公立大学数学研究所)  
 題目 : クイバー表現のパーシステンス加群への応用: 区間加群による近似と分解
- 日時 : 7月14日(金)10:30 – 12:00  
 講師 : Michael Wemyss 氏 (University of Glasgow)  
 題目 : Local Forms of Noncommutative Functions and Applications
- 日時 : 8月24日(木)10:30 – 12:00  
 講師 : 浅井 聡太 氏 (東京大学)  
 題目 : TF equivalence on the real Grothendieck group
- 日時 : 10月12日(木)10:30 – 12:00  
 講師 : 任 鑫 氏 (関西大学)  
 題目 :  $q$ -deformed rational numbers, Farey sum and a 2-Calabi-Yau category of  $A_2$  quiver
- 日時 : 12月14日(木)10:30 – 12:00  
 講師 : Xiaofa Chen 氏 (University of Science and Technology of China)  
 題目 : On exact dg categories
- 日時 : 12月26日(木)15:00 – 16:30  
 講師 : Ivan Losev 氏 (Yale University)  
 題目 :  $t$ -structures on the equivariant derived category of the Steinberg scheme
- 日時 : 2024年1月11日(木)10:30 – 12:00  
 講師 : 藤田 遼 氏 (京都大学数理解析研究所) 題目 : 量子 Grothendieck 環とその量子団代数構造について
- 日時 : 2024年3月14日(木)10:30 – 12:00  
 講師 : 酒井 嵐士 氏 (名古屋大学)  
 題目 : Lattices of torsion classes in representation theory of finite groups

#### 古典解析セミナー

- 日時 : 8月21日(月)10:00 – 11:30  
 講師 : Xiaomeng Xu 氏 (BICMR, China) 10:00-11:30  
 題目 : Stokes matrices of confluent hypergeometric systems and the isomonodromy deformation equations
- 日時 : 8月21日(月)14:00 – 15:30  
 講師 : Xiaomeng Xu 氏 (BICMR, China)  
 題目 : 'Stokes matrices of quantum confluent hypergeometric systems and the representation of quantum groups
- 日時 : 8月21日(月)16:00 – 17:30  
 講師 : Xiaomeng Xu 氏 (BICMR, China)  
 題目 : The WKB approximation of (quantum) confluent hypergeometric systems, Cauchy

interlacing inequality and crystal basis

- 日時 : 10月31日(火)10:30 – 11:30  
講師 : Benedetta Facciotti 氏 (University of Birmingham)  
題目 : The Wild Riemann-Hilbert Correspondence via Groupoid Representations
- 日時 : 10月31日(火)13:30 – 14:30  
講師 : Nikita Nikolaev 氏 (University of Birmingham)  
題目 : The Wild Riemann-Hilbert Correspondence via Groupoid Representations
- 日時 : 2024年1月24日(水)10:30 – 12:00  
講師 : Gergő Nemes 氏 (東京都立大学)  
題目 : On the Borel summability of formal solutions of certain higher-order linear ordinary differential equations

#### 日仏数学連携拠点 FJ-LMI セミナー

- 日時 : 4月10日(水)16:00 – 17:00  
講師 : Séverin PHILIP 氏 (京都大学 数理解析研究所, RIMS, Kyoto University)  
題目 : Galois outer representation and the problem of Oda
- 日時 : 4月24日(水)15:00 – 16:00  
講師 : Laurent Di Menza 氏 (Université de Reims Champagne-Ardenne, CNRS)  
題目 : Some aspects of Schrödinger models

#### 講演会

- 日時 : 8月8日(火)14:00 – 15:00  
講師 : Dror Bar-Natan 氏 (University of Toronto))  
題目 : Cars, Interchanges, Traffic Counters, and some Pretty Darned Good Knot Invariantsa
- 日時 : 8月5日(火)15:30 – 16:30  
講師 : Dror Bar-Natan 氏 (University of Toronto)  
題目 : Shifted Partial Quadratics, their Pushwards, and Signature Invariants for Tanglesls

## 7. 日本学術振興会特別研究員採用者（研究課題）リスト

JSPS Fellow List

### ♣ 継続

- 清水 雄貴  
流れが織りなす幾何学を基盤とする流体方程式の解の挙動の研究
- 大須賀 けん斗  
超対称量子曲線の構築と Voros 係数の超対称化
- 三宅 庸仁  
高級放物型問題に対する漸近解析の新展開
- 行田 康晃  
団代数に付随する行列族の性質の解明とその応用
- 原子 秀一  
シンプレクティック微分リー代数のホモロジー群の研究
- 羽柴 康仁  
作用素環の分類と内部構造の解析
- 李 公彦  
プリズマティックコホモロジーの高レベル対数化と  $p$  進解析化
- 坪内 俊太郎  
1-ラプラス作用素と  $p$ -ラプラス作用素を含む特異拡散方程式の弱解の正則性
- 山口 樹  
超準解析的手法による特異点の研究
- 斎藤 勇太  
Lubin-Tate( $\phi, \gamma$ ) 加群のモジュライに関する研究
- LEE Chunghyun  
有理写像の高次力学系次数の計算および安定化問題の部分的な解決
- 北村 侃  
量子群と K 理論
- 島田 了輔  
アファイン Deligne-Lusztig 多様体とその応用
- 宮澤 仁  
対合を持つ 3次元多様体の SW フレアホモトピー型の構成
- 磯部 伸  
数値解析的安定性評価の ODE 的深層学習への展開
- 小泉 淳之介  
モジュラス付き代数多様体のホモトピー論的研究
- 坂東 克之  
幾何学的ラングランズ対応の考察とその数論への応用
- 権 英哲  
有限算術の証明能力の評価
- 小原 和馬  $p$ -進群の type の理論とその応用
- STOKES Alexander Henry  
離散パルヴェ方程式の幾何学的理論の拡張へ-特異点、エントロピーと可積分性

- ADAMO Maria Stella  
代数的場の量子論における標準部分空間の解析的性質と反転正值性
- ABHINANDAN  
 $p$  進ホッチ理論における係数
- YOUCI SAlexander Fran  
局所 Langlands 対応の幾何化と Scholze–Shin 予想
- FAES Quentin Jean-Claude Bernard  
3次元多様体のヒーゴード分解と曲面の写像類群

### ♣ 新規

- 片田 舞  
自由群の自己同型群のヤコビ図の空間への作用
- 山田 一紀  
代数多様体の  $p$  進解析的コホモロジーの研究
- 村上 浩大  
籠から生じる組み合わせ論と量子群の表現論
- 松田 光智  
楕円曲線や  $M$  アーベル多様体のガロア表現
- 向原 未帆  
局所コンパクト群の  $C^*$  単純性について
- 及川 瑞紀  
テンソル圏論による共形場理論の誘導捻れ表現の研究
- 高梨 悠吾  
有限体および局所体上の球等質多様の正則表現の研究
- 名取 雅生  
配置空間を用いたバルク・エッジ対応の数学的定式化と一般コホモロジー論への応用
- 片山 翔  
非有界領域における半線形楕円型方程式の可解性問題
- 石倉 宇樹  
軌道同値関係から見る局所コンパクト群の sofic 近似列
- 村上 聡梧  
双曲力学系の一般化と shadowing の応用
- 鄒 勇攀  
相対標準束の正值性と消滅定理
- 三神 雄太郎  
Condensed mathematics による非アルキメデス幾何へのアプローチ
- 星野 真生  
作用素環論理的なテンソル圏と量子群の研究
- 吉田 淳一郎  
非正則条件下における擬似尤度解析
- 三宅 祥太  
時間に依存する電場が印加された荷電量子多体系のスペクトル・散乱理論
- 井上 卓哉  
可積分系に関連する組み合わせ論

- 中山 裕太  
志村多様体上の交叉理論と保型表現論の関わり

## 8. 令和 5 年度ビジターリスト

### Visitor List of the Fiscal Year 2023

令和 5 年度当研究科に外国からみえた研究者の一部のリストである。

データは、お名前（所属研究機関名，その国名），当研究科滞在期間の順である。滞在期間は，年/月/日の順に数字が書いてあるが，年は 2023 年のときは省略した。敬称は略した。

Here is the list of a part of the foreign researchers who visited our Graduate School in the fiscal year 2023.

The data are arranged in the order of Name (Institution, its Country), the period of the stay. The date of the stay is denoted in the order of Year/Month/Day, but the year is omitted in case of 2023.

- Mariusz BIALECKI (Polish Academy of Sciences – Institute of Geophysics ・ポーランド) 4/13–4/29
- Jakub Witaszek (Princeton University ・アメリカ) 4/28–5/12
- Arne Jensen (Aalborg University ・デンマーク) 5/10–5/26
- Junha Kim (Korea Institute for Advanced Study (KIAS) ・韓国) 5/15–5/31
- Oleg Emanouilov (Colorado State Univ ・アメリカ) 5/25–6/12
- Erik Skibsted (Aarhus University ・デンマーク) 5/30–6/8
- C.T.McMullen (Harvard University ・アメリカ) 6/5–6/6
- Yong Hu (School of Mathematical Sciences, Shanghai Jiao Tong University ・中国) 6/5–6/16
- Wenliang Zhang (University of Illinois at Chicago ・アメリカ) 6/5–6/16
- Jiwoong Jang (University of Wisconsin-Madison ・アメリカ) 6/20–6/23
- 加藤 大輝 (Max Planck Institute for Mathematics ・ドイツ) 6/27–7/12
- Ju-Feng Wu (University of Warwick ・イギリス) 7/16–7/22
- Roberto Longo (University of Rome, "Tor Vergata" ・イタリア) 7/24–8/4
- Fabio Bernasconi (スイス連邦工科大学ローザンヌ校 ・スイス) 8/5–8/8
- Jialin Hong (Institute of Computational Mathematics and Scientific/Engineering Computing, Beijing ・中国) 8/5–8/19
- Xinyue Luo (Fudan University ・中国) 8/5–9/3
- Giorgio Gubbiotti (Università degli Studi di Milano ・イタリア) 8/6–8/18
- Oleg Emanouilov (Colorado State Univ ・アメリカ) 8/7–8/20
- 伊東一文 (North Carolina State University ・アメリカ) 8/7–8/22
- Anton DZHAMAY (University of Northern Colorado ・アメリカ) 8/8–8/26
- Yu Chen (Fudan University ・中国) 8/12–8/26
- Shuai Lu (Fudan Univ. ・中国) 8/13–8/26
- Jin Cheng (Fudan Univ. ・中国) 8/16–9/15
- Gang Bao (Zhejiang University ・中国) 8/18–8/28
- Andy HONE (University of Kent ・イギリス) 8/18–8/29
- Yury Kutoyants (ル・マン大学 ・フランス) 8/18–8/31
- Martin Eigel (Weierstrass Institute ・ドイツ) 8/18–9/3
- 加藤 和也 (University Chicago ・アメリカ) 8/18–9/18
- Andreas Rathsfeldfeld (Weierstrass Institute ・ドイツ) 8/19–9/2

- Mathilde BADOUAL (Université Paris Cité • フランス) 8/20–8/26
- David Sommer (University of Chicago • アメリカ) 8/20–9/4
- Michael McBreen (The Chinese University of Hong Kong Shatin, N.T., Hong Kong • 中国) 8/21–8/30
- Jiang Yu (上海财经大学 • 中国) 8/22–8/25
- Christian Clason (Graz University • オーストラリア) 8/22–8/28
- Rod HALBURD (University College London • イギリス) 8/28–8/31
- Lucas Mann (University of Munster • ドイツ) 9/1–9/5
- Samuel Mercer (Delft University of Technology • オランダ) 9/4–9/8
- 加藤 大輝 (Max-Planck Institut für Mathematik • ドイツ) 9/8–9/17
- Michal Lasica (The Polish Academy of Sciences • ポーランド) 9/11–9/15
- Alexander Ivanov (Imperial College London • イギリス) 9/29–10/8
- Arne Jensen (Aalborg University • デンマーク) 11/4–11/21
- Ilya Smirnov (Basque Center for Applied Mathematics • スペイン) 11/20–12/15
- Haidong Liu (Sun Yat-sen University • 中国) 11/23–12/2
- Maud Delattre (Inraeunité • フランス) 11/24–12/8
- Stavros Garoufalidis (ISouthern University of Science and Technology • 中国) 12/10–12/17
- Xin Zhang (Tongji University • 中国) 12/14–12/21
- Jinhyun Park (KAIST • 韓国) 12/18–12/22
- Yang SHI (Flinders University • オーストラリア) 2024/1/4–1/10
- Anton DZHAMAY (University of Northern Colorado • アメリカ) 2024/1/4–1/14
- Oleg Emanouilov (Colorado State University • アメリカ) 2024/1/4–1/15
- Danielle Hilhorst (Université Paris-Saclay • フランス) 2024/1/20–2/6
- Mark Podolskij (Université du Luxembourg • ルクセンブルク) 2024/2 /4–2/10
- Mark Podolskij (Université du Luxembourg • ルクセンブルク) 2024/2 /4–2/10
- Mariusz BIALECKI (Polish Academy of Sciences • ポーランド) 2024/2/4–2024/2/23
- Paul Norbury (University of Melbourne • オーストラリア) 2024/2/12–2024/2/24

索引

ABE Noriyuki (阿部 紀行), 3  
 ADACHI Mitsuyoshi (安達 充慶), 226  
 ADAMO Maria Stella (アダモ マリアステラ), 159  
 AIDA Shigeki (会田 茂樹), 1  
 AOYAMA Temma (青山 天馬), 247  
 ARAI Hayato (荒井 勇人), 227  
 ARAI Toshiyasu (新井 敏康), 4  
 ASAI Sota (浅井 聡太), 138  
 ASAKA Takeru (浅香 猛), 179  
 ASOU Kazuhiko (麻生 和彦), 114  
 ASUKE Taro (足助 太郎), 68  
 AWAZU Hikaru (粟津 光), 185

BABA Tomoya (馬場 智也), 217  
 BANDO Katsuyuki (板東 克之), 219

CHEN Weichung (チンイチュウ), 172  
 CHIBA Yohei (千葉 陽平), 250  
 CHIBA Yuki (千葉 悠喜), 171

ETO Tokuhiko (江藤 徳宏), 187

FAN Linghu (范 凌虎), 240  
 FURUTA Mikio (古田 幹雄), 45

GENRA Naoki (元良 直輝), 170  
 GIGA Mi-Ho (儀我美保), 168  
 GIGA Yoshikazu (儀我 美一), 126  
 GOCHO Toru (牛腸 徹), 115  
 GONGYO Yoshinori (権業 善範), 29  
 Guy Henniart, 134

HABIRO Kazuo (葉廣 和夫), 42  
 HAFID Ayoub (ハフィド アユーブ), 237  
 HARAKO Shuichi (原子 秀一), 150  
 HASEGAWA Ryu (長谷川 立), 101  
 HAYASHI Shuhei (林 修平), 102  
 HIKAWA Tatsuro (樋川 達郎), 239  
 HIRACHI Kengo (平地 健吾), 44  
 HOSHINO Mao (星野 真生), 242  
 HSU Penyuuan (許 本源), 137

IKEGAWA Takashi (池川 隆司), 166  
 IMAI Koto (今井 湖都), 187  
 IMAI Naoki (今井 直毅), 70  
 INOUE Daisuke (井上 大輔), 185  
 INOUE Takuya (井上 卓哉), 228  
 ISHIGE Kazuhiro (石毛 和弘), 6  
 ISHII Shihoko (石井志保子), 123  
 ISHIKURA Hiroki (石倉 宙樹), 228  
 ISOBE Noboru (磯部 伸), 203  
 ITAKURA Kyohei (板倉 恭平), 167  
 ITO Kei (伊藤 慧), 205  
 ITO Kenichi (伊藤 健一), 69  
 IWAKI Kohei (岩木 耕平), 73  
 IYAMA Osamu (伊山 修), 9

KARUBE Tomohiro (軽部 友裕), 233  
 KASHIWABARA Takahito (柏原崇人), 80  
 KATAYAMA Sho (片山 翔), 231  
 KATO Akishi (加藤 晃史), 82  
 KATSURA Toshiyuki (桂 利行), 124  
 KAWAHIGASHI Yasuyuki (河東 泰之), 16  
 KAWAMATA Yujiro (川又 雄二郎), 65  
 KAWAZUMI Nariya (河澄 響矢), 14  
 KELLY Shane (ケリー シェーン), 85  
 KEN Eitetsu (権 英哲), 209  
 KIDA Yoshikata (木田 良才), 18  
 KITAMURA Kan (北村 侃), 149  
 KITAYAMA Takahiro (北山 貴裕), 83  
 KIYONO Kazuhiko (清野 和彦), 114

KOBAYASHI Toshiyuki (小林 俊行), 20  
 KOHNO Toshitake (河野 俊丈), 130  
 KOIKE Yuta (小池 祐太), 86  
 KOIZUMI Junnosuke (小泉 淳之介), 211  
 KONNO Hokuto (今野 北斗), 116  
 KOSUGE Ryotaro (小菅 亮太郎), 212

LI Kimihiko (李 公彦), 196  
 LIU PEIJIANG (リユー ページャン), 225

MAEGAWA Takumi (前川 拓海), 242  
 MARRA Pasquale (マラパスクワレ), 176  
 MASAMURA Yuto (政村 悠登), 253  
 MASE Takafumi (間瀬 崇史), 121  
 MASUDA Hiroki (増田 弘毅), 47  
 MASUZAWA Kaito (桝澤 海斗), 254  
 MATSUDA Koji (松田 光智), 221  
 MATSUI Chihiro (松井千尋), 103  
 MATSUMOTO Kojiro (松本 晃二郎), 255  
 MATSUO Atsushi (松尾 厚), 106  
 MATUMOTO Hisayosi (松本 久義), 107  
 MIEDA Yoichi (三枝 洋一), 109  
 MIKAMA Yutaro (三神 雄太郎), 243  
 MITAKE Hiroyoshi (三竹 大寿), 110  
 MIYAKE Nobuhito (三宅 庸仁), 151  
 MIYAKE Shota (三宅 祥太), 244  
 MIYAMOTO Yasuhito (宮本 安人), 50  
 MORI Michiya (森 迪也), 141  
 MUKOHARA Miho (向原 未帆), 222  
 MULLER Joseph (ミュラー ジョゼフ), 160  
 MURAKAMI Kota (村上 浩大), 153  
 MURAKAMI Sogo (村上 聡梧), 245  
 MURATA Noboru (村田 昇), 131

NAKAE Yusuke (中江 優介), 252  
 NAKAJIMA Sachiko (中島 さち子), 174  
 NAKAMURA Yusuke (中村 勇哉), 119  
 NATORI Masaki (名取 雅生), 216

OGUISE Keiji (小木曾 啓示), 10  
 OHARA Kazuma (小原 和馬), 207  
 OIKAWA Mizuki (及川 瑞稀), 189  
 OKA Yusuke (岡 優丞), 230  
 OKAMOTO Tatsuki (岡本 龍明), 147  
 ONUKI Hirotaka (大貫 紘嵩), 230  
 OOE Ryosuke (大江 亮輔), 248  
 OSHIMA Yoshiki (大島 芳樹), 78

PÉREZ-VALDÉS Víctor, 200  
 PEVZNER Michael (ペフゼネル ミカエル), 144

REPPEN Stefan (レッペン ステファン), 162

SAITO Norikazu (齋藤 宣一), 31  
 SAITO Takeshi (齋藤 毅), 30  
 SAITO Yuta (齋藤 勇太), 191  
 SAKAI Hidetaka (坂井 秀隆), 89  
 SAKASAI Takuya (逆井 卓也), 90  
 SAKUMA Masaki (佐久間 正樹), 213  
 SASADA Makiko (佐々田 槇子), 34  
 SASAKI Yuya (佐々木悠矢), 214  
 SATO Ken (佐藤 謙), 179  
 SATOMI Takashi (里見 貴志), 180  
 SEKIGUCHI Hideko (関口 英子), 94  
 SEKINO Nozomu (関野 希望), 183  
 SHIHO Atsushi (志甫 淳), 36  
 SHIMADA Ryosuke (島田 了輔), 192  
 SHIMOMURA Akihiro (下村 明洋), 92  
 SHIOTANI Takaaki (塩谷 天章), 234  
 SHIRAISHI Junichi (白石 潤一), 92  
 STOKES Alexander (ストークス アレクサンダー), 162

SUGIMOTO Yutaro (杉本 悠太郎), 236

TAGAWA Tomoya (田川 智也), 216  
TAHO Masashi (多寶 雅樹), 249  
TAKADA Ryo (高田 了), 95  
TAKAGI Shunsuke (高木 俊輔), 38  
TAKANASHI Yugo (高梨 悠吾), 215  
TAKANO Akihiro (高野 暁弘), 194  
TAKAYAMA Shigeharu (高山 茂晴), 39  
TAKEMURA Haruki (竹村 春希), 248  
TANAKA Yuichiro (田中 雄一郎), 118  
TANAKA, Hiromu (田中 公), 98  
TENG Wentao (トウ ブンタオ), 158  
TERADA Itaru (寺田 至), 99  
TOKUNAGA Haruto (徳永 遙杜), 251  
TSUBOUCHI Shuntaro (坪内 俊太郎), 140  
TSUJI Takeshi (辻 雄), 41  
TSUTSUI Yuki (筒井 勇樹), 173

UEDA Kazushi (植田 一石), 76

WAKUDA Aoi (和久田 葵), 256  
WANG Peiduo (王 沛鐸), 206  
WATANABE Hikaru (渡邊 光), 258  
WATANABE Takumi (渡部 匠), 257  
WATANABE Yuta (渡邊 祐太), 198  
WILLOX Ralph (ウィロックス ラルフ), 60

XIAO Dongyuan (ショウ トウエン), 157

YAMADA Kazuki (山田 一紀), 155  
YAMAGUCHI Tatsuki (山口 樹), 195  
YAMAMOTO Hirofumi (山本 寛史), 245  
YAMAMOTO, Masahiro (山本昌宏), 53  
YANAGIDA Eiji (柳田 英二), 132  
YOKOYAMA Satoshi (横山 聡), 176  
YOSHIDA Junichiro (吉田 淳一郎), 246  
YOSHIDA Nakahiro (吉田 朋広), 57  
YOSHINO Taro (吉野 太郎), 112, 224  
YOSHIOKA Leo (吉岡 玲音), 223

ZHANG Qiang, 183  
ZHANG Xinyao (チョウ シンヤオ), 251  
ZOU Yongpan (鄒勇攀), 235

会田 茂樹, 1  
青山 天馬, 247  
浅井 聡太, 138  
浅香 猛, 179  
足助 太郎, 68  
麻生 和彦, 114  
安達 充慶, 226  
アダモ マリアステラ, 159  
阿部 紀行, 3  
新井 敏康, 4  
荒井 勇人, 227  
粟津 光, 185

池川 隆司, 166  
石井志保子, 123  
石倉 宙樹, 228  
石毛 和弘, 6  
磯部 伸, 203  
板倉 恭平, 167  
伊藤 慧, 205  
伊藤 健一, 69  
井上 大輔, 185  
井上 卓哉, 228  
今井 湖都, 187  
今井 直毅, 70  
伊山 修, 9  
岩木 耕平, 73

ウィロックス ラルフ, 60

植田 一石, 76

江藤 徳宏, 187

及川 瑞稀, 189  
王 沛鐸, 206  
大江 亮輔, 248  
大島 芳樹, 78  
大貫 紘嵩, 230  
岡本 龍明, 147  
岡 優丞, 230  
小木曾 啓示, 10  
小原 和馬, 207

柏原崇人, 80  
片山 翔, 231  
桂 利行, 124  
加藤 晃史, 82  
軽部 友裕, 233  
河澄 響矢, 14  
河東 泰之, 16  
川又 雄二郎, 65

ぎーえにあーる, 134  
儀我美保, 168  
儀我 美一, 126  
北村 侃, 149  
北山 貴裕, 83  
木田 良才, 18  
清野 和彦, 114

ケリー シェーン, 85  
権 英哲, 209  
元良 直輝, 170

小池 祐太, 86  
小泉 淳之介, 211  
河野 俊丈, 130  
小菅 亮太郎, 212  
牛腸 徹, 115  
小林 俊行, 20  
権業 善範, 29  
今野 北斗, 116

齊藤 宣一, 31  
齋藤 毅, 30  
齋藤 勇太, 191  
坂井 秀隆, 89  
逆井 卓也, 90  
佐久間 正樹, 213  
佐々木 悠矢, 214  
佐々田 慎子, 34  
佐藤 謙, 179  
里見 貴志, 180

塩谷 天章, 234  
志甫 淳, 36  
島田 了輔, 192  
下村 明洋, 92  
許 本源, 137  
ショウ トウエン, 157  
白石 潤一, 92

鄒勇攀, 235  
杉本 悠太郎, 236  
ストークス アレクサンダー, 162

関口 英子, 94  
関野 希望, 183

高木 俊輔, 38  
高田 了, 95  
高梨 悠吾, 215  
高野 暁弘, 194

高山 茂晴, 39  
田川 智也, 216  
竹村 春希, 248  
田中 公, 98  
田中 雄一郎, 118  
多賀 雅樹, 249  
  
千葉 悠喜, 171  
千葉 陽平, 250  
チョウ シンヤオ, 251  
チョウ チャン, 183  
チンイチュウ, 172

辻 雄, 41  
筒井 勇樹, 173  
坪内 俊太郎, 140

寺田 至, 99

トウ プンタオ, 158  
徳永 遙杜, 251

中江 優介, 252  
中島 さち子, 174  
中村 勇哉, 119  
名取 雅生, 216

長谷川 立, 101  
馬場 智也, 217  
葉廣 和夫, 42  
ハフィド アユーブ, 237  
林 修平, 102  
原子 秀一, 150  
板東 克之, 219

樋川 達郎, 239  
平地 健吾, 44

FAN Linghu, 240  
古田 幹雄, 45

ペフゼネル ミカエル, 144  
ペレズ バルデス ビクトール, 200

星野 真生, 242

前川 拓海, 242  
政村 悠登, 253  
榎澤 海斗, 254  
増田 弘毅, 47  
間瀬 崇史, 121  
松井千尋, 103  
松尾 厚, 106  
松田 光智, 221  
松本 晃二郎, 255  
松本 久義, 107  
マラバスクワレ, 176

三枝 洋一, 109  
三神 雄太郎, 243  
三竹 大寿, 110  
三宅 祥太, 244  
三宅 庸仁, 151  
宮本 安人, 50  
ミュレー ジョゼフ, 160

向原 未帆, 222  
村上 浩大, 153  
村上 聡梧, 245  
村田 昇, 131

森 迪也, 141

柳田 英二, 132

山口 樹, 195  
山田 一紀, 155  
山本 寛史, 245  
山本昌宏, 53

横山 聡, 176  
吉岡 玲音, 223  
吉田 淳一郎, 246  
吉田 朋広, 57  
吉野 太郎, 112, 224

李 公彦, 196  
リュウ ページャン, 225

レッペン ステファン, 162

和久田 葵, 256  
渡部 匠, 257  
渡邊 光, 258  
渡邊 祐太, 198

研究成果報告書 令和 5 年度  
(Annual Report 2023)

編 集 発 行

〒153-8914 東京都目黒区駒場 3-8-1  
東京大学大学院数理科学研究科 主任室  
令和 5 年度担当 小林 俊行  
福井 伸江